POL
6062

HARVARD UNIVERSITY.

LIBRARY

OF THE

MUSEUM OF COMPARATIVE ZOÖLOGY.

12,229.
Exchange.
June 24, 1901 – April 4, 1902.

McNAMEE
Binder
CAMBRIDGE, MASS.

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
DE CRACOVIE

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ÉTÉ FONDÉE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE :

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR : S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est le polonais; c'est dans cette langue que paraissent ses publications.

Le Bulletin international paraît tous les mois, à l'exception des mois de vacances (août, septembre). Il est publié en deux séries, dont la première est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie, et la seconde aux travaux de la Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles. Chaque série contient les procès-verbaux des séances ainsi que les résumés des mémoires et communications présentés à l'Académie.

Le prix de l'abonnement est de 6 k. = 8 fr.
Les livraisons se vendent séparément à 80 h. = 90 centimes.

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą generalnego Sekretarza Dr. Stanisława Smolki.

Kraków, 1901 Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

BULLETIN INTERNATIONAL

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

DE CRACOVIE

COMPTES RENDUS

DES

SÉANCES DE L'ANNÉE 1901

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1901.

a9 .22/6

APR 3 1902

Table des matières.

Classe des sciences mathématiques et naturelles.

Page

E. Bandrowski et A. Prokopeczko. Sur l'action de l'acide chlorhydrique sur le biphénylparazophénylène 441
A. Beck. Les phénomènes électriques dans la moelle épinière 279
L. Birkenmajer. Marco Beneventano, Kopernik, Wapowski et leur collaboration à la plus ancienne carte géographique de la Pologne . . 63
T. Browicz. Sur l'origine de la substance amyloïde 316
L. Bruner. Etudes dynamiques sur la bromuration des corps de la série aromatique 22
— Sur la dissociation de l'hydrate et de l'alcoolate du chloral en dissolution 462
Comptes rendus de la Commision de physiographie. vol. XXXV . . . 410
St. Droba. Sur le parasite de la tuberculose et sa place dans le système des Champignons 309
W. Friedberg. Les foraminifères des couches à Inoceramus des environs de Rzeszów et de Dębica 457
E. Godlewski (sen.) et F. Polzeniusz. Sur la respiration des graines placées dans l'eau et sur la production de l'alcool pendant la respiration 227
E. Godlewski (jun.). Etude du développement des faisceaux musculaires striés 146
— Développement du tissu musculaire des muscles du corps et du coeur des mammifères 353
J. Grzybowski. La microfaune des grès des Carpathes. III. Les Foraminifères des couches à Inoceramus des environs de Gorlice . . . 221
R. Gutwiński. Sur les Algues des environs de Sucha et de Maków . . 410
— Matériaux pour servir à la flore des myxamycètes de la Galicie . 411
H. Hoyer. Sur la structure du tégument d'Hippocampe 143
— Sur la continuité des fibrilles contractiles dans les cellules du coeur 205

Page

E. Janczewski. Hybrides des groseillers à grappes 295
S. Kępiński. Sur les intégrales des solutions des équations du second ordre équivalentes à leur adjointe, avec trois points singuliers . . 134
M. Kirkor. Sur le changement de la vitesse du sang dans les vaisseaux des muscles striés pendant leur fonction volontaire et réflexe . . . 471
St. Klemensiewicz. Lépidoptères de la Galicie, nouveaux ou peu connus 414
F. Krzyształowicz. Les caractères histologiques des syphilides comparées aux dermatoses cliniquement semblables 189
Wł. Kulczyński. Arachnoidea in colonia Erythraea a Dre K. M. Levander collecta 61
L. Marchlewski. Éloge historique de Marcelin Nencki 417
L. Marchlewski et M. Nencki. Transformation de la phyllocyanine en hémopyrrol et urobiline 277
L. Marchlewski et J. Sosnowski. Synthèse d'un nouveau système annulaire quadruple, Cumarophénasine et ses dérivés 160
— Cumarophénasine et ses dérivés. II partie 303
L. Natanson. Sur les lois de la viscosité 95
— Sur la double réfraction accidentelle dans les liquides 161
— Sur les lois de la diffusion 335
M. Nencki et J. Zaleski. Sur les produits de la réduction de l'hémine, sur sa constitution et sur celle de ses dérivés 217
St. Niementowski. Sur les dérivés du biphényle 348
E. Niezabitowski. Matériaux pour servir à la faune des Chrysides de la Galicie 413
— Contribution à la faune des animaux vertébrés de la Galicie . . . 413
K. Olszewski. Détermination de la température d'inversion du phénomène de Lord Kelvin dans l'hydrogène 451
A. M. Przesmycki. Sur quelques Protozoaires parasites des Rotifères . 358
Publications de la Classe . . 59, 141, 215, 276, 292, 334, 416, 451 497
J. Rajewski. Sur les fonctions hypergéométriques d'ordre supérieur et sur les cas de dégénérescence de ces fonctions 423
A. Rosner. Sur la génèse de la grossesse gémellaire monochoriale . . . 443
M. P. Rudzki. Sur l'âge de la Terre 72
F. Schille. La faune des lépidoptères de la vallée du Poprad et de ses affluents 412
J. Siemiradzki. Sur la faune des argiles plastiques de l'oolithe inférieure du Royaume de Pologne 159
— Sur l'âge des calcaires rocheux dans la région Cracovie-Wieluń . 159
St. Smreczyński. Contribution à la faune des Orthoptères de la Galicie 414
J. Sosnowski. Sur la résistance électrique des nerfs. I. Mesure de la résistance par la méthode électrométrique 311
K. Szulc. Sur les grêles en Galicie 408
St. Tołłoczko. Études expérimentales sur les propriétés cryoscopiques des dissolvants inorganiques 1
A. Wróblewski. Quelques nouvelles remarques sur le suc que l'on obtient en pressant la levûre. III 94

Page

S. Zaremba. Sur les fonctions dites fondamentales dans la thèorie des équations de la physique 111

Sur la théorie de l'équation de Laplace et les méthodes de Neumann et de Robin 171

— Contribution à la théorie d'une équation de la Physique 475

C. Żorawski. Remarque sur les dérivées d'ordre infini 482

— Sur certaines variations des éléments linéaires pendant le mouvement d'un système continu de points 484

12,229.

Nr 1. 1901.

BULLETIN INTERNATIONAL

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

DE CRACOVIE

CLASSE DES SCIENCES MATHEMATIQUES ET NATURELLES

JANVIER

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1901.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ÉTÉ FONDÉE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE:

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR: S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est le polonais; c'est dans cette langue que paraissent ses publications.

Le Bulletin international paraît tous les mois, à l'exception des mois de vacances (août, septembre). Il est publié en deux séries, dont la première est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie, et la seconde aux travaux de la Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles. Chaque série contient les procès-verbaux des séances ainsi que les résumés des mémoires et les communications présentés à l'Académie.

Le prix de l'abonnement est 6 k. = 8 fr.

Séparément les livraisons se vendent à 80 h. = 90 centimes.

Nakładem Akademii Umiejętności

pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem.-przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.

Kraków, 1901. — Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

JUN 24 1901

BULLETIN INTERNATIONAL

DE L'ACADEMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.

III. CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

N° 1. Janvier 1901.

Sommaire: 1. M. ST. TOŁŁOCZKO. Etudes expérimentales sur les propriétés cryoscopiques des dissolvants anorganiques.
2. M. L. BRUNER. Etudes dynamiques sur la bromuration des corps de la série aromatique.
3. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Séance du lundi 7. Janvier 1901

Présidence de M. A. WITKOWSKI.

1. Le Président présente le mémoire de M. ST. TOŁŁOCZKO: **Studya doświadczalne nad kryoskopijnemi własnościami nieorganicznych rozczynników.** ***(Kryoskopische Untersuchungen in anorganischen Lösungsmitteln).*** *(Etudes expérimentales sur les propriétés cryoscopiques des dissolvants anorganiques)*

In einer früheren Abhandlung [1]) über Antimontrichlorid in der Kryoskopie habe ich kurz die Resultate angegeben, die ich bei der Untersuchung dieses Lösungsmittels in Bezug auf sein Dissociationsvermögen erhalten hatte. Ich fand nämlich, dass dieses anorganische Lösungsmittel eine nicht unbedeutende Jonisierungstendenz besitzt, wie es ihm auf Grund der Brühl'schen Hypotese [2]) zukommen sollte. Dies Ergebnis regte mich an, die Untersuchung auf einige andere anorganische Lösungsmittel derselben Klasse zu erweitern, und zwar in erster Linie auf $SbBr_3$, $AsBr_3$ und $SnBr_4$. Das Hauptziel der Untersuchung blieb daher dasselbe, da die Arbeit hauptsächlich das Jonisierungsvermögen dieser anorganischen Lösungsmittel bezweckte. Wie aus den unten angegebenen Tafeln zu ersehen ist, zeigen die gewonnenen Resultate sehr mannigfaltige Verhältnisse. Eine nähere Besprechung derselben führt zu dem Schlusse, dass die untersuchten Verbindungen im allgemeinen sehr

[1]) Rozpr. Akad. Umiej. w Krakowie 39, 103—108 (1899), auch Zeit. f. Ph. Chem. 30, 705—710.

[2]) Brühl. Zeit. f. Phys. Chem. 27, 319 (1898).

beschränkte Lösungs- und Jonisierungsmittel sind. Es hat sich auch ergeben, dass es in einigen, obwohl auch exceptionellen Fällen, wo man auf eine Dissociationserscheinung schliessen könnte, auf dem kryoskopischen Wege nicht zu entscheiden war, ob man es in Wirklichkeit mit einer Dissociation oder nur mit einer chemischen Reaction zu thun hat. Nur die vergleichenden Messungen der elektrischen Leitfähigkeit könnten hier die entsprechende Erklärung geben. Es wäre daher interessant, das Studium der genannten Solventien nach dieser Richtung hin zu erweitern. Die diesbezüglichen Untersuchungen habe ich noch nicht ausgeführt, hoffe dieselben aber bald aufzunehmen und mit den Resultaten der Messungen der Dielektricitätsconstante in einer kommenden Abhandlung zu veröffentlichen. Ich bitte daher die Herren Fachgenossen mir die nöthige Zeit zur Ausführung dieser Untersuchung überlassen zu wollen.

Als ich meine kryoskopischen Messungen bereits zum Abschluss gebracht [1]) hatte und mit den kalorimetrischen Untersuchuugen der genannten Verbindungen mich beschäftigte, erschien (Oktober 1900) die interessante Abhandlung von Walden [2]), der dasselbe Thema zum Gegenstand seiner eingehenden Untersuchung wählte, und zwar auch theilweise in der Reihe der anorganischen Lösungsmittel, von denen einige PCl_3, PBr_3, $AsCl_3$, $SbCl_5$, $SnCl_4$ etc. zu derselben Klasse gehören, wie die von mir studirten. — Auf Grund der ausgeführten Bestimmungen der elektrischen Leitfähigkeit hat Walden gezeigt, dass der von Brühl vermuthete Zusammenhang zwischen der dissocierenden Kraft und der Zusammensetzung eines Lösungsmittels im Allgemeinen nicht stattfindet, und dass die Fälle, wo diese Relation zuzutreffen scheint, jeder Verallgemeinerung entbehren. Wie wir unten sehen werden, ist derselbe Schluss auch aus meinen kryoskopischen Versuchen zu ziehen. In den von mir untersuchten Solventien zeichnete sich nur $SbCl_3$ als ein ausgeprägtes Jonisierungsmittel aus. Die übrigen Verbindungen zeigten entweder keine Jonisierungstendenz oder eine solche in sehr geringem Grade und zwar nur in exceptionellen Fällen, wo noch zu entscheiden ist, ob man es wirklich nur mit einer Dissociationserscheinung zu thun hat. Für das $SbCl_3$ fand auch Walden dasselbe Resultat. Nach seinen

[1]) Pamiętnik IX Zjazdu Lekarzy i Przyrodników Polskich, str. 105, Juli 1900.

[2]) Walden: „Ueber einige anorganische Lösungs- und Jonisierungsmittel". Zeit. f. Anor. Chem. 25, 210—226.

Messungen stellt sich dieses Lösungsmittel in Bezug auf sein Jonisierungsvermögen auch an die Spitze der von ihm studierten Solventien.

Wenn wir endlich diese Resultate mit den Ergebnissen, die andere Forscher [1]) an einigen anderen anorganischen Lösungsmitteln gewonnen haben, vergleichen, so ergiebt es sich, dass in der Reihe der anorganischen Lösungsmittel, Wasser und flüssiges Ammoniak ausgenommen, nur den verhältnissmässig seltenen Solventien eine deutliche Jonisierungstendenz zukommt.

Der Plan und die Methode der Untersuchung, deren ich mich bei dieser Arbeit bediente, blieben im Wesentlichen dieselben, wie bei meinen oben erwähnten früheren Versuchen mit $SbCl_3$. Ich studierte zunächst die genannten Körper auf ihr Lösungsvermögen überhaupt. Es zeigte sich bald, dass die untersuchten Solventien gleich wie $SbCl_3$ die verschiedenen organischen Verbindungen in hohem Grade zu lösen vermögen, nicht aber die anorganischen, von denen nur einige Salze der Halogenwasserstoffsäuren derselben Gruppe, wie das Lösungsmittel selbst, glatt und reichlich in die Lösung übergehen. Die Salze anderer Säuren, wie auch KCl, KBr, NaCl, NaBr und dergleichen, die sonst zu den besten Elektrolyten gehören, lösten sich nicht. Dieses Resultat gestattete nicht, die aufgenommenen Versuche auf weitere Beispiele zu erstrecken, und engte den Rahmen dieser Untersuchung stark ein. — Es sei noch bemerkt, dass viele von den organischen Verbindungen nach der Auflösung eine charakteristische Färbung in der Lösung verursachten (Mesitylen, Phenanthren etc.).

Was die Ausführungen der Messungen selbst anbetrifft, so habe ich in dem von mir früher benutzten Apparate einige wesentliche Aenderungen vorgenommen, um die Genauigkeit der Resultate möglichst zu erhöhen. Demgemäss habe ich meine Aufmerksamkeit besonders auf die bei jeder genaueren kryoskopischen Messung massgebenden Einflüsse gelenkt: das Umrühren, die Ueberkältung und

[1]) In dieser Richtung sind bisher untersucht: flüssiges Ammoniak (Cades 1897, Schroeder 1898, Goodwin & Thomson, Franklin und Kraus 1900, Frenzel 1900); Schwefeldioxyd (Walden 1899); $SbCl_3$ (Tołłoczko 1899); PCl_3, PBr_3, $POCl_3$, $AsCl_3$, SO_2Cl_2, $SOCl_2$, S_2Cl_2, SO_3, $SiCl_4$, $SnCl_4$, $SbCl_3$, $SbCl_5$, Br, BCl_3 (Walden 1900 l. c.), $SnBr_4$ (Garelli 1898); $SbBr_3$, $AsBr_3$, $SnBr_4$ (diese Abhandlung), HNO_2 (Bouty), N_2O_4 (Bruni und Berti 1900).

die Temperatur des Bades. Die beigefügte Figur zeigt die ganze Anordnung des zusammengestellten Apparates. Das Umrühren der gefrierenden Flüssigkeit geschah vermittelst eines spiraligen Platinrührers, der mechanisch durch einen kleinen Heissluftmotor getrieben wurde. Die Geschwindigkeit betrug während eines Versuches unverändert ca. 200 Umdrehungen pro 1 Minute. Die Temperatur des Bades, die auch während eines Versuches constant blieb, wurde mit dem Sinken der Gefriertemperatur um dieselbe Grösse vermindert, so dass die Umgebungstemperatur stets unter dem jedesmaligen Gefrierpunkte um die gleiche Anzahl von Graden (1^0-3^0) lag. Um auch den Einfluss der Ueberkältung möglichst zu eliminieren, liess ich die letztere immer denselben Betrag von ca. $0{\cdot}3^0$ C beibehalten, indem ich ein Kryställchen vom Lösungsmittel in das Gefriergefäss, falls es nöthig war, hineinbrachte. Um endlich die Flüssigkeit von der Einwirkung der Feuchtigkeit während der Ausführung des Versuches zu schützen, wurde durch den Apparat aus einem Gasometer trockene Luft in raschem Strome durchgeleitet. Unter Beibehaltung obiger Bedingungen betrug die Constanz der jedesmaligen Einstellung des beobachteten Gefrierpunktes mindestens $0{\cdot}01^0$, was ich durch besondere Versuche oftmals constatieren konnte. Es sei noch bemerkt, dass die Dimensionen des Gefriergefässes im Vergleich zu der üblichen Form stark vergrössert waren. Die Länge des Gefässes betrug 15 cm, sein innerer Durchmesser 3·5 cm. In Bezug auf mehrere andere Einzelheiten sei auf die ausführliche Originalabhandlung verwiesen.

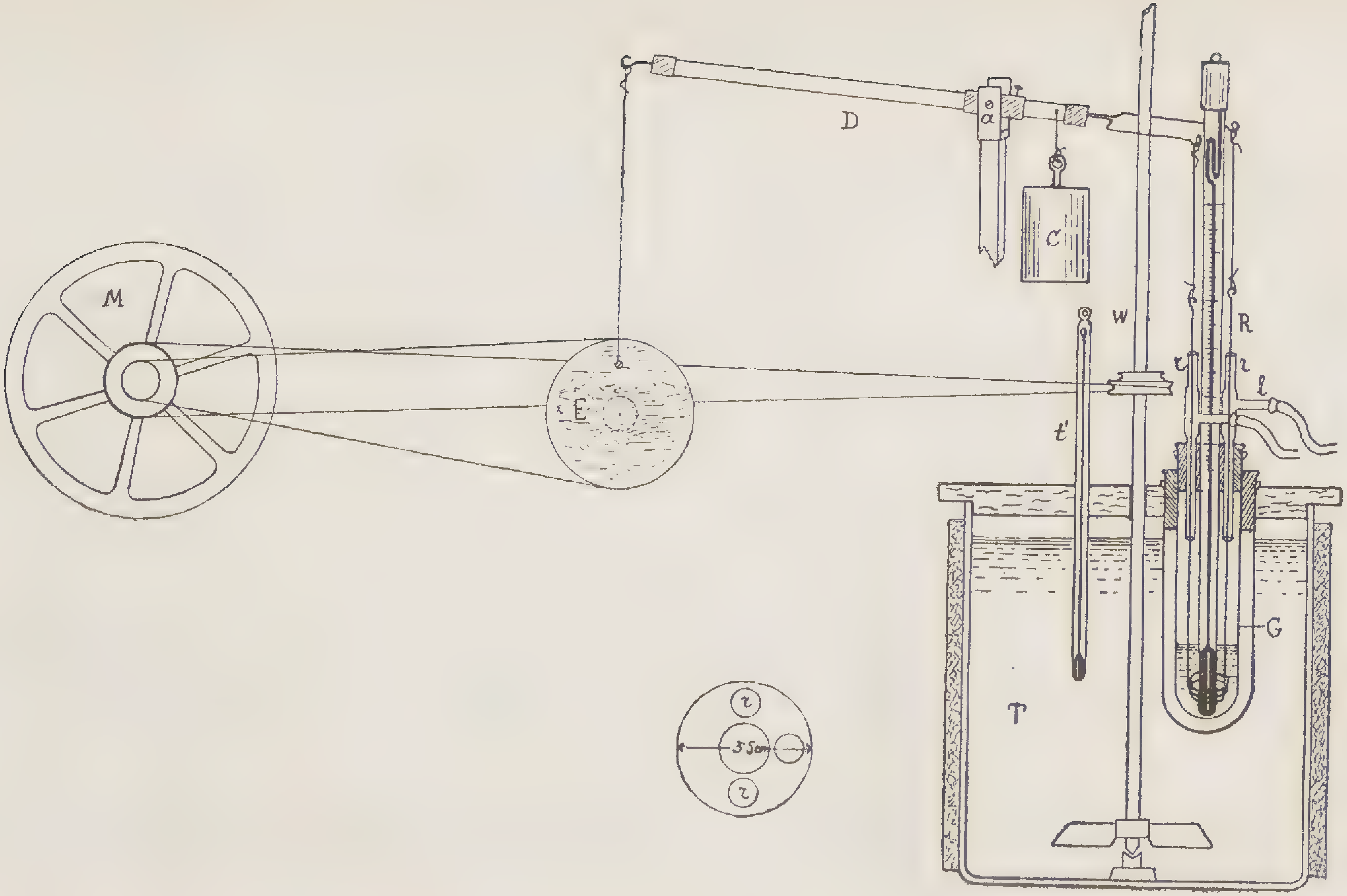
Alle zu den Versuchen benützten Präparate stammten von der Kahlbaum'schen Fabrik und dieselben wurden, falls es nöthig war, aufs Neue überdestilliert oder sonst entsprechend gereinigt. Die Präparate von $SbCl_3$, $SbBr_3$ und $SnBr_4$ wurden ebenfalls stets durch frische Fraktionierung gereinigt. Es zeigte sich dabei, dass die in der älteren Literatur angegebenen Daten der Siede- und Gefrierpunkte (Dammer's Handbuch) stark von den wirklichen divergieren. In der Tabelle IX befinden sich diesbezügliche Angaben.

Ich lasse jetzt das in der Tabelle zusammengestellte Versuchsmaterial folgen. Es bedeuten hier:

m — die Gramme der gelösten Substanz,

n — die Anzahl der Grammmolekeln, die auf 100 g des Lösungsmittels kommen,

t', t'_0 — die Temperatur des Bades,



5

t, t_0 — die beobachtete Gefriertemperatur,
Δt — die entsprechende Temperaturerniedrigung,
g — die benutzte Menge des Lösungsmittels.

Tabelle I.

Antimonchlorür als Lösungsmittel.

m	n	t'	t	Δt	E
		1. Kaliumchlorid.			
KCl, $M = 74{\cdot}6$				$SbCl_3$, $g = 51{\cdot}3$ gr.	
		$t'_0 = 70{\cdot}65^0$ C	$t_0 = 5{\cdot}83^0 = 73{\cdot}2^0$ C		
0·0370	0·00097	69·9	5·55	0·28	286
0·1424	0·00372	69·7	4·92	0·91	244
0·3659	0·00956	68·4	3·78	2·05	214
0·7312	0·01910	66·4	2·25	3·58	187
0·9646	0·02520	65·4	1·34	4·49	178
1·1735	0·03066	64·9	0·64	5·19	169
		2. Quecksilberchlorid.			
$HgCl_2$, $M = 271{\cdot}2$				$SbCl_3$, $g = 49{\cdot}0$ gr	
		$t'_0 = 71{\cdot}0^0$ C,	$t_0 = 5{\cdot}67^0 = 73{\cdot}1^0$ C		
0·2175	0·00164	70·4	5·32	0·35	213
0 5009	0·00377	70·0	4·99	0·68	180
0·8018	0·00603	69·4	4·67	1·00	167
1·3284	0·01000	69·0	4·12	1·55	155

$HgCl_2$ löst sich in $SbCl_3$ sehr langsam und spärlich auf; bei der Concentration 3·8128 gr. pro 49·0 gr. Lösungsmittel wurde die Lösung gesättigt.

m	n	t'	t	Δt	E
		3. Arsenchlorür.			
$AsCl_3$, $M = 181{\cdot}5$				$SbCl_3$, $g = 49{\cdot}7$ gr.	
		$t'_0 = 71{\cdot}1^0$ C	$t_0 = 6{\cdot}18^0 = 73{\cdot}2^0$ C		
0·2087	0·00231	70·4	5·77	0·41	177
0·6306	0·00699	70·1	5·11	1·07	153
1·2570	0·01393	69·4	4·22	1·96	140
2·3212	0·02573	67·6	2·77	3·41	133
3·5670	0·03972	66·4	1·33	4·85	132
4·4119	0·04891	65·4	0·245	5·935	120

m	n	t′	t	Δt	E
		4. Arsenbromür.			
$AsBr_3$, M = 315				$SbCl_3$. g = 52·0 gr.	
		t'_0 = 70·4° C	t_0 = 6·01° = 73·2° C		
0·9173	0·00560	69·6	4·52	1·48	266
1·7964	0·01096	67·9	3·15	2·86	262
3·0521	0 01864	66·1	1·28	4·73	254
3·5295	0·02154	65·1	0·48	5·53	256
		5. Arsenjodür.			
AsJ_3. M = 455·6				$SbCl_3$. g = 44·6 gr	
		t'_0 = 72·25° C	t_0 = 4·515° = 73·16° C.		
0·3493	0·00172	71·25	3·44	1·075	625
0·9522	0·00469	69·75	1·63	2·885	615
1·4805	0·00728	68·85	0·11[1]) = 5·235°	4·405	605
2·4549	0·01208	65·75	2·735	6·895	571
3·1963	0·01574	64·50	0·900	8·730	555
		6. Antimonbromür.			
$SbBr_3$. M = 360				$SbCl_3$. g = 48·3 gr.	
		t'_0 = 70·5° C	t_0 = 4·575° = 73·2° C		
0·6181	0·00356	69·0	4·13	0·445	125
2·2091	0·01270	68·0	3·06	1·515	120
3·2471	0·01868	67·5	2·38	2·195	117·5
4·4664	0·02569	67·0	1·66	2·915	113·5
		7. Wismuthchlorid[2]).			
$BiCl_3$. M = 314				$SbCl_3$, g = 51·3 gr.	
		t'_0 = 70·8° C	t_0 = 3·62° = 72·9° C		
0·2102	0·00130	71·0	4·04	+ 0·42	+ 333
0·5852	0·00363	72·0	5·12	+ 1·50	+ 413
0·8524	0·00529	72·5	5·85 = 1·82	+ 2·23	+ 421
1·4536	0·00902	74·5	4·13	+ 4·54	+ 503

[1]) Nach dem Erreichen des unteren Endes der Scala (0·11°) wurde der Anfangspunkt um 5·15° nach oben verschoben.

[2]) $BiCl_3$ löst sich in $SbCl_3$ langsam auf, schneller bei der erhöhten Temperatur.

m	n	t′	t	Δt	E
		8. Zinnchlorid.			
$SnCl_4$, M = 260·3				$SbCl_3$, g = 47·5 gr.	
		$t'_0 = 72·8^0$ C	$t_0 = 5·28^0 = 73·2^0$ C		
0·3886	0·00315	72·0	4·94	0·34	108
0·6504	0·00526	71·8	4·74	0·54	108
2·0118	0·01628	70·2	3·53	1·75	107·5
3·2206	0·02606	69·0	2·59	2·69	103
		9. Schwefel (oktaëdr.).			
S_8, M = 256·48				$SbCl_3$, g = 50·5 gr.	
		$t'_0 = 71·0^0$ C	$t_0 = 5·215^0 = 73·0^0$ C		
0·2081	0·00161	69·7	4·89	0·325	202
0·6773	0·00523	69·4	4·28	0·935	179
1·1840	0·00914	69·0	3·755	1·460	159
2·1592	0·01667	67·4	2·835	2·380	143
3·4142	0·02635	65·4	1·905	3·310	126
4·4780	0·03457	64·4	0·965	4·250	123
		10. Jod.			
J_2, M = 253·7				$SbCl_3$, g = 49·6 gr	
		$t'_0 = 72·0^0$ C	$t_0 = 5·08^0 = 73·2^0$ C		
0·3708	0·00295	70·0	4·525	0·555	188
0·9075	0·00721	68·4	3·815	1·265	175
1·6388	0·01302	68·0	2·950	2·130	164
2·8558	0·02270	67·4	2·030	3·050	135
3·8210	0·03037	66·4	1·340	3·740	123

Um die Uebersicht der gewonnenen Resultate zu erleichtern, fasse ich sie kurz in der Tabelle II zusammen. Kolumne 10^5n enthält das 10^5-fache der molecularen Concentration, unter E befinden sich die entsprechenden molecularen Depressionen.

Tabelle II.

	$10^5 n$ in $10^5 . 100$ gr. $SbCl_3$	E = 184
KCl	97 — 3066	286 — 169
$HgCl_2$	164 — 1454	213 — 146
$AsCl_3$	231 — 4891	177 — 120
$AsBr_3$	560 — 2154	266 — 256
AsJ_3	172 — 1574	625 — 555
$SbBr_3$	356 — 2569	125 — 113
$BiCl_3$	130 — 902	[+ 323] — [+ 503]
$SnCl_4$	315 — 2606	108 — 103
S	161 — 3457	202 — 123
J	295 — 3037	188 — 123

Man sieht sofort, dass die Zahlen, welche den molecularen Depressionen entsprechen, sehr weitgehenden Schwankungen unterworfen sind. Am grössten sind diese Abweichungen von dem normalen Werthe 184 bei AsJ_3, $AsBr_3$ und KCl. Dass wir es in dem letzten Falle mit einer ausgeprägten Dissociation zu thun haben, unterliegt keinem Zweifel, anders aber liegt die Sache bei AsJ_3 und $AsBr_3$. Man kann hier ebenso gut auf eine chemische Reaction folgender Art schliessen:

$$AsJ_3 + 3\,SbCl_3 = AsCl_3 + 3\,SbCl_2J,$$

bei welcher die Zahl der in der Lösung sich befindenden Molekeln anderer Art als diejenige des Lösungsmittels auf das Vierfache vergrössert wird, was eben der Grösse der molecularen Depression 625 nahe kommt. Dasselbe lässt sich auch im Falle $AsBr_3$ sagen nur wird hier die vermuthete Reaction auf der ersten Stufe der Substitution aufgehalten:

$$AsBr_3 + SbCl_3 = AsBr_2Cl + SbCl_2Br.$$

Diese Vermuthung gewinnt noch mehr an Wahrscheinlichkeit wenn wir die anderen vorliegenden Beispiele näher betrachten. Es ist nämlich sehr schwer zu begreifen, warum $AsCl_3$ und $SbBr_3$. die derselben Klasse und derselben Art der Verbindung angehören. keine Vergrösserung der molecularen Depressionen aufweisen. Zu demselben Schlusse führten uns auch die Resultate, die sich bei den anderen untersuchten Lösungsmitteln ergeben haben. Wie wir unten

sehen werden, kommt dort dasselbe Verhalten nur in den Fällen zum Vorschein, wo eine chemische Reaction solcher Art nicht ausgeschlossen ist, in anderen Fällen aber nicht. Diese Erklärung der beobachteten Verhältnisse schliesst aber nicht aus, dass in denselben Fällen eine, wenn auch noch so geringfügige, Dissociation stattfinden kann. Darauf können wir aber vorläufig keine Antwort geben. Dazu sollen entsprechende Versuche mit der Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit vorgenommen werden. — Aus dem Gesagten geht deutlich hervor, dass wir nur in den zwei ersten Fällen, bei KCl und $HgCl_2$, auf eine Dissociation unzweideutig schliessen können. Der Grad derselben lässt sich leicht berechnen, da uns die Art und die Zahl der entstandenen Jonen bekannt ist. Die entsprechende Rechnung für KCl enthält Tabelle III, wo ich auch zum Vergleiche unter (a) die Resultate meiner früheren Messung für denselben Stoff parallel angebe.

Tabelle III.

10^5n in $10.^5$100 gr. $SbCl_3$	Δt	Δt_0	(a) $\gamma = \frac{\Delta t - \Delta t_0}{\Delta t_0}$	(b)
97	0·28	0·18		0·56
281	0·66	0·52	0·27	
372	0·91	0·68		0·34
714	1·59	1·30	0·21	
956	2·05	1·75		0·17
1585	3·29	2·91	0·13	
1910	3·58	3·51		0·02
2520	4·49	4 63	—	—

Ausser den betrachteten Fällen, wo eine enorme Vergrösserung der molecularen Depression stattfindet, sehen wir in der Tabelle II einige Beispiele, wo gerade das Entgegengesetzte, d. h. eine deutliche Verminderung der Depression zutrifft. Das sind die Fälle mit $SbBr_3$ und $SnCl_4$. Es lässt sich leicht ersehen, dass wir es hier mit einer Vertheilung des gelösten Stoffes zwischen beiden Phasen des Lösungsmittels zu thun haben. Dafür spricht auch das beobachtete längere Verweilen (etwa 5—10 Minuten) des Thermometers auf seinem

höchsten Punkte beim Gefrieren im Vergleich zu dessen sonst üblichem Verhalten (1—3 Minuten)[1]) bei diesen Versuchen. Auf Grund der näheren theoretischen Betrachtungen[2]) könnte man sogar schliessen, dass der vertheilte Stoff in beiden Phasen denselben molecularen Zustand beibehält. Endlich finden wir noch in derselben Tabelle ein Beispiel, wo man statt einer Erniedrigung im Gegentheil eine Erhöhung des Gefrierpunktes beobachtet. Das ist der Fall mit $BiCl_3$. Wie bekannt, lässt sich dieses Verhalten theoretisch voraussehen und eindeutig erklären. Man hat es hier nämlich auch mit dem Uebergang des gelösten Stoffes in die feste Phase zu thun. Solche Beispiele sind schon bekannt[3]), obwohl dieselben nicht zahlreich sind. Wir werden weiter unten noch einige solche anführen.

Die betrachtete Reihe der untersuchten Körper habe ich noch durch zwei Versuche mit Schwefel und Jod gelegentlich vergrössert. Es war interessant zu sehen, welche Moleculargrössen diesen Körpern in dem gelösten Zustande in $SbCl_3$ angehören. Man sieht leicht, dass die beobachteten Erniedrigungen bei kleinen Concentrationen den molecularen Formeln S_8 und J_2 entsprechen. Dies ist, wie bekannt, das übliche Verhalten dieser Stoffe im gelösten Zustande[4]).

Tabelle IV.

Antimonbromür als Lösungsmittel.

m	n	t′	t	Δt	E
		1. Dibenzyl			
$(C_6H_5\,CH_2)_2$, M = 182				$SbBr_3$, g = 70·2 gr.	
		$t'_0 = 93{\cdot}5^0$ C	$t_0 = 4{\cdot}655^0 = 91{\cdot}2^0$ C		
0·2604	0·00904	92·5	4·11	0·54	265
0·6099	0·00477	92·0	3·41	1·244	261
0·8893	0·00697	91·5	2·84	1·815	260
1·3518	0·01056	90·0	1·875	2·780	263

[1]) Nernst, Theor. Chemie III Aufl. S. 169

[2]) Rothmund. Zeit. f. Ph. Ch. 24, 705—723 (1897).

[3]) Nernst, Theor. Chemie III Aufl. S. 170 und 378, Antimon in Zinn und Wismuth, Silber in Cadmium, β-Naphtol in Naphthalin.

[4]) Z. B. fand Garelli für Jod in $SnBr_4$ die Formel J_2. Gazz. Chim. Italiana 28, II (1898).

m	n	t′	t	Δt	E

2. Diphenylmethan

$(C_6H_5)_2CH_2$, M = 168 $SbBr_3$, g = 69·0 gr.

$t'_0 = 91·0^0$ C $t_0 = 5·38^0 = 94·2^0$ C

0·4357	0·00376	90·0	4·355	1·025	273
0·6514	0·00562	89·5	3·85	1·530	272
0·8656	0·00747	89·0	3·37	2·010	269
1·4949	0·01290	87·5	2·15	3·230	250

3. Benzophenon

$(C_6H_5)_2CO$, M = 182 $SbBr_3$; g = 73 gr

$t'_0 = 93·5^0$ C $t_0 = 4·455^0 = 94·2^0$ C

0·4118	0·00309	92.5	3·63	0·825	267
0·6575	0·00495	91·7	3·13	1·325	268

4. Arsenbromür

$AsBr_3$, M = 315 $SbBr_3$, g = 65 gr·

$t'_0 = 91·5^0$ C $t_0 = 5·435^0 = 94·2^0$ C

0·9415	0·00460	90·2	4·605	0·83	180
1·3500	0·00660	89·5	4·235	1·20	181
1·8534	0·00905	89·0	3·825	1·61	178
2·6373	0·01290	88·5	3·165	2·27	176
4·0251	0·01967	87·0	2·065	3·37	172
5·1000	0·02491	86·8	1·225	4·21	169

5. Arsenjodür

AsJ_3, M = 455·6 $SbBr_3$, g = 70·0 gr.

$t'_0 = 93·5^0$ C $t_0 = 4·65^0 = 94·2^0$ C

0·7473	0·00235	93·0	3·69	0·96	408
1·2395	0·00389	92·2	3·09	1·56	402
3·1959	0·01002	89·5	0·88 = 4·05	3·77	376
3·9042	0·01224	89·5	3·35	4·47	366
5·3726	0·01685	88·0	1·95	5·87	349

m	n	t′	t	Δt	E
		6. Antimonchlorür			
$SbCl_3$, $M = 226·35$				$SbBr_3$, $g = 67·0$ gr.	
		$t'_0 = 91·5^0$ C	$t_0 = 3·21^0 = 94·2^0$ C		
0·3270	0·00216	91·0	2·61	0·60	278
0·8080	0·00533	90·0	1·76	1·45	272
1·5830	0·01044	89·0	0·47	2·74	263
		7. Wismuthbromid			
$BiBr_3$, $M = 448·5$				$SbBr_3$, $g = 65·8$ gr.	
		$t'_0 = 91·2^0$ C	$t_0 = 4·98^0 = 94·2^0$ C		
0·6475	0·00219	91·2	5·58	+ 0·60	+ 278
1·1414	0·00387	91·5	6·04 = 1·67	+ 1·06	+ 274
1·6743	0·00567	92·0	2·26	+ 1·65	+ 290

$BiBr_3$ löst sich in $SbBr_3$ sehr langsam auf, schneller in höherer Temperatur.

m	n	t′	t	Δt	E
		8. Zinnbromid			
$SnBr_4$, $M = 438·34$				$SbBr_3$, $g = 68·0$ gr.	
		$t'_0 = 92·0^0$ C	$t_0 = 5·00^0 = 94·25^0$ C		
0·3831	0·00128	92·0	4·69	0·31	242
0·9642	0·00323	91·5	4·28	0·72	221
1·7578	0·00590	91·0	3·73	1·27	215
3·2314	0·01083	89·5	2·71	2·29	212
5·0582	0·01697	88·0	1·52	3·48	205

Die ersten drei Versuche, die mit den organischen Verbindungen ausgeführt wurden, bezweckten die Bestimmung der normalen molecularen Erniedrigung. Sie gaben genügend übereinstimmende Resultate. Zu der Berechnung von E habe ich nur die den kleinen Concentrationen entsprechenden Zahlen berücksichtigt. Die folgende Tabelle V enthält die Uebersicht der mit anderen Beispielen gewonnenen Resultate:

(Siehe Seite 14)

Wir finden hier kein Beispiel, wo man unbedingt auf eine Dissociation schliessen müsste. Die enorme Vergrösserung von E bei AsJ_3 verdankt auch hier ihre Entstehung wahrscheinlich der chemischen Reaction zwischen den gelösten und Lösungsmittels-

Tabelle V.

	$10^5 n$ in $10^5.100$ gr. $SbBr_3$	E = 267
$AsBr_3$	266 — 2491	177 — 169
AsJ_3	235 — 1685	408 — 349
$SbCl_3$	216 — 1044	278 — 263
$BiBr_3$	219 — 567	[+ 278] — [+ 290]
$SnBr_4$	128 — 1697	242 — 205

Molekeln. $SbCl_3$ zeigt eine normale Depression, weil die kleine Erhöhung des Werthes 278 der Unsicherheit des Experimentes zuzuschreiben ist. Bei $BiBr_3$ findet eine Erhöhung des Gefrierpunktes statt, die hier auch durch die Bildung einer festen Lösung zu deuten ist. Ebenso lässt sich die starke Verminderung von E bei $AsBr_3$ auf dieselben Ursachen zurückführen.

Tabelle VI.

Arsenbromür als Lösungsmittel.

m	n	t'	t	Δt	E
		1. Brombenzol			
C_6H_5Br, M = 157				$AsBr_3$, g = 53·5 gr.	
		t'_0 = 28·0° C	t_0 = 4·81 = 31·0° C		
0·2939	0·00350	27·5	4·08	0·73	209
0·5878	0·00700	27·0	3·36	1·45	207
1·1737	0·01397	26·0	2·12	2·69	193
		2. Diphenylmethan			
$(C_6H_5)_2CH_2$, M = 168				$AsBr_3$, g = 54·0 gr.	
		t'_0 = 25·0° C	t_0 = 4·80° = 31·0° C		
0·2214	0·00244	24·7	4·29	0·51	209
0·4430	0·00488	24·2	3·82	0·98	201
0·7755	0·00854	23·5	3·07	1·73	202
0·9989	0·01101	23·2	2·63	2·17	197
1·5596	0·01730	22·5	1·63	3·17	188

m	n	t′	t	Δt	E

3. Triphenylmethan

$(C_6H_5)_3CH$, M = 244 — $AsBr_3$, g = 53 gr.

$t'_0 = 26{\cdot}0^0$ C $t_0 = 4{\cdot}80^0 = 31{\cdot}0^0$ C

m	n	t′	t	Δt	E
0·4996	0·00386	24·9	3·99	0·81	210
0·9524	0·00736	24·0	3·40	1·40	190 (?)
1·2249	0·00947	23·7	2·85	1·95	206
1·4467	0·01120	23·5	2·65	2·15	191
1·9211	0·01487	23·0	1·98	2·82	189

4. Benzophenon

$(C_6H_5)_2CO$, M = 182 — $AsBr_3$, g = 56·1 gr

$t'_0 = 26{\cdot}0^0$ C $t_0 = 4{\cdot}83^0 = 31{\cdot}0^0$ C

m	n	t′	t	Δt	E
0·5545	0·00543	25·5	3·68	1·15	212
0·7101	0·00695	25·0	3·40	1·43	207
0·9185	0·00899	24·5	3·08	1·75	194
1·5285	0·01497	24·0	2·00	2·86	191

5. Arsenchlorür

$AsCl_3$, M = 181·4 — $AsBr_3$, g = 54·3 gr.

$t'_0 = 26{\cdot}5^0$ C $t^0 = 4{\cdot}80^0 = 31{\cdot}0^0$ C

m	n	t′	t	Δt	E
0·3183	0·00323	25·5	4·00	0·80	247
0·6303	0·00640	25·0	3·29	1·51	236
1·3437	0·01364	23·5	1·79	3·01	228
2·0807	0·02112	22·5	0·24	4·56	216

6. Arsenjodür

AsJ_3, M = 455·5 — $AsBr_3$, g = 53·6 gr.

$t'_0 = 26{\cdot}0^0$ C $t_0 = 4{\cdot}80^0 = 31{\cdot}0^0$ C

m	n	t′	t	Δt	E
0·9458	0·00387	25·5	3·99	0·81	209
1·9178	0·00785	24·5	3·21	1·59	202
4·9453	0·09023	22·5	1·12	3·68	182

m	n	t′	t	Δt	E

7. Antimonbromür

$SbBr_3$, M = 360 — $AsBr_3$, g = 56·6 gr.

$t'_0 = 26{\cdot}0^0$ C — $t_0 = 4{\cdot}82^0 = 31{\cdot}0^0$ C

m	n	t′	t	Δt	E
0·6818	0·00335	26·0	5·07	+ 0·25	+ 75
1·0090	0·00495	27·0	5·39	+ 0·57	+ 114
1·3552	0·00665	27·0	5·62	+ 0·80	+ 120
1·7400	0·00854	27·5	5·84	+ 1·02	+ 120

8. Zinnbromid

$SnBr_4$, M = 438·34 — $AsBr_3$, 9 = 55·4 gr

$t'_0 = 26{\cdot}0^0$ C — $t_0 = 3{\cdot}00^0 = 31{\cdot}0^0$ C

m	n	t′	t	Δt	E
0·3975	0·00164	26·0	2·66	0·34	208
0·7772	0·00320	25·5	2·36	0·64	200
1·5347	0·00632	25·0	1·75	1·25	198
2·8254	0·01163	24·5	0·87	2·13	183

Die Versuche mit den organischenn Lösungsmitteln führten zu der Bestimmung der normalen molecularen Depression. Die Uebereinstimmung der einzelnen Messungen ist eine weitreichende. Als Mittelwerth für E ergiebt sich die Zahl 206.

Tabelle VII.

	10^5n in 10^5.100 gr. $AsBr_3$	E = 206
$AsCl_3$	323 — 2112	247 — 216
AsJ_3	387 — 2023	209 — 182
$SbBr_3$	325 — 854	[+ 75] — [+ 120]
$SnBr_4$	164 — 1163	205 — 182

Die Messungen in $AsBr_3$ geben ein Beispiel, wo man von einer Dissociation mit gewisser Wahrscheinlichkeit noch sprechen könnte. Es ist dies nämlich der Fall mit $AsCl_3$. Es mag aber sein, dass dasselbe auch einer chemischen Reaction theilweise unterworfen ist. In $SbBr_3$ finden wir wieder ein Beispiel, wo eine Erhöhung des Gefrierpunktes zu constatieren ist.

Tabelle VIII.

Zinnbromid als Lösungsmittel.

m	n	t'	t	Δt	E
		1. Aethylenbromid			
$C_2H_4Br_2$. = 188		(a)	$SnBr_4$, g = 62·2 gr.		
		t_0' = 28·3° C	t_0 = 4·61° = 29·9° C		
0·3332	0·00276	27·3	3·73	0·84	305
0·7517	0·00642	26·3	2·70	1·91	298
1·1686	0·00997	25·3	1·80	2·81	282
		(b)	$SnBr_4$, g = 62·1 gr.		
		t_0' = 28·8° C	t_0 = 4·71° = 29·9° C		
0·3146	0·00269	27·8	3·88	0·83	308
0·7304	0·00626	26·8	2·78	1·93	308
1·1559	0·00990	25·8	1·88	2·83	286
1·5536	0·01331	25·0	1·17	3·54	266
		(c)	$SnBr_4$, g = 62·0 gr.		
		t_0' = 29·5° C	t_0 = 4·6° = 29·9° C		
0·3190	0·00274	28·5	3·82	0·84	307
0·6359	0·00545	28·0	3·01	1·65	303
0·9568	0·00821	27·2	2·27	2·39	291
		2. Benzol			
C_6H_6, M = 78			$SnBr_4$, g = 63·75 gr.		
		t_0' = 29·5° C	t_0 = 4·615° = 29·9° C		
0·3208	0·00645	27·5	2·63	1·985	308
0·5640	0·01135	25·8	1·51	3·105	286
0·7020	0·01412	25·0	0·76	3·855	273
		3. Benzophenon			
$(C_6H_5)_2Co$, M = 182			$SnBr_4$, g = 61·1 gr.		
		t_0' = 29·4° C	t_0 = 4·65° = 29·9° C		
0·7515	0·00676	27·3	2·54	2·11	312
1·1025	0·00991	26·2	1·83	2·82	284

m	n	t′	Δt	t	E
		4. Diphenylmethan			
$(C_6H_5)_2CH_2$, M = 168			$SnBr_4$, g = 65·65 gr.		
		$t_0' = 28·8^0$ C;	$t_0 = 4·61^0 = 29·9^0$ C		
0·4400	0·00398	28·3	3·39	1·22	306
0·6623	0·00600	27·2	2 82	1·79	298
1·1045	0·01001	25·8	1·73	5·98	298
		5. Antimonchlorür			
$SbCl_3$, M = 226·35			$SnBr_4$, g = 58·5 gr.		
		$t_0' = 26·5^0$ C,	$t_0 = 4·72^0 = 29·9^0$ C		
0·5073	0·00383	24·5	2·35	2·37	619
			$SnBr_4$, g = 65.9 gr.		
		$t_0' = 26·5_0$ C,	$t_0 = 4·72^0 = 29·9^0$ C;		
1·1315	0·00766	23·0	0·42	4·30	561
		6. Antimonbromür			
$SbBr_3$, M = 360			$SnBr_4$, = 52·2 gr.		
		$t_0' = 26·0^0$ C,	$t_0 = 4·755 = 29·9^0$ C		
0·4632	0·00246	25·5	3·985	0·770	313
0·6262	0·00333	25·0	3·725	1·030	309
0·9675	0·00515	24·5	3·27	1·485	288
1·4376	0·00765	23·5	2·81	1·945	254 (?)
2·1066	0·01121	23·5	2·79	1·965	
2·6733	—	23·5	2·90	1·855	

Da die älteren Messungen von Raoult und die neuen Versuche von Garelli[1]) abweichende Werthe von molecularen Depressionen in einzelnen Bestimmungen zeigten, habe ich beschlossen, diese Daten aufs Neue zu ermitteln. Dazu wählte ich eben diese Verbindungen, die bei den genannten Autoren am meisten von einander divergierten. Die ersten Bestimmungen mit $C_2H_4Br_2$ gaben viel grössere Werthe (ca. 10%) der molecularen Depression. Ich

[1]) Garelli l. c.

wiederholte meine Messungen mit diesem Stoff, doch das Resultat blieb dasselbe und die einzelnen Bestimmungen stimmten unter einander völlig überein. Auch die Messungen mit anderen Stoffen gaben dieselben Werthe von E. Es hat sich aber gezeigt, dass die Grössen der molecularen Depressionen in steigender Concentration schneller wie bei den oben untersuchten Solventien abnehmen. Dies Verhalten erklärt theilweise die Abweichungen, die Garelli bei seinen Versuchen fand. Zur Berechnung von E habe ich daher nur die Messungen an der niedrigsten der untersuchten Concentrationen berücksichtigt. Es ergab sich der Mittelwerth E = 305. Von den anorganischen Körpern studierte ich nur $SbCl_3$ und $SbBr_3$. Die letzte Verbindung zeigt eine normale Erniedrigung, nicht aber die erste, wo die Entstehung einer chemischen Reaction sehr wahrscheinlich zu sein scheint.

Bestimmung der Schmelzwärmen von $SbCl_3$ und $SbBr_3$. Ich bestimmte die betreffenden Schmelzwärmen aus den Differenzen der gemessenen Wärmemengen, die sich bei der Auflösung der untersuchten Körper im überkälteten und festen Zustande in concentrierter Salzsäure ermitteln liessen. Die Auflösung gieng im Allgemeinen sehr rasch vor sich; wo aber die Reaction mehr als eine Minute dauerte, wurde die entsprechende Correctur auf Wärme-Strahlung angebracht. Da mir kein Platinkalorimeter zur Verfügung stand, arbeitete ich anfangs mit einem gewöhnlichen Becherglase. Die Resultate divergierten aber ziemlich weit von einander. Später bediente ich mich eines Silberkalorimeters, das aber zu den Messungen mit $AsBr_3$ und $SnBr_4$ nicht geeignet war. Dies war die Ursache, weshalb ich meine Bestimmungen nur für $SbCl_3$ und $SbBr_3$ durchführen konnte. Die Salzsäure war von der Concentration 1 Mol. HCl auf 10 Mol. H_2O. Solche Lösung besitzt nach Thomsen die specifische Wärme 0·749 gCal.

In der folgenden Tabelle IX bedeuten:

g — die Gramme des gelösten Körpers,

K — den Wasserwerth des Kalorimeters, sammt der Flüssigkeit und des Rührers,

k — den Wasserwerth des gläsernen Kügelchens, in dem sich die eingebrachte Substanz befand,

T — die Temperatur des Vorwärmebades,

t_0 — die Anfangstemperatur des Kalorimeters, die im Momente der Einführung des untersuchten Körpers herrschte,

t — die Endtemperatur desselben (Maximum des Thermometerstandes),

q_1; q_2 — die berechneten Wärmemengen, die der Kalorimeter bekommt,

c — die Anzahl der HCl Moleküle, die auf 1 Gramm des gelösten Körpers kommen.

Tabelle IX.

g	c	K	k	T	t_0	t	q.
			1. Antimonchlorür.				
7·2250	37·9	216·320	0.1396	72·0°	18·78°	20·21°,	$q_1 = 41·85$
7·4520	37·9	221·565	0·3050	72·0°	19·24°	20·26,	$q_2 = 28·29$
							w = 13·56
			2.				
7·7880	30·4	186·916	0·1064	72·0°	20·04	21·79	$q_1 = 41·34$
12·3480	30·4	295·718	0·2793	72·0°	19·93	21·17	$q_2 = 28·56$
							w = 12·78
			3.				
7·5923	22·7	135·640	0·1532	72·0	20·807	23·153	$q_1 = 40·93$
8·1686	22·7	146·672	0·1726	72·0	19·577	21·149	$q_2 = 27·15$
							w = 13·78
			1. Antimonbromür.				
7·3800	26·2	151·940	0·1337	93·2°	19·779	20·751	$q_1 = 18·70$
10·2201	16·9	136·560	0·1453	93·2°	20·238	20·968	$q_2 = 8·72$
							w = 9·98
			2.				
10·3907	16·9	138·638	0·1615	93·2°	20·453	21·943	$q^1 = 18·81$
12·5852	14·7	145·700	0·1589	93·2°	18·690	19·577	$q_2 = 9·34$
							w = 9·47

Es ergaben sich also als Endresultat die Mittelwerthe der Schmelzwärme:

für $SbCl_3$, w = 13·37 gCal, für $SbBr_3$. w = 9·73 gCal.

Wenn wir die Grössen in die bekannte van't Hoff'sche Formel zur Berechnung der normalen Depression einführen, finden wir folgende Zahlen:

Tabelle X.

	Schmelz. t	M	E kryosk.	E kalor.
$SbCl_3$	73·2°	226·6	184	177
$SbBr_3$	94·2°	360·2	267	274
$AsBr_3$	31·0°	314·9	206	—
$SnBr_4$	29·9°	437·9	305	259

Die Differenzen der Bestimmungen beider Art betragen ca. 4%. Dieses Ergebnis kann also als genügend betrachtet werden. Nur bei $SnBr_4$ divergieren beide Werthe sehr weit von einander (15%). Die hier zu Grunde liegende Zahl von w = 7·07 gCal. habe ich aus den Daten von Berthelot (Thermochim. II, 156 (1897) entnommen. Es mag sein, dass diese Zahl nicht mit ausreichender Genauigkeit ermittelt wurde. Es sei hier bemerkt, dass solche Differenzen bis unlängst für Diphenylamin und Naphtylamin bezeichnet waren und nur durch besondere genaue Messungen der Schmelzwärme von Stillmann und Schwain völlig beseitigt wurden.

Die oben angegebenen und bei jedem Lösungsmittel besonders besprochenen Resultate, die dieses Studium ergeben hat, können wir jetzt folgendermassen kurz zusammenfassen:

1. Die Löslichkeit der anorganischen Salze in $SbCl_3$, $SbBr_3$, $AsBr_3$ und $SnBr_4$ ist überhaupt nicht gross, daher die Untersuchung des Jonisierungsvermögens in denselben beschränkt ist.

2. Das Dissociationsvermögen ist unzweifelhaft nur für $SbCl_3$ bewiesen. Es ist in diesem Lösungsmittel verhältnissmässig stark ausgeprägt. Möglicher Weise besitzt $AsBr_3$ ebenfalls dieselbe Eigenschaft, obwohl in vermindertem Grade. Die exceptionellen Fälle der enorm vergrösserten molecularen Depressionen können auch in der chemischen Reaction ihren Grund haben. Um dies zu entscheiden, müssen vergleichende Messungen der elektrolytischen Leitfähigkeit ausgeführt werden.

3. Zu den nicht zahlreich bekannten Fällen der Erhöhung des Gefrierpunktes infolge der Entstehung einer festen Lösung fügt dieses Studium noch folgende drei Beispiele an: $BiCl_3$ in $SbCl_3$, $BiBr_3$ in $SbBr_3$. und $SbBr_3$ in $AsBr_3$. Durch Analogie könnte man vermuthen, dass auch $BiBr_3$ in $AsBr_3$ sich ähnlich verhalten wird.

4. Es sind die molecularen Depressionen für die genannten Solventien mit verhältnissmässig grosser Genauigkeit ermittelt, ausserdem noch die Schmelzwärmen für $SbCl_3$ und $SbBr_3$ bestimmt.

II Chemisches Universitäts-Laboratorium. Krakau, December 1900.

---

2. M. E. Bandrowski rend compte du mémoire de M. L. BRUNER: **Studya dynamiczne nad bromowaniem ciał aromatycznych.** (***Dynamische Untersuchungen über die Bromierung aromatischer Körper).*** (*Etudes dynamiques sur la bromuration des corps de la série aromatique*).

Obgleich in letzter Zeit die Zahl organisch-chemischer Probleme, die nach den Methoden der chemischen Dynamik behandelt und ihrer Lösung näher gebracht worden sind, eine recht bedeutende zu nennen ist, so fehlt es doch noch gerade an Untersuchungen, welche sich auf die in der Praxis wichtigsten organischen Reactionen bezögen. Die Hauptarbeiten auf diesem Gebiete nach etwas veralteten Methoden verdanken wir noch Lothar Meyer und seinen Schülern [1]).

In der vorliegenden Arbeit habe ich es versucht, nach dynamischen Methoden die Reaction der Bromierung zu untersuchen, um 1) über die Abhängigkeit der Bromierungsgeschwindigkeit von den im Benzolring substituierenden Gruppen, 2) über die katalytische Wirksamkeit der wichtigsten Bromüberträger, 3) über den Concentrationseinfluss des Broms und der Katalysatoren zahlenmässigen Aufschluss zu erhalten. Im zweiten Theil der Arbeit sind vergleichende Messungen über die Geschwindigkeit „momentaner“ organischen Reactionen, in denen das Brom mitspielt, mitgetheilt.

I.

1. Einfluss der im Benzol substituierenden Gruppen auf die Bromierungsgeschwindigkeit.

Das Benzol und seine Derivate werden mit sehr verschiedener Geschwindigkeit bromiert. Indem das Phenol und Anilin, und ihre

[1]) Lothar Meyer. Ueber die Nitriernng des Benzols. Z. phys. Chem. 2, 676. A. Page. Anorganische Chloride des Chlorüberträgers. Lieb. Ann. 225, 196. E. Scheufelen. Eisensalze als Bromüberträger. Lieb. Ann. 231, 152.

Substitutionsproducte sofort, auch in sehr verdünnter Lösung, von Brom angegriffen werden und die Reactionsgeschwindigkeit mit der Geschwindigkeit der Jonenreactionen vergleichbar wird, wird das Nitrobenzol z. B. ohne Mitwirkung der stärksten Katalysatoren überhaupt nicht bromiert. Inmitten zwischen diesen Körperklassen ist das Benzol, seine Halogen-Substitutionsproducte und die Benzoesäure zu setzen. Die Messung der Geschwindigkeitscoëfficienten wurde deshalb für $C_6 H_6$, $C_6 H_5 Br$, $C_6 H_5 Cl$ ausgeführt.

Die Versuchsmethode ist dieselbe geblieben, die ich schon früher in meiner vorläufigen Mittheilung [1]) beschrieben habe. Das Brom (ca. 1—2 gr) wurde in kleinen Kügelchen abgewogen. Die zu bromierenden organischen Körper wurden mit Pipetten, in $^1/_{100}$ cm beziehungsweise $^1/_{20}$ cm getheilt, zugesetzt. Die Reaction liess ich in zugeschmolzenen grösseren Probierröhren (ca 20 cm lang), die in den Thermostaten eingesenkt wurden, verlaufen. Die Analyse wurde ausgeführt, indem nach Anblasen der Kapillare der Probierröhre die Spitze derselben in eine concentrierte KJ-Lösung eingetaucht und der Inhalt in die KJ-Lösung gebracht wurde. Die Jod-Menge, die durch das frei gebliebene Brom in Freiheit gesetzt worden ist, ist in üblicher Weise mit $Na_2 S_2 O_3$ und $^1/_{10}$ n. Jod bestimmt worden. Der Brom-Verlust ist als ein Mass für das Fortschreiten der Reaction zu betrachten, denn dieselbe verläuft mit genügender Genauigkeit nach den Formeln:

$$C_6 H_6 + Br_2 = C_6 H_5 Br + HBr$$
$$C_6 H_5 Br + Br_2 = p.\ C_6 H_4 Br_2 + HBr$$
$$C_6 H_5 NO_2 + Br_2 = m.\ C_6 H_4 Br NO_2 + HBr,$$

falls die organischen, zu bromierenden Körper im Ueberschuss, wie es in meinen Versuchen geschah, angewendet werden.

Sämmtliche Versuche sind bei einer Temperatur von 25° im Ostwald'schem Thermostaten ausgeführt worden.

Das von Kahlbaum bezogene Brom, das nur Spuren von Cl und nicht flüchtigen Rückstand enthielt, wurde nach Stas [2]) in concentrierter KBr-Lösung gelöst und überdestilliert. Nach dem Trocknen mit P_2O_5 und BaO wurde es noch dreimal in Kältemischungen umkrystallisiert. In diesem Präparate konnte kein Chlor und auch kein

[1]) Krak. Akad. Anzeiger 1900.

[2]) Bender. Chemische Präparatenkunde B. I, s. 105.

Rückstand mehr nachgewiesen werden. Die peinliche Reinigung des Broms ist jedoch nicht unbedingt nöthig, denn die Versuche, die mit Kahlbaum'schem einmal umkrystallisierten Brom ausgeführt worden sind, gaben keine abweichenden Resultate.

Die organischen Stoffe sind mit $Ca\,Cl_2$ getrocknet und zweimal überdestilliert worden, und nur die mittleren Fraktionen verwendet.

Die anzuwendende Reactionsgleichung. Treten äquivalente Mengen Benzol und Brom in die Reaction ein, so ist leicht einzusehen [1]), dass die Versuchsergebnisse keiner Reactionsgleichung angepasst werden können, denn das Medium, in dem sich die Reaction abspielt, ist einer continuierlichen und schliesslich totalen Aenderung unterworfen. In je grösserem Ueberschuss die organischen Stoffe bei der Bromierung angewendet werden, desto näher schliessen sich die Versuche den Bedingungen der chemischen Dynamik an. Der grösste Theil meiner Versuche wurde mit Reactionsgemischen angestellt, die nach den Formeln $Br_2 + 3\,C_6\,H_6$, $Br_2 + 3\,C_6\,H_5\,Br$ etc. zusammengesetzt worden sind. Die bezeichneten Geschwindigkeitscoëfficienten weisen hier zwar beträchtlichere Abweichungen auf, als es bei anderen einfacheren dynamischen Fällen vorkommt; diesen Schwankungen kann leicht nachgeholfen werden, indem man den $C_6\,H_6$-Ueberschuss vermehrt, z. B. 5 oder 10 Aequivalente $C_6\,H_6$ anwendet; ich blieb jedoch bei der Aequivalentenzahl 3 stehen, um den Bedingungen möglichst nahe zu kommen, bei denen die Bromierung zu präparativen Zwecken ausgeführt wird.

Man dürfte vermuthen, dass in den Reactionsgemischen $Br_2 +$ $+ 3\,C_6\,H_6$, die Reaction nach der allgemeinen bimolecularen Gleichung

$$\frac{dx}{dt} = k_2'\,(a-x)\,(b-x)$$

und in Integralform

$$k_2' = \frac{1}{(a-b).\,t}\,ln\,\frac{(a-x)\,b}{(b-x)\,a} \quad (1)$$

verlaufen wird, oder, da die Werthe der Constante k'_2 nach der Formel (1) berechnet schon für den Fall $b/a = 3$ wenig von den

[1]) Krak. Akad. Anzeiger. L. Bruner. Dynamische Beobachtungen über die Bromierung des Benzols. 1900.

nach der monomolecularen Gleichung (2) $k_1 = 1/t \log \frac{a}{a-x}$ berechneten Werthen abweichen, und für $b/a = 10$ mit denselben identisch werden [1]), dass sich die Coefficienten k_1 nach der Formel (2) als constant erweisen werden. Dies ist jedoch nicht der Fall; vielmehr zeigen die k_1-Werthe einen sehr deutlichen absteigenden Gang, dagegen sind die k_2-Werthe nach der bimolecularen Gleichung für aequivalente Stoffmengen

$$\frac{dx}{dt} = k_2 (a-x)^2$$

$$k_2 = \frac{1}{t} \frac{a(a-x)}{x}$$

berechnet, mit genügender Genauigkeit constant. Es verhält sich also die überschüssige Benzol-, beziehungsweise Brombenzol-Menge als ein Lösungsmittel, das an der Reaction scheinbar nicht betheiligt ist. Als Belege hiefür können sämmtliche unten mitgetheilten Tabellen gelten, wo die bi- und monomolecularen Coëfficienten berechnet und angeführt sind. Eine von diesen Tabellen führe ich hier gleich an, um den ausgeprägten Unterschied in der Constanz beider Reihen k_1 und k_2 zu zeigen.

Tabelle I.

$Br_2 + 10 C_6H_6$. Katalysator: Jod.

Pro 1 gr. Br — 5·52 cm³ C_6H_6; 0·160 gr. Jod = 16°/₀; t — bedeutet Tage

t	a gr.	x gr.	x°/₀	k_1	k_2
1/4	0·647	0·197	30·5	0·6320	1·76
5/12	0·976	0·475	48·7	0·592	2·28
2/3	0·918	0·530	57·7		2·05
1	0·811	0·552	68·6	0·503	2·18
5/4	0·860	0·629	73·1	0·456	2·17
2	0·897	0·754	84·1	0·399	2·64
29/12	0·895	0·766	85·58	0·348	2·45
3	1·008	0·887	88·00	0·307	2·44
5	1·130	1·043	92·30	0·223	2·40
					2·26

[1]) Siehe Ostwald. Lehrbuch der allgemeinen Chemie II. 2. Th. p. 230.

Ein solches Verhältnis im Verlaufe der Bromierung steht, obwohl es den geläufigen kinetischen Auffassungen über den Mechanismus der Reactionen widerspricht, in der Literatur keineswegs vereinzelt da [1]).

Einfluss der im Benzolring substituierenden Gruppen. Ich liess C_6H_6, C_6H_5Br, C_6H_5Cl in Reactionsgemischen Br_2 + 3 Aeq. ohne Katalysatoren, wie auch in Anwesenheit gleicher Katalysatoren-Menge, nämlich 4% und 2% Jod (auf die anwesende Brommenge bezogen), bromieren. Nitrobenzol wird unter diesen Bedingungen überhaupt nicht bromiert. Jodbenzol konnte nicht untersucht werden, da seine Bromierungsproducte nicht genügend bekannt und aufgeklärt sind.

Die Versuchsergebnisse sind in den Tabellen II, III und IV angegeben.

Tabelle II.

$Br_2 + 3C_6H_6$

pro 1 gr. Br. — 1·65 cm³ C_6H_6. Kein Katalysator

t	a gr.	x gr.	x%	k_1	k_2
5	1·513	0·290	19·2	0·0185	0·0475
26	1·570	0·611	38·9	0·0082	0·0245
34	1·298	0·592	45·5	0·0078	0·0246
56	1·055	0·673	63·8	0·0079	0·0315
74	0·903	0·633	70·1	0·0071	0·0317
104	1·017	0·791	77·9	0·0063	0·0339
					0·0323

$Br_2 + 3C_6H_5Br$

pro 1 gr. Br. — 1·96 cm³ C_6H_5Br.

t	a gr.	x gr.	x%	k_1	k_2
4	0·688	0·026	3·78	0·0048	0·0098
12	0·643	0·056	8·45	0·0032	0·0077
21	0·878	0·126	14·3	0·0032	0·0079
41	1·027	0·259	25·2	0·0031	0·0082
106	0·986	0·383	38·8	0·0020	0·0060
150	1·008	0·525	52·1	0·0021	0·0072
					0·0078

[1]) Loth. Meyer. Zeit. phys. Chem. 2, 701. L. Bruner und St. Tołłoczko. Ueber die Geschwindigkeit der Esterbildung aus Benzoylchlorid und aliphatischen Alkoholen. Krak. Akad. Anzeiger 1899.

Tabelle III.

Katalysator: Jod

pro 1 gr. Br. — 0·040 gr. Jod = 4 % Jod.

$Br_2 + 3C_6H_6$

t	a gr.	x gr.	x %	k_1	k_2
$^1/_8$	0·498	0·265	53·2	2·638	8·93
$^1/_4$	0·660	0·435	65·9	1·869	7·72
$^3/_4$	0·713	0·609	85·4	1·114	7·80
1	0·734	0·652	88·8	0·951	7·93
$^5/_4$	0·975	0·898	92·10	0·882	9·24
2	1·762	1·673	94·94	0·648	9·38
					8·50

$Br_2 + 3C_6H_5Br$

t	a gr.	x gr.	x %	k_1	k_2
$^3/_4$	0·628	0·211	33·6		0·501
1	0·419	0·153	36·5	0·1972	0·575
3	0·608	0·298	49·0	0·0975	0·320
4	0·674	0·353	52·4	0·0806	0·278
6	0·732	0·426	58·2	0·0631	0·232
10	1·262	0·971	76·9	0·0636	0·333
					0·373

$Br_2 + 3C_6H_5Cl = HBr + p.\,C_6H_4ClBr.$

t	a gr.	x gr.	x %	k_1	k_2
$^2/_3$	1·049	0·365	34·8		0·801
1	0·980	0·403	41·1		0·699
$^{31}/_{24}$	0·844	0·424	50·24		0·78[illegible]
2	1·002	0·572	57·1		0·665
3	0·875	0·563	64·5		0·606
4	0·962	0·656	67·3		0·514
6	1·227	0·936	76·3		0·537
					0·658

Tabelle IV.

Katalysator: Jod

pro 1 gr. Br. — 0·020 gr. Jod = 2 % Jod

$Br_2 + 3C_6H_6$

t	a gr.	x gr.	x %	k_1	k_2
17/24	0·664	0·420	63·3	0·614	2·44
11/12	0·854	0·607	71·1	0·588	2·68
4/3	0·773	0·573	74·1	0·440	2·14
11/6	0·747	0·578	77·4	0·352	1·87
7/3	0·745	0·601	80·7	0·306	1·79
4	0·747	0·634	84·9	0·205	1·41
					2·06

$Br_2 + 3C_6H_5Br$

t	a gr.	x gr.	x %	k_1	k_2
1	1·043	0·266	25·5	0·1280	0 342
3	0·584	0·189	32·4	0·0567	0·160
7	0·603	0·277	45·9	0·0381	0·121
9	0·646	0·308	47·7	0·0312	0·101
12	0·622	0·327	52·6	0·0270	0·092
24	0·981	0·608	62·0	0·0175	0·068
					0·147 (?)

Die Constanz der Geschwindigkeitscoëfficienten ist bei den mit Benzol ausgeführten Versuchen viel besser, als bei den mit Brombenzol. Das Verhältnis der Geschwindigkeitscoëfficienten ist gleich:

$$\frac{K_{2\,C_6H_6}}{K_{2\,C_6H_5Br}}\ 0\,\%\ \text{Jod} = 4{\cdot}1$$

$$\frac{K_{2\,C_6H_6}}{K_{2\,C_6H_5Br}}\ 2\,\%\ \text{Jod} = \text{ca. } 13{\cdot}7\ ^{1)}$$

$$\frac{K_{2\,C_6H_6}}{K_{2\,C_6H_5Br}}\ 4\,\%\ \text{Jod} = 23.$$

Die Bromierung des Benzols wird viel mehr durch Jod-Zusatz beschleunigt, als die weitere Bromierung des Brombenzols. Die

[1]) Diese Zahl hat wegen der unsicheren Zahl im Nenner (0,147?) nur einen approximativen Werth.

Zweckmässigkeit der Anwendung des Jods für die präparative Darstellung des C_6H_5Br wird dadurch gerechtfertigt, obgleich es andere Katalysatoren giebt, die ungleich stärker wirksam sind als Jod.

Chlorbenzol wird 1,8 mal schneller als das Brombenzol bromiert. Man darf jedoch nicht ausseracht lassen, dass diese sämmtlichen Verhältniszahlen nur für die angegebene Brom- und Katalysator-Concentration Geltung haben können.

2. Ueber die katalytische Wirksamkeit der Bromüberträger.

Ueber die Wirksamkeit der Halogenüberträger sind nur einige systematische, meist qualitative Untersuchungen veröffentlicht worden. Nachdem von Aronheim auf die Wirksamkeit des $MoCl_5$ hingewiesen wurde, hat A. Page[1]) die Wirkung verschiedener Chloride bei der Chlorierung aromatischer Körper untersucht und gefunden, dass nur $MoCl_3$, $MoCl_5$, $FeCl_3$, $AlCl_3$, $TlCl$, $TlCl_3$ als Chlorüberträger wirken können. Die Wirkungsart ist auch von der Natur des zu chlorierenden Stoffes abhängig, indem z. B. $MoCl_5$ sehr wirksam gegen aromatische, aber total indifferent gegen Fettkörper gefunden worden ist.

Scheufelen[2]) hat die Wirkung der Eisensalze bei der Bromierung untersucht. Als die wirksamste Verbindung hat sich $FeCl_3$ erwiesen, indem durch seine Vermittelung rascher und bei niedrigerer Temperatur dieselben Bromsubstitutionsproducte gewonnen werden können, die man nur viel langsamer bei Anwendung von $FeBr_2$ und $FeBr_3$ erhält. Während der Reaction wird jedoch das Eisenchlorid verbraucht und in Eisenbromid umgewandelt; Chlorsubstitutionsproducte werden dabei nicht gebildet.

Auf die energische Wirkung des $AlCl_3$ und $AlBr_3$ hat Gustavson[3]) hingewiesen. Mit diesen Ueberträgern konnte er leicht alle Wasserstoffatome durch Brom verdrängen; so ist aus C_6H_6 — Perbrombenzol C_6Br_6, aus Mesitylen — das Tribrommesitylen $C_6Br_3(CH_3)_3$ erhalten worden.

Die diesbezüglichen Untersuchungen Willgerodt's[4]), der viele

[1]) Lieb. Ann. l. c.

[2]) Lieb. Ann. l. c.

[3]) Berichte Deut. Ch. Gesell. 10, 971; 11, 1841, 2151.

[4]) Zeit. fr. prak. Chemie 34, 264, 35.

Elemente als Halogenüberträger untersucht hat, sind mir nur im Referat zugänglich gewesen, so dass ich von einer Besprechung derselben absehen muss.

Keiner von den genannten Forschern hat jedoch die katalytische Wirksamkeit der Ueberträger quantitativ durch Ermittelung von Geschwindigkeitscoëfficienten zu bestimmen versucht. Ihre Versuche lassen sich auch zu diesem Zweck nicht verwerthen, da sie präparativen Zwecken nachkommend kein Gewicht auf die Erhaltung einer constanten Temperatur und auf die Homogenität des Reactionsgemisches gelegt haben.

In den unten angegebenen Tabellen sind die Geschwindigkeitscoëfficienten nach den Versuchsresultaten für eine Anzahl der wichtigsten Bromüberträger berechnet. Die Bestimmung der Geschwindigkeitscoëfficienten ist nicht für sämmtliche Ueberträger möglich, denn in den Fällen, wo der Katalysator im Reactionsgemische unlöslich ist, oder die Hauptreaction durch störende Nebenreactionen verdeckt wird, kann von der Anwendung dynamischer Gleichungen nicht die Rede sein.

Aluminiumsalze.

Sublimiertes, von Kahlbaum bezogenes $AlBr_3$ wies Spuren von Eisen auf; wurde jedoch als solches verwendet, da für die beobachteten Wirkungen die spurweisen Mengen $FeBr_2$ nicht von Belang gewesen sind. $AlBr_3$ ist in C_6H_6, C_6H_5Br und $C_6H_5NO_2$ leicht löslich: besonders die Lösungen in C_6H_6 und C_6H_5Br sind äusserst hygroskopisch, und Spuren von Feuchtigkeit zersetzen das $AlBr_3$ unter Bildung von Al_2O_3. Mit der Zeit bleiben sie auch nicht unverändert: die Lösung bräunt sich, und es entweicht Bromwasserstoff. Obgleich die Probierröhrchen sorgfältig im Trockenschranke getrocknet waren und zum Füllen eine mit $CaCl_2$ geschlossene Bürette angewendet wurde, konnte nicht in jedem Falle die Bildung des Al_2O_3-Niederschlages vermieden werden. Die Analyse der $AlBr_3$-Lösungen wurde durch Abdampfen mit einigen Tropfen HNO_3 und Glühen des Al_2O_3 ausgeführt.

Tabelle V.

$Br_2 + 3C_6H_6$

pro 1 gr. Br. — 0·0078 gr. $AlBr_3$. = 0·78% $AlBr_3$

t	a	x	x%	k_1	k_2
1/6	0·445	0·302	67·8	2·95	12·6
1/4	0·666	0·601	90·24	4·04	32·9
7/24	0·879	0·836	95·11	4·49	67·2
1/3	0·944	0·922	97·65	4·88	124·8

$AlBr_3$ ist wohl der stärkste aller Bromüberträger zu nennen, indem schon bei 0,78% $AlBr_3$ grössere Geschwindigkeitscoëfficienten, als für irgend welchen anderen Katalysator beobachtet worden sind. In der Tabelle V sind die Werthe k_2 jedoch keineswegs constant; denn während für k_2 sich die Schwankungen wie 10 : 1 verhalten, ist das Verhältnis der Schwankungen für k_1 nur wie 1,7 : 1. Die Reaction ist hier eher als eine monomoleculare zu betrachten, da — wie aus der Tabelle VI zu schliessen — das $AlBr_3$ auch äusserst energisch die weitere Einwirkung des Broms auf C_6H_5Br katalysiert.

$AlBr_3$ und C_6H_5Br.

Tabelle VI.

$Br_2 + 3\,C_6H_5Br$

t	a	x	x%	k_1	k_2
pro 1 gr. Br. — 0·0165 gr. = 1·65%. $AlBr_3$.					
1/8	0·505	0·268	53·10	2,6	9·04
1/4	0·934	0·832	89·10	3.8	32·70
19/24	1·011	0·973	96·24	1 3	32·40
pro 1 gr. Br. — 0·0110 gr. = 1·10% $AlBr_3$					
1/4	0·506	0·107	21·1		1·07
2	0 738	0·515	70·0		1·16
6	0·992	0·937	94·45		2·85

Auch hier bleiben die k_2-Werthe nicht constant, sondern zeigen einen aufsteigenden Gang: das $AlBr_3$, wie es auch die Versuche Gustavson's zeigen, katalysiert auch die fernere Einwirkung des Broms auf $C_6H_4Br_2$. $AlBr_3$ ist deshalb für die Fälle, wo es sich um stufenweise Bromierung, z. B. um die Darstellung des C_6H_5Br handelt, nicht geeignet. In einem Massen-Versuch, wo ich bei

Zimmertemperatur 152 gr. C_6H_6 mit der aequivalenten tropfenweise zugefügten Menge Brom (305 gr.) bei Gegenwart von 5,0 gr. Al bromiert habe, erhielt ich nur 109 gr. C_6H_5, also eine Ausbeute von 35,7%, die um vieles geringer ist als die Ausbeute, welche man bei Anwendung von Jod oder Eisen erzwingen kann.

$AlBr_3$ und $C_6H_5NO_2$. $AlBr_3$, das so energisch die Wirkung des Broms auf C_6H_6 und C_6H_5Br unterstützt, ist bei der Bromierung des Nitrobenzols ganz wirkungslos. Die Reactionsgemische $Br_2 + 3C_6H_5NO_2$ zeigen auch bei Gegenwart von 34% $AlBr_3$ nach dreimonatlicher Bromierung einen geringfügigen Bromverlust (ca. 9%), der wohl dem Eisengehalt im $AlBr_3$ zugeschrieben werden muss.

Aus den Lösungen von $AlBr_3$ in $C_6H_5NO_2$, besonders wenn sie concentriert sind, scheidet sich nach einiger Zeit ein strohgelber fester Körper aus und die Lösung nimmt eine ölige Consistenz an. Von überschüssigem $C_6H_5NO_2$ abgepresst und getrocknet, wurde der abgeschiedene feste Stoff in der Weise analysiert, dass abgewogene Proben mehrere Male mit Wasser im Platintiegel abgedampft wurden, um das $C_6H_5NO_2$ zu vertreiben, und der zurückgebliebene Niederschlag geglüht und gewogen; ich erhielt aus

0·1525 gr.	0·0150 gr. Al_2O_3	= 51·5% $AlBr_3$
0·0910 „	0·0092 „ Al_2O_3	= 53·0% „
		52·2% $AlBr_3$

Die Formel $AlBr_3 . 2C_6H_5NO_2$ verlangt 52,05% $AlBr_3$. Wir haben es also mit einer Molecularverbindung des $AlBr_3$ mit $C_6H_5NO_2$ zu thun. Da solche Molecularverbindungen des $AlBr_3$ mit Benzol und Toluol nach Gustavson eine wichtige Rolle in der Theorie der Bromübertragung spielen sollen, so ist es nicht uninteressant zu bemerken, dass die Bildung von Molecularverbindungen keineswegs in allen Fällen als genügende Bedingung für die Bromübertragung angesehen werden darf.

$AlCl_3$. Frisch dargestelltes $AlCl_3$ zeigte sich in C_6H_6 und C_6H_5Br unlöslich. Wird festes $AlCl_3$ dem Benzol und Brombenzol zugesetzt, so werden sie, wie bekannt, äusserst energisch bromiert. $AlCl_3$ ist also ebenso wie $AlBr_3$ zu den stärksten Bromüberträgern zu rechnen. Quantitative Versuche sind wegen der unvermeidbaren Inhomogenität des Mediums nicht angestellt worden.

Im Nitrobenzol ist $AlCl_3$ sehr leicht und reichlich löslich. Die Lösungen werden aber auch bei Gegenwart von 50% $AlCl_3$ von

Brom nicht angegriffen [1]). Die Bildung molecularer Additionsproducte wurde nicht wahrgenommen.

Eisensalze.

FeBr₂. Eisenbromür wurde durch Einwirkung von Brom auf reinen Clavierdraht dargestellt und wurde in Gestalt grünlichbrauner krystallinischer Tafeln, die nicht sehr hygroskopisch sind, erhalten. Es löste sich klar und ohne unlöslichen Rückstand in Wasser auf; in der Lösung sind nur Spuren von Eisenbromid nachzuweisen. In C_6H_6, $C_6H_5NO_2$ löst sich $FeBr_2$ sehr leicht auf; viel schwerer in C_6H_5Br. Die Analyse der Lösungen wurde durch Abdampfen und Ausglühen des zurückbleibenden Fe_2O_3 ausgeführt.

Tabelle VII.

$Br_2 + 3C_6H_6$. Katalysator $FeBr_2$.

pro 1 gr. Br. – 0·0093 gr. = 0·93% $FeBr_2$

t	a	x	x%	k_1	k_2
1/4	0·663	0·194	29·3	0·602	1·66
3/4	0·445	0·251	56·4	0·481	1·72
7/4	0·778	0·514	66·1	0·252	1·10
2	0·647	0·445	68·7	0·268	1·12
3	0·790	0·656	83·0	0·283	1·63
4	0·794	0·687	86·5	0·217	1·60
5	0·899	0·785	87·2	0·178	1·36
					1·45

pro 1 gr. Br. – 0·0030 gr. = 0·30% $FeBr_2$

t	a	x	x%	k_1	k_2
0·764	0·627	0·196	31·3	0·213	0·597
1	0·871	0·294	33·8	0·179	0·516
2	0·491	0·218	44·4	0·127	0·400
3	0·646	0·308	47·7	0·097	0·304
4	0·917	0·503	54·8	0·086	0·304
5	1·779	1·117	65·6	0·093	0·381
7	1·434	1·064	74·2	0·084	0·411
					0·42

[1]) Auch als Chlorüberträger gegen Nitrobenzol ist $AlCl_3$ sehr wenig wirksam. S. A. Page. Lieb. Ann. l. c.

pro 1 gr. Br. — 0·0015 gr. = 0·15% $FeBr_2$

t	*a*	*x*	*x*%		k_2
2	0·465	0·178	38·3	0·105	0·310
3	0·566	0·248	43·8	0·083	0·260
4	0·716	0·361	50·4	0·076	0·254
6	0·679	0·375	55·2	0·058	0·205
7	0·929	0·600	64·5	0·064	0·259
9	1·177	0·791	67·3	0·054	0·229
					0·25

Wie aus der Tabelle ersichtlich, ist die katalytische Wirksamkeit des $FeBr_2$ mit einer Annäherung von 10—15% proportional der Concentration des Katalysators. $FeBr_2$ ist viel weniger wirksam als die Aluminiumsalze.

Nitrobenzol wird bei 25° mit $FeBr_2$ nur verschwindend langsam bromiert [1]).

$FeCl_3$. Eisenchlorid löst sich in C_6H_6, C_6H_5Br, $C_6H_5NO_2$ leicht auf. Die Lösungen, besonders in C_6H_6 sind äusserst hygroskopisch. Ich habe mit $FeCl_3$ einige Reihen von Versuchen angestellt; doch verzichte ich hier auf die Wiedergabe der Resultate, da hier keine constanten Geschwindigkeitscoëfficienten erhalten werden können, denn während der Reaction setzt sich das $FeCl_3$ mit HBr zu $FeBr_3$ um [2]). In dem quantitativen Verlaufe der Reaction tritt dies am deutlichsten beim Nitrobenzol auf.

Tabelle VIII.

$Br_2 + 3\ C_6H_5NO_2$. Katalysator $FeCl_3$.

pro 1 gr. Br. — 0·1495 gr. = 14·95% $FeCl_3$

2	0·643	0·197	30·6	
3	0·543	0·207	38·1	
4	0·657	0·267	40·6	
5	0 845	0·375	44·4	
7	0·733	0·343	46·8	
10	0·760	0·420	55·3	= 54·9%
13	0·765	0·411	53·7	
18	1·039	0·570	54·8	

[1]) Scheufelen. Lieb. Ann. l. c.

[2]) Scheufelen l. c.

Die Reaction wird bei 54.9% umgewandelten Broms gehemmt, offenbar weil bereits alles $FeCl_3$ in $FeBr_3$ umgesetzt worden ist, und das $FeBr_3$ bei der Versuchstemperatur nur eine unmerkliche Beschleunigung der Reaction $Br_2 + C_6H_5NO_2$ hervorrufen kann.

Antimonverbindungen.

$SbCl_3$ und $SbBr_3$ lösen sich in Benzol sehr leicht auf.

Tabelle IX.

$Br_2 + 3\,C_6H_6$. Katalysator $SbCl_3$.

pro 1 gr. Br. 0·040 gr. = 4% $SbCl_3$.

t.	a	x	x%	k_2.
1	0·638	0·223	34·9	0·536
3	0·757	0·371	49·0	0·320
4·21	0·968	0·499	51·6	0·253
6	0·749	0·404	53·9	0·195
8	0·940	0·578	61·6	0·201
12	0·735	0·475	64·6	0·152
15	0·991	0·681	68·6	0·146

Tabelle X.

$Br_2 + 3\,C_6H_6$. Katalysator $SbBr_3$.

pro 1 gr. Br. — 0·040 gr. = 4% $SbBr_3$.

5	0·692	0·282	40·74	0·137
7	0·738	0·348	47·2	0·119
10	0·610	0·303	49·7	0·099
13	0·635	0·333	52·5	0·085
18	0·849	0·497	58·5	0·078
22	0·945	0·606	64·1	0·081
23	1·124	0·770	68·5	0·094
				0·099

Die Geschwindigkeitscoëfficienten für $SbCl_3$ zeigen einen abweichenden Gang, der wohl wie bei den Versuchen mit $FeCl_3$ der Umwandlung des $SbCl_3$ in schwächer wirkendes $SbBr_3$ zugeschrieben werden muss. Denn für $SbCl_3$ schwanken die Constanten von 0,54 bis 0,15, während sie für $SbBr_3$ im Mittel = 0.1 gleich sind.

Phosphor-Verbindungen.

Halogen-Verbindungen des Phosphors finden die mannigfaltigste Anwendung zum Ersatz von Hydroxylgruppen gegen Cl oder Br. Dies ist jedoch keine katalytische Reaction, sondern eine Umsetzung nach der Formel z. B.

$$PCl_3 + 3\,R.CO\,OH = 3\,R.CO\,Cl + P(OH)_3.$$

PCl_3 und PBr_3 wirken jedoch auch katalytisch auf die Bromierung des Benzols ein: in einem Massen-Versuch aus 20 gr. C_6H_6 bei Gegenwart von 5% PCl_3 erhielt ich mit 30 gr. Br glatt 13,1 gr. reines Brombenzol. Der zeitliche Verlauf der Bromierung bei Gegenwart von PCl_3 und PBr_3 weist interessante Einzelheiten auf, wie aus den Tabellen zu ersehen ist.

Tabelle XI.

$Br_2 + 3\,C_6H_6$. Katalysator PCl_3.

pro 1 gr. Br. — 0·040 gr. = 4% PCl_3.

t	a	x	x%
1	0·581	0·197	33·9
3	0·591	0·201	33·9
5	0·671	0·261	37·4
15	0·785	0·274	34·8
26	0·903	0·408	41·5
176	1·065	0·651	61·1 [1])

Tablica XII.

$Br_2 + 3\,C_6H_6$. Katalysator PBr_3.

pro 1 gr. Br. — 0·040 gr. = 4% PBr_3.

2	0·531	0·189	35·6
5	0·663	0·248	37·5
8	0·629	0·232	37·0
11	0·654	0·230	35·0
21	0·911	0·343	37·6
107	0·735	0·385	52·0 [1])

[1]) Die langdauernden Versuche sind während der eingetretenen Ferien der Zimmertemperatur überlassen worden.

Nachdem bereits in kürzester Frist ca. $^1/_3$ des Benzols bromiert worden ist, wird die Reaction ausserordentlich verlangsamt, was bei den bestehenden Temperatur- und Druckverhältnissen in der Lösung auf die Bildung stabiler Molecularverbindungen hindeutet. Solche Verbindungen sind auch thatsächlich beobachtet worden: wird zum Benzol PCl_3-haltiges Brom zugesetzt, so scheidet sich ein weisslicher krystallinischer Niederschlag aus, der nur allmählich verschwindet und als eine Molecularverbindung angesehen werden muss, da seine Bildung keineswegs von einem massenhaften Entweichen von HBr begleitet wird.

Thallium-Salze.

Da von A. Page[1]) die Wirksamkeit der Thallium-Salze bei der Chlorierung nachgewiesen wurde, so vermuthete ich, dass sie auch bei der Bromierung wirksam sein würden. Dies ist in der That der Fall. TlCl ebenso wie auch metallisches Tl unterstützen sehr heftig die Bromierung des C_6H_6 und C_6H_5Br und schliessen sich in dieser Hinsicht den Aluminiumsalzen am nächsten an. Auf $C_6H_5NO_2$ wirken sie viel schwächer ein. Da das TlCl im Reactionsgemisch sich unlöslich zeigte, sind keine quantitativen Versuche über diesen Bromüberträger angestellt worden.

Chrom-Salze.

Weder sublimiertes $CrCl_3$, noch metallisches Cr wiesen eine katalytische Wirkung bei der Bromierung auf.

Jod.

Als Halogenüberträger ist das Jod am längsten bekannt[2]). Die Versuche mit diesem Katalysator geben wegen seiner leichten Handhabung die genauesten Resultate; mit ihm sind deshalb auch Versuche in den Reactionsgemischen $Br_2 + 5C_6H_6$ und $Br_2 + 10C_6H_6$ angestellt worden, um über den Einfluss der Brom- und Katalysator-Concentration zu entscheiden.

[1]) Lieb. Ann. l. c.

[2]) H. Müller. Zeit. für Chemie 1862, 100.

Tabelle XIII.

$Br_2 + 3\,C_6H_6$. Katalysator: Jod

pro 1 gr. Br. — 0·040 gr. = 4·0% Jod:

t	a	x	x%	k_1	k_2.
1/8	0·498	0·265	53·2	2·638	8·93
1/4	0·660	0·435	65·9	1·869	7·72
3/4	0·713	0·609	85·4	1·114	7·80
1	0·734	0·652	88·8	0·951	7·93
5/4	0·975	0·898	92·1	0·882	9·24
2	1·762	1·673	94·94	0·65	9·38
					8·50

pro 1 gr. Br. — 0·020 gr. = 2·0% Jod:

17/24	0·664	0·420	63·3	0·614	2·44
11/12	0·854	0·607	71·1	0·588	2·68
4/3	0·773	0·573	74·1	0·440	2·14
11/6	0·747	0·578	77·4	0·352	1·87
7/3	0·745	0·601	80·7	0·306	1·79
4	0·747	0·634	84·9	0·205	1·41
					2·06

pro 1 gr. Br. — 0·0113 gr. = 1·13% Jod:

1	0·565	0·153	27·1	0·137	0·372
11/6	0·675	0·225	33·3	0·096	0·273
3	0·525	0·235	44·8	0·086	0·270
4	1·049	0·559	53·3	0·083	0·238
5	0·667	0·371	55·6	0·070	0·250
6	1·255	0·735	58·5	0·064	0·235
7	0·854	0·551	64·2	0·064	0·256
8	1·297	0·852	65·6	0·058	0·238
					0·266

pro 1 gr. Br. — 0·0054 gr. = 0·54 % Jod:

t	a	x	x %	k_1	k_2.
1	0·729	0·112	15·4	0·073	0·182
2	0·833	0·198	23·8	0·059	0·156
3	0·926	0·304	32·8	0·057	0·163
4	1·338	0·465	34·8	0·046	0·138
5	1·272	0·506	39·7	0.044	0·132
7	0·444	0·204	46·0	0·038	0·122
8	0·894	0·421	47·1	0·035	0·111
11	1·257	0·660	52·5	0·029	0·100
					0·138

Tabelle XIV.

$Br_2 + 3\,C_6H_5Br$. Katalysator: Jod

pro 1 gr. Br. -- 2·75 cm³ C_6H_6 0·0533 gr. = 5·33 % Jod:

3/4	1·518	0·696	45·8	0·355	1·13
1	1·324	0·706	53·3	0·331	1·14
7/4	1·683	1·156	68·7	0·288	1·27
2	1·072	0·761	71·0	0·269	1·22
3	1·633	1·304	79·8	0·232	1·32
5	1·981	1·772	89·44	0·195	1·69
					1·29

pro 1 gr. Br. — 0·020 gr. = 2·0 % Jod:

3/4	0·554	0·102	19·5	0·126	0·324
1	1·148	0·333	29·0	0·149	0·409
2	0·497	0·204	41·0	0·115	0·347
3	1·127	0·517	45·9	0·089	0·283
4	1·189	0·628	52·9	0·082	0·281
5	1·373	0·822	60·0	0·079	0·300
6	1·341	0·867	64·4	0·075	0·301
7	1·500	1·013	67·5	0·070	0·297
					0·314

$Br_2 + 5\,C_6\,H_6$

pro 1 gr. Br. — 0·0113 gr. = 1·13% Jod:

t	a	x	$x\%$	k_2
1	1·268	0·107	8·44	0·092
3	0·384	0·073	19·00	0·078
6	0·571	0·160	28·00	0·065
8	0·587	0·179	30·5	0·055
10	1·274	0·530	41·6	0·071
16	1·354	0·668	49·6	0·062
				0 070

Tabelle XV.

$Br_2 + 10\,C_6\,H_6$. Katalysator: Jod

pro 1 gr. Br. - 5·52 cm^3 $C_6\,H_6$. — 0·2810 gr. = 28·10% Jod:

1/8	1·371	0·668	48·7		7·60
11/48	1·081	0·690	63·8		7·65
13/48	1·326	0·917	69·1		8·23
1/3	1·465	1·050	71·7		7·62
2/3	1·351	1·100	81.4		6·57
1	1·260	1·107	87·9		**7·53**
5/4	1·157	0·975	84·4		
2	1·599	1·361	85·1	85·7%	
3	1·513	1·294	85·5		
4	1·592	1·365	85·7		

pro 1 gr. Br. — 0·2107 gr. = 21·07% Jod:

1/6	0·903	0·363	40·1		4·02
1/4	1·734	0·914	52·7		4·45
3/4	1·392	1·060	76·2		4·28
1	1·564	1·263	80·8		4·11
7/4	1·989	1·713	86·0		4·09
2	1·930	1·661	86·0		**4·21**
3	2·257	1·992	88·3	87·5%	
3,8	1·959	1·726	88·1		

pro 1 gr. Br. — 0·160 gr. = 16·0% Jod.

t	a	x	x%	k_2.
$^1/_4$	0·647	0·197	30·5	1·76
$^5/_{12}$	0·976	0·475	48·7	2·28
$^2/_3$	0·918	0·530	57·7	2·05
1	0·811	0·552	68·6	2·18
$^5/_4$	0·860	0·629	73·1	2·17
2	0·897	0·754	84·1	2·64
$^{29}/_{12}$	0·895	0·766	85·58	2·46
3	1·008	0·887	88·00	2·44
5	1·130	1·043	92·30	2·40
				2·26

pro 1 gr. Br. — 0·1405 gr. = 14·05% Jod:

$^9/_{24}$	1·682	0·592	35·2	1·45
$^{19}/_{24}$	1·672	0·855	51·1	1·32
1	1·621	0·918	56·6	1·30
$^{31}/_{24}$	0·829	0·530	63·9	1.37
2	1·909	1·424	74·6	1·47
$^{67}/_{24}$	1·832	1·490	81·3	1·55
5	1·687	1·506	89·2	1·65
				1·44

pro 1 gr. Br. — 0·1107 gr. = 11·07% Jod:

1	1·187	0·574	48·4	0·94
3	0·842	0·631	75·0	1·00
7	0·466	0·415	88·9	1·14
8	0·960	0·866	90·0	1·125
				1·05

Die Versuche mit den Reactionsgemischen $Br_2 + 10C_6H_6$ zeigen eine so vortreffliche Constanz der Geschwindigkeitscoëfficienten k_2, dass hier unzweideutig eine bimoleculare Reaction vorliegt. Je grösser der Ueberschuss des C_6H_6 ist, desto langsamer erfolgt die Bromierung, denn da die Reaction in Benzollösung erfolgt, so ist die active Masse des Benzols in allen Versuchen dieselbe, die active Masse des Broms, folglich auch die Reactionsgeschwindigkeit, wird aber durch das Verdünnen verkleinert.

Das Verhältnis der Geschwindigkeitscoëfficienten für die Reactionsgemische $Br_2 + 3C_6H_6$ und $Br_2 + 5C_6H_6$ hängt aber auch von der Menge des Katalysators ab. Ohne Katalysator lassen sich die Zahlen nicht vergleichen, denn in $Br_2 + 5C_6H_6$ erfolgt bereits die Bromierung viel zu langsam, um bequem gemessen werden zu können:

$$\frac{K_{2\,3C_6H_6}}{K_{2\,5C_6H_6}}\ 2\,\%\ \text{Jod} = 6{\cdot}6$$

$$\frac{K_{2\,3C_6H_6}}{K_{2\,5C_6H_6}}\ 1{\cdot}13\,\%\ \text{Jod} = 4{\cdot}0.$$

Bei verschiedener Concentration hat also dieselbe Jodmenge eine verschiedene Wirkung.

Der Einfluss der Katalysatoren-Concentration auf die Reactionsgeschwindigkeit ist aus der Tabelle XVI zu ersehen, wo unter I — das Verhältnis der Jodmengen, unter II — das Verhältnis der entsprechenden Geschwindigkeitscoëfficienten, unter α — das Verhältnis beider Reihen angegeben ist. Der Rechnung ist die kleinste Jodconcentration und der kleinste k_2-Werth zu Grunde gelegt.

Tabelle XVI.

I (I/I_0)	II (K/K_0)	α (II/I)
	$Br_2 + 3\,C_6H_6$.	
$\frac{0{\cdot}113}{0{\cdot}054} = 2{\cdot}1$	$\frac{0{\cdot}266}{0{\cdot}138} = 1{\cdot}9$	0·9
$\frac{0{\cdot}200}{0{\cdot}054} = 3{\cdot}7$	$\frac{2{\cdot}060}{0{\cdot}138} = 14{\cdot}7$	4·0
$\frac{0{\cdot}400}{0{\cdot}054} = 7{\cdot}4$	$\frac{8{\cdot}50}{0{\cdot}138} = 62$	8·4
	$Br_2 + 5\,C_6H_6$.	
$\frac{2{\cdot}0}{1{\cdot}13} = 1{\cdot}8$	$\frac{0{\cdot}314}{0{\cdot}0705} = 4{\cdot}5$	2·5
$\frac{5{\cdot}33}{1{\cdot}13} = 4{\cdot}7$	$\frac{1{\cdot}295}{0{\cdot}0705} = 18{\cdot}4$	3·9

I (I/I_0)	II (K/K_0)	$\varkappa$ (II/I)
	$Br_2 + 10\,C_6H_6$.	
$\frac{10{\cdot}05}{11{\cdot}07} = 1{\cdot}27$	$\frac{1{\cdot}44}{1{\cdot}05} = 1{\cdot}37$	1·1
$\frac{16{\cdot}0}{11{\cdot}07} = 1{\cdot}45$	$\frac{2{\cdot}26}{1{\cdot}05} = 2{\cdot}15$	1·5
$\frac{21{\cdot}1}{11{\cdot}07} = 1{\cdot}9$	$\frac{4{\cdot}21}{1{\cdot}05} = 4{\cdot}0$	2·1
$\frac{28{\cdot}1}{11{\cdot}05} = 2{\cdot}53$	$\frac{7{\cdot}53}{1{\cdot}05} = 7{\cdot}17$	2·8

Zwischen den Geschwindigkeitscoëfficienten und den entsprechenden Jod-Concentrationen ist keine Proportionalität vorhanden; vielmehr wachsen jene viel schneller als diese: die Zahlen sub $\varkappa$ haben alle einen aufsteigenden Gang.

Das Wasser.

Wird dem Reactionsgemische $Br_2 + 3C_6H_6$ 0,5 cm H_2O pro 1 gr. Br zugesetzt, so erhält man Geschwindigkeitscoëfficienten, die ca. 2 mal grösser sind, als die, die man ohne Zusatz von Wasser erhält. Die Beschleunigung ist viel zu gering, um das Wasser als einen Bromüberträger zu bezeichnen; doch lässt sich wohl sagen, dass für präparative Zwecke — wenn man nicht mit hygroskopischen Stoffen bromiert, also z. B. durch Zusatz von Jod — das peinliche Trocknen der Stoffe nicht rathsam ist.

Die Ergebnisse der Versuche über die katalytische Wirksamkeit der Bromüberträger lassen sich folgendermassen zusammenfassen:

1) Die katalytische Wirksamkeit der Ueberträger ist individuell, d. h. auch von der Natur des zu bromierenden Körpers abhängig.

2) Die Aufstellung einer allgemeinen Scala katalytischer Wirksamkeit der Ueberträger ist daher unmöglich. Für C_6H_6 und C_6H_5Br würde sie sich in folgender Weise gestalten: 1) Aluminium-, 2) Thallium-, 3) Eisensalze, 4) Jod, 5) Antimon-, 6) Phosphor-Halogene.

Die Theorien der Katalyse, insbesondere der Bromübertragung.

In formaler Hinsicht wird die Katalyse als eine positive oder negative Beschleunigung der Reactionen, hervorgerufen durch Stoffe,

die durch den Verlauf der Reaction nicht geändert werden, definiert. Auf Grund obiger Definition lassen sich leicht die entsprechenden dynamischen Gleichungen entwickeln; dies ist auch von Ostwald [1]) ausführlich geschehen. Ueber die Art und Weise aber, wie die katalytischen Wirkungen zur Geltung kommen, besitzen wir nur Vermuthungen, die meistens eines experimentellen Nachweises entbehren. Es liessen sich vielleicht die katalytischen Wirkungen in einige Gruppen sondern, die durch verschiedene Merkmale gekennzeichnet werden können.

1) Katalyse im engeren Sinne. Hier sind die Fälle zuzurechnen, bei denen die Reaction sich in absolut homogenem Medium abspielt, und die Annahme irgend welcher Zwischenreactionen zwischen dem Katalysator und den reagierenden Stoffen höchst unwahrscheinlich erscheint. Derartige Fälle sind experimentell am besten, theoretisch aber am wenigsten untersucht worden. Als Beispiele seien angeführt die Inversion des Rohrzuckers durch Wasserstoffionen, die Katalyse des Methylacetats und einige in letzter Zeit untersuchten Erscheinungen [2]). In allen diesen Fällen sind die Geschwindigkeitscoëfficienten proportional den Concentrationsänderungen des Katalysators.

2) Eigentliche Contactwirkungen. Hier ist erstens die Wirkung der Metalle entweder in fester Form, oder in Form kolloidaler Lösungen auf Reactionen, wie die Synthese des Wassers, des Schwefelsäureanhydrits, die Zerlegung des Wasserstoffsuperoxyds, ferner der Einfluss der Glaswände auf die Geschwindigkeit gasförmiger Reactionen zuzurechnen [3]). In diesen Fällen ist keine Proportionalität zwischen den Geschwindigkeitscoëfficienten und den Concentrationen des Katalysators mehr vorhanden, und die von verschiedenen Forschern berechneten Verdünnungsformeln gelten nur für die genau angegebenen Fälle und Concentrationsgebiete. Für solche Katalyse in nicht homogenem Medium ist offenbar die ungeheure Vergrösserung der Contact-Oberfläche und die dort wirkende Oberflächenspannung von grösstem Belang; dass sie aber nicht entscheidend sind, folgt unter anderem aus der schönen Unter-

[1]) Handbuch der allgem. Chemie II, 2, S. 262.

[2]) S. Bigelow. Zeit. phys. Chem. 26, 523. Th. Price. Zeit. phys. Ch. 27, 495.

[3]) Van't Hoff-Cohen. Studien zur chemischen Dynamik.

suchung Bredig's und Müller v. Berneck's[1]. Auch kann wohl die Löslichkeit der reagierenden Stoffe in der katalysierenden Substanz und die grössere Reactionsgeschwindigkeit im neuen Medium mitwirken.

3) Katalyse durch vermittelnde Reactionen. Unter diesem Namen sind die Fälle zu verstehen, wo die Reactionbeschleunigung hervorgerufen werden kann durch vermittelnde Reactionen zwischen dem Katalysator und den reagierenden Stoffen. Diese Auffassungsart der Katalyse wurde öfters auf alle katalytischen Erscheinungen — und zwar, wie mir scheint, unrichtig — ausgedehnt.

Von den Fällen, die zu dieser Kategorie gezählt werden können, seien z. B. erwähnt: die Untersuchungen Bertrand's über die Oxydation organischer Stoffe bei Gegenwart von Mangansalzen[2], Ochs' über die Oxydation der schwefligen Säure bei Gegenwart von Eisen-Salzen[3] und v. anderen. Aber auch in den Fällen, wo sie plausibel erscheint, ist die Hypothese der vermittelnden Reaction nicht einwandfrei experimentell begründet worden. Soll die Einwirkung von *A* auf *B* durch die Gegenwart von *C* dadurch beschleunigt werden, dass sich *A* mit *C* verbindet, und die entstandene Verbindung weiter auf *B* reagiren kann, nach den Schemata

$$A + C = AC \quad . \; . \; . \; (1)$$
$$AC + B = AB + C \quad . \; . \; . \; (2),$$

so müsste experimentell nicht nur die Möglichkeit beider Reactionen nachgewiesen, sondern auch ihre Geschwindigkeiten einzeln gemessen und ihre Summe gleich der bei der unmittelbaren Katalyse beobachteten gefunden worden. Solche Untersuchungen sind für keinen der bekannten Fälle bisher ausgeführt worden.

Der Einfluss der Concentration des Katalysators auf die Reactionsgeschwindigkeit kann etwas Licht auf den Mechanismus der Katalyse wohl werfen. Sind vermittelnde Reactionen vorhanden, so wird die katalytische Wirksamkeit des Katalysators durch die Geschwindigkeiten dieser Reactionen, die von der Concentration des Katalysators in mannigfaltigster Weise — je nach der Reactions-Ordnung — abhängig sein können, bedingt, und es ist un-

[1]) Zeits. phys. Chemie 31, 341.
[2]) Comp. Rendus 124, 1355.
[3]) Inaug.-Disser. Göttingen 1895.

wahrscheinlich auf eine einfache Abhängigkeit beider Grössen (Katalysator-Concentration und Reactionsgeschwindigkeit) zu stossen. Wird daher die Reactionsgeschwindigkeit durch die Concentrationsänderungen des Katalysators für jeden derselben in verwickelter und individuell verschiedener Weise beeinflusst, so deutet ein solches Verhalten auf das Vorhandensein vermittelnder Reactionen.

Ein solches Verhalten ist für die Bromüberträger aus den früher mitgetheilten Tabellen ersichtlich, und es wird dadurch die am meisten für diesen Fall verbreitete Hypothese vermittelnder Reactionen [1]) verstärkt. Beruht die Wirkungsart des Jods auf der Bildung von JBr, das unter der Einwirkung des bromierenden Stoffes das Brom abspaltet, indem das Jod sich mit neuen Mengen von Br verbindet, so wird die katalytische Wirksamkeit des Jods in erster Reihe durch die Geschwindigkeits- und Gleichgewichtsverhältnisse der Reaction $J_2 + Br_2 = 2JBr$ bedingt, die aber in Benzollösung wegen der störenden Reaction der Bromierung des C_6H_6 gar nicht untersucht werden können. Indem ich mir zu diesem Zweck das Studium dieser Reaction in passendem Lösungsmittel vorbehalten möchte, habe ich einige Versuche angestellt, die wohl nicht als absoluter Beweis, wohl aber als eine Stütze dieser Hypothese angesehen werden können. Beruht die katalytische Wirkung des Jods auf der Bildung des JBr, so muss fertiges JBr reactionsfähiger gegen Benzol sein, als eine entsprechende Mischung beider Elemente in der Lösung. Da nach der Formel JBr pro 1 gr. Br — 1,586 gr. Jod anzuwenden ist und diese Menge sich in $10C_6H_6$ (5,52 cm.^{3}) bei 25^0 nicht mehr auflösen kann, so sind die Versuche in Reactionsgemischen nach den Formeln $Br_2 + 30C_6H_6$ (pro 1 gr. Br — 16,6 cm.^{3} C_6H_6) und $2JBr + 30C_6H_6$ angestellt worden. Nach viertägiger Einwirkung ist erhalten worden:

aus JBr [2]) (1,982 gr. JBr + 12,60 cm.^{3} C_6H_6) — 0,348 gr. Brom-Verlust = 45,4%

aus $Br_2 + J_2$ (1,212 gr. Br. + 1,918 gr. Jod + 20,60 cm.^{3} C_6H_6) — 0,241 gr. Brom-Verlust = 19,8%.

Fertiges Bromjod wirkt also schneller bromierend, als die entsprechende Mischung beider Elemente. Auch das unerwartete

[1]) S. Gatterman. Praxis des organischen Chemikers. IV. Aufl. 232.

[2]) Nach Bornemann dargestellt. Lieb. Ann. 189, 183.

Ergebnis, dass in den Versuchen $Br_2 + 10C_6H_6$ bei Gegenwart von grossen Mengen Jod (s. Tabelle XV) die sehr schnelle Reaction zum Stillstand kommt, der annähernd für Brom und Jod dem Mengenverhältnis J : Br = 1,586 entspricht, lässt sich wohl am leichtesten durch die Bildung einer unter diesen Bedingungen stabilen Verbindung beider Elemente deuten.

Die Wirkung der Aluminiumsalze wird den von Gustavson[1] für C_6H_6 und C_7H_8 entdeckten Additionsproducten zugeschrieben: eine Annahme, die auch wohl durch die grossen Unterschiede in der Reactionsgeschwindigkeit durch Concentrationsänderungen des Katalysators gestützt wird. Doch darf nicht vergessen werden, dass Stoffe, wie das Nitrobenzol, Additionsproducte mit $AlBr_3$ eingehen können, ohne dass sie dadurch die Fähigkeit von Aluminiumsalzen katalysiert zu werden erlangen. Die allgemeine Brauchbarkeit der Hypothese der vermittelnden Bildung von organischen Aluminiumverbindungen wird offenbar dadurch sehr beschränkt.

Ueber die Wirkungsart der Eisensalze sind wir noch vollkommen im Dunkeln. Wenn aber in einem so vortrefflichen Lehrbuch, wie es die „Praxis“ Gattermann's ist, sich dennoch eine Hypothese erwähnt findet[2], die doch durch die directen Versuche A. Page's[3] widerlegt worden ist, so möge dies als Beispiel gelten, mit welcher Vorliebe im Gebiete der Katalyse Hypothesen ersonnen werden, die jeder experimentellen Stütze entbehren. Die annähernde Proportionalität der Katalysator-Concentration und der Reactionsgeschwindigkeit scheint aber anzudeuten, dass wir es hier vielleicht mit einer Erscheinung, die wir als Katalyse im engeren Sinne bezeichneten, zu thun haben.

Von den vielen bisher untersuchten Fällen von Katalyse, scheint mir die durch Jod hervorgerufene Bromierungskatalyse ein sehr passendes Beispiel zu sein, um zu versuchen die katalytische Theorie der vermittelnden Reactionen genau durchzuführen. Trotz des unbequemen Handhabens des Broms liefert sie bei grossen Verdünnungen sehr präcise Resultate, und die Katalysator-Menge braucht nicht wie in den meisten anderen Fällen eine verschwindend kleine zu sein. Mit dieser Untersuchung wird in nächster Zeit weiter fortgeschritten.

[1] Ber. Deut. Chem. Gesellsch. l. c.
[2] Gatterman, Praxis etc. l. c.
[3] Lieb. Ann. l. c.

II.

Das Phenol und Anilin werden augenblicklich vom Brom angegriffen, indem in organischen Lösungsmitteln (CS_2, $CHCl_3$, CCl_4, CH_3COOH) hauptsächlich einfach, in wässeriger Lösung dagegen dreifach substituierte Producte entstehen. Es liegt hier ein interessanter Fall vor über den Einfluss des Mediums auf die Reaktionsgeschwindigkeit: in wässeriger Lösung ist die Bromierungsgeschwindigkeit derart erhöht, dass sich die Substitution über drei Wasserstoffatome erstrecken kann. Dass hydroxylhaltige Medien die Reactionsgeschwindigkeit bedeutend erhöhen, ist auch in anderen Fällen durch besonders darauf gerichtete Untersuchungen von Menszutkin erwiesen worden [1].

Die Bildung bromierter Phenole und Aniline erfolgt zu schnell, um zeitlich verfolgt werden zu können. Es ist jedoch ganz möglich, die Bromierungsgeschwindigkeit mit der Geschwindigkeit irgend einer anderen, „momentanen" Reaction zu vergleichen, um etwaigen Aufschluss über die relative Geschwindigkeit momentaner Reactionen [2] zu erhalten. Am passendsten erschien mir die Bromierungsgeschwindigkeit des Phenols mit der Geschwindigkeit der Einwirkung des Broms auf KJ-Lösung zu vergleichen. Wird eine äquivalente Menge Bromwasser zu äquivalenten Mengen von KJ und Phenol oder Anilin in wässeriger Lösung zugesetzt, so wird nur ein Theil der entsprechenden Jodmenge ausgeschieden, indem sich die Brommenge auf zwei Reactionen vertheilt:

$$Br_2 + KJ = KBr + J \ldots (1)$$

und

$$_mBr_2 + C_6H_5OH = C_6H_{5-m}Br_m.OH + {}_mHBr \ldots (2).$$

m — braucht nicht unbedingt gleich 3 zu sein, da bei einem grossen Phenolüberschuss auch in wässeriger Lösung weniger substituierte Producte entstehen können.

[1]) Zeitsch, phys. Chemie. — passim.

[2]) Eine interessante diesbezügliche Bemerkung finde ich in der Arbeit Findlay's: Ueber fraktionierte Fällung (Zeit. phys. Ch. 34. 428). Wird $Pb(NO_3)_2$ mit einem Gemisch von Na_2SO_4 und NaJ gefällt, so wird immer am Anfang PbJ_2 gebildet, das sich dann nur langsam in diejenige Menge $PbSO_4$, die dem Gleichgewicht entspricht, umsetzt. Der Fall ist jedoch complicierter, da nicht nur die relative Geschwindigkeit der $PbSO_4$- und PbJ_2 Bildung, sondern auch die Metastabilität-Grenze der Uebersättigung in Betracht kommt.

Die Theorie solcher Nebenreactionen und der diesbezügliche Formelschatz ist in allgemeiner Form von Ostwald entwickelt worden. Specialisiert hat er seine Gleichungen nicht, da „Fälle dieser Art, obwohl sie unzweifelhaft sehr zahlreich in der Laboratoriums- und Fabrikpraxis vorkommen, bisher unter diesem Gesichtspunkte noch nicht untersucht worden sind“ [1]). Es mögen deshalb vielleicht meine weiter angeführten Versuche als erster Schritt in dieser Richtung angesehen werden.

Die Ostwald'sche Theorie lässt sich nicht unmittelbar auf diesen Fall übertragen. Nach Ostwald wird das Verhältnis der Geschwindigkeitscoëfficienten der nebeneinander verlaufenden Reactionen k_1/k_2, $k_1k/_3$ etc. erhalten, indem man einfach $k_1/k_2 = x_1/x_2$ $k_1/k_3 = x_1/x_3$ setzt, d. h. indem man annimmt, dass sich die Geschwindigkeitscoëfficienten, wie die zu irgend welcher Zeit in jeder Reaction gebildeten Productenmenge x_1/x_2 verhalten, denn „während des ganzen Verlaufes und daher auch nach Beendigung der Reaction stehen die Mengen der entstehenden Producte im Verhältnis der Geschwindigkeitscoëfficienten“. Dieser Schluss hat jedoch keine unbedingte Geltung. Er ist in allen Fällen auf monomoleculare Reactionen anwendbar, auf polymoleculare jedoch unter dem Vorbehalt, dass die Concentrationsänderungen beider reagierenden Stoffe gleich bleiben. Dies ist der Fall, wenn z. B. aus $C_6H_5OH + Br_2 =$ o. und p. C_6H_4BrOH oder aus $C_6H_5OH + HNO_3 =$ = o. und p. $C_6H_4NO_2OH$ entstehen, denn die Concentrationsänderungen des Phenols und der Salpetersäure sind in jedem Zeitintervall einander äquivalent. Erfolgen zwei Nebenreactionen zwischen drei Stoffen, so werden während der Reaction die relativen Concentrationen der reagirenden Stoffe verschoben, und die Annahme $k_1/k_2 = x_1/x_2$ kann nicht stichhaltig sein.

Dies ist von mir für den Fall Bromwasser, Phenol, KJ-Lösung experimentell bestätigt worden. Wird zur Lösung äquivalenter Mengen KJ und Phenol die äquivalente Menge Bromwasser portionsweise zugefügt, so wird aus

$0 - {}^1/_7$	dem ersten ${}^1/_7$ Aequivalent	0,886
${}^1/_7 - {}^2/_7$	zweiten	0,850
${}^2/_7 - {}^3/_7$	dritten	0,832

[1]) Ostwald. Handbuch der allg. Chemie II, 2. 250.

$^3/_7 - {}^5/_7$	vierten und fünften	0.808
$^5/_7 - {}^7/_7$	sechsten und siebenten	0.523 Aequivalent Jod

ausgeschieden.

Zu dem Verhältnis k_1/k_2 gelangen wir durch folgende einfache Ueberlegung: Es seien alle drei reagierenden Stoffe in dem äquivalenten Mengenverhältnis $= a$; nach dem Verlaufe eines Zeitintervalles $= t$ sei die ausgeschiedene Jodmenge x_1, die gebromte Phenolmenge $x_2 = a - x_1$; dann haben wir

$$k_1 = {}^1/t \; \frac{x_1}{a - x_1}$$

$$k_2 = {}^1/t \; \frac{x_2}{a - x_2} \quad \text{und daraus}$$

(1) $$k_1/k_2 = \frac{x_1 \; (a - x_2)}{(a - x_1) \; x_2} = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 \; . \; . \; . \; .$$

Ist einer der reagierenden Stoffe, etwa das Phenol, im Ueberschuss $= b$ Aequivalenten, so ist ganz analog

$$k_1 = {}^1/t \; \frac{x_1}{a - x_1}$$

$$k_2 = {}^1/t \; (b - a) \, . \, l \, \frac{(b - x_2) \; a}{b \; (a - x_2)} \text{ [1]}$$

(2) $$k_1/k_2 = \frac{x_1 \; (b - a)}{(a - x_1)} \cdot \frac{1}{l \, \frac{a \; (b - x_2)}{b \; (a - x_2)}} \; . \; . \; .$$

Für die Anwendbarkeit der Gleichungen (1) und (2) ist es nothwendig: 1) dass die Reactionsproducte gleichförmig bleiben; 2) dass die Zeitdauer beider Reactionen gleich sei, da t im Zähler und Nenner aufgehoben worden ist. Für langsam verlaufende Reactionen ist die Bedingung (2) leicht erfüllt, da wir willkürlich über Zeitintervalle verfügen können. Im vorliegenden Falle müssen wir die Gleichheit von t für beide Reactionen als eine aprioristische ansehen, deren Richtigkeit durch die Constanz des Verhältnisses k_1/k_2 bestätigt werden muss.

[1]) S. Ostwald. Handbuch der Allg. Chem. II. 2.

V e r s u c h s a u s f ü h r u n g. Es wurden immer 10 cm³ Bromwasser, dessen Titer unmittelbar vor und nach jeder Versuchsreihe bestimmt worden war (durchschnittliches Titer 2,0 bis 2,6 $^1/_{10}$ n. Br.), zur Lösung der äquivalenten und auf 10 cm³ Bromwasser berechneten Phenol- und KJ-Mengen aus einer Bürette, deren Spitze unter die Oberfläche der Lösung tauchte, rasch zugelassen. Die ausgeschiedene Jodmenge ist mit $Na_2S_2O_3$ und $^1/_{10}$ n. Jod titriert worden. Das Titer des Phenols, des o- und p-Bromphenols und des Anilins ist mit Bromwasser bestimmt worden. Unter „äquivalenter" Menge Phenols etc. werden somit diejenigen Mengen dieser Stoffe verstanden, die sich mit Bromwasser nach der Gleichung $3Br_2 + C_6H_5OH = 3HBr + C_6H_2Br_3OH$; $2Br_2 + C_6K_4BrOH = 2HBr + C_6H_2Br_3OH$; $3Br_2 + C_6H_5NH_2 = 3HBr + C_6H_2Br_3NH_2$ umsetzen. Dass sich diese Reaction auch nach bimolecularem Gesetze abspielt, obwohl es vier Molekel sind, die an der Reaktion theilnehmen, ist der Analogie nach mit vielen anderen Fällen, wo auch nicht die Molekelzahl, sondern die Zahl der reagierenden Stoffarten für die Ordnung der Reaction massgebend ist, angenommen.

Damit übereinstimmende Resultate erzielt werden, muss auf die Temperatur und die Concentration der Lösung Rücksicht genommen werden. Je verdünnter die Lösung und je höher ihre Temperatur ist, desto grösser wird die gebromte Menge Phenols und desto weniger Jod wird aus KJ ausgeschieden. Es wurde deshalb die Mischung der KJ- und Phenollösung immer auf das gleiche Gesammtvolumen 100 cm³ verdünnt und diese Lösung in einer Porzellanschale mit eingesenktem Thermometer genau auf 25° erwärmt, bevor sie mit dem Bromwasser versetzt worden ist. Da das Bromwasser nur mit denjenigen Flüssigkeitstheilen in Reaction treten kann, mit denen es in Berührung kommt und keine gleichmässige Vermischung beider Flüssigkeiten realisiert werden kann, so habe ich versucht nachzuweisen, ob die Schnelligkeit, mit der bei Bromwasserzusatz fortgeschritten wird, für die Endresultate nicht von etwaigem Belang ist. In der That ist ein Unterschied von 1—2% unverkennbar: wenn die Dauer des Eintröpfelns des Bromwassers sehr klein ist (15 Sec.), so wird mehr Jod ausgeschieden als in dem Falle, wenn das Eintröpfeln circa 4 Minuten gedauert hat. In sämmtlichen unten mitgetheilten Versuchen liess ich das Bromwasser rasch zulaufen und nur die letzten paar Tropfen sind langsam zugesetzt worden, um ein genaues Abmessen zu ermöglichen. Bei Beob-

achtung dieser Vorsichtsmassregeln lassen sich bis 1% genaue Resultate leicht erzielen. Wird z. B. 1 Aequivalent Bromwasser (10 cm³) zwischen äequivalenten Mengen KJ und Phenol bei einer Temperatur von 25° und Gesammtvolum 100 cm³ vertheilt, so wird 75,5%, 75,5, 75.2, 74,9% im Mittel 75.3% Jod ausgeschieden. Die unten mitgetheilten Zahlen sind Mittelwerthe aus drei übereinstimmenden Bestimmungen.

Ich lasse jezt die Versuchsergebnisse folgen:

Tabelle I.

Bromwasser, KJ, Phenol.

Unter a — ist die Phenol-, eventuell KJ-Aequivalentenzahl angegeben.
„ x_1 — der Aequivalentenbruch des ausgeschiedenen Jods.
„ $x_2 = a - x_1$ der Aequivalentenbruch des mit Phenol reagierenden Broms.
„ k_1/k_2 — das Verhältnis der Geschwindigkeitscoëfficienten nach den Formeln (1) und (2) berechnet.

Temperatur 25°. V (Gesammtvolumen) = 100 cm³.

1) Phenolüberschuss.

a	x_1	x_2	k_1/k_2
1	0.753	0.247	9.3
2	0.609	0.391	5.5
3	0.535	0.465	5.07
4	0.506	0.494	5.58
5	0.457	0.543	5.03
6	0.425	0.575	4.90
10	0.3665	0.6335	5.5
15	0.269	0.731	4.05

2) Jodkaliumüberschuss.

1	0.753	0.247	9.5
2	0.8866	0.1134	12.5
3	0.9552	0.0448	30
4	0.9774	0.0226	
5	0.9842	0.0158	

Die Versuche mit Phenolüberschuss ergeben, dass das Verhältnis k_1/k_2 mit genügender Genauigkeit constant bleibt und circa gleich 5 ist. Bei den genannten Bedingungen erfolgt also die Jodverdrängung aus der KJ-Lösung fünfmal so schnell, als die Bromierung des Phenols. Das Verhältnis k_1/k_2 aus den Versuchen mit KJ-Ueberschuss berechnet, bleibt dagegen keineswegs constant, was wohl auf die Kleinheit der gefundenen und im Nenner stehenden Zahlen zurückzuführen ist, denn in diesem Falle kann auch ein geringer Versuchsfehler grössere Schwankungen in den Werthen k_1/k_2 verursachen. Auch sind die Versuchsbedingungen in den beiden Fällen (Phenolüberschuss — Jodkaliumüberschuss) nicht ganz identisch, denn im ersten Falle wird das Jod und Tribromphenol in fester Form aus der Lösung ausgeschieden, im zweiten bleiben die gebildeten Stoffe klar aufgelöst.

Tabelle II.

Bromwasser, KJ, o-Bromphenol.

o- und p-Bromphenol wurden von Kahlbaum bezogen und sind nicht weiter gereinigt worden. Das Titer dieser Lösungen ist wie beim Phenol durch Titrieren mit überschüssigem Bromwasser und Rücktitrieren desselben ermittelt worden. Die Berechnung bleibt wie in der vorigen Tabelle. Temperatur 25°. $V = 100\ cm^3$.

1) o-Bromphenol-Ueberschuss.

a	x_1	x_2	k_1/k_2
1	0·768	0·232	10·95
2	0·706	0·294	12·6
3	0·6265	0·3735	10·2
4	0·5805	0·4195	9·6
5	0·526	0·474	8·2
6	0·522	0·478	

2) KJ-Ueberschuss.

1	0·768	0·232	10·95
2	0·889	0·111	12·9
3	0·937	0·063	17·6

Bromwasser, KJ, p. Bromphenol.

1) p. Bromphenol-Ueberschuss

a	x_1	x_2	k_1/k_2
1	0·829	0·171	23·72
2	0·750	0·250	19·0
2	0·6375	0·3625	10·9

2) KJ-Ueberschuss.

a	x_1	x_2	k_1/k_2
1	0·829	0·171	23·72
2	0·892	0·108	13·5
3	0·904	0·096	9·1
5	0·966	0·034	

Beim o. Bromphenol-Ueberschuss bleibt das Verhältnis k_1/k_2 genügend constant und bei 5 Äquivalenten o. Bromphenol ist die Vertheilung von weiterem o. Bromphenolzusatz unabhängig. In allen anderen Fällen dagegen sinkt das Verhältnis k_1/k_2 stark und zwar desto mehr, je kleiner das Verhältnis der gebromten Menge des Phenols zu seiner totalen Menge wird. Behält man im Auge, dass sich die Monobromphenole jedenfalls langsamer bromieren, als das nicht substituierte Phenol, so darf man vermuthen, dass die Einführung jedes weiteren Atomes Brom immer langsamer erfolgen wird, und das Sinken der Constanten liesse sich dann auf eine intermediäre Bildung von dibromsubstituierten Producten, deren Entstehung ja geschwinder vor sich gehen müsste als die des Tribromphenols, zurückführen.

Tabelle III.

Bromwasser, KJ, Anilin.

Es wurde frisch abdestilliertes Anilin von Kahlbaum verwendet. Das Titer der Lösung ist auch mit Bromwasser ermittelt worden, indem sich Anilin mit diesem zu Tribromanilin (Schmelzpunkt 118°) umsetzt. Als „äquivalente Menge“ Anilin ist deshalb die zur Bildung des Tribromanilins ausreichende zu verstehen.

Temperatur 25°. V. = 100 cm³.

1) Anilin-Ueberschuss.

a	x_1	x_2	k_1/k_2.
1	0·544	0·456	1·40
2	0·4575	0·5425	1·80
3	0·3312	0·6688	1·16
4	0·227	0·773	0·7 (?)

2) KJ-Ueberschuss.

1	0·544	0·456	1·4
2	0·7375	0·2625	2·4
3	0·807	0·193	2·8
4	0·845	0·155	2·96
5	0·869	0·131	2·97
7	0·8904	0·1096	3·10

In beiden Reihen zeigt das Verhältnis k_1/k_2 genügende Uebereinstimmung; beim Anilin-Ueberschuss ist der k_1/k_2-Mittelwerth = 1,26, beim KJ-Ueberschuss $k_1/k_2 = 2{,}5$. Anilin wird also unbedingt schneller bromiert als Phenol und dessen Substitutionsproducte. Die Schwankungen der Constanten sind wohl auf dieselben Gründe zurückzuführen, die schon früher bei C_6H_5OH und C_6H_4BrOH erörtert worden sind.

Der Einfluss der Temperatur auf die Vertheilung des Broms.

Es wurden immer äquivalente Mengen KJ und der organischen Stoffe mit der äquivalenten Menge Bromwasser (10 cm³) versetzt unter den Bedingungen, die früher beschrieben worden sind, nur mit dem Unterschiede, dass die Lösung nicht auf 25°, sondern auf die unten angegebene Temperatur gebracht worden war.

Tabelle IV.

1 Aeq. Br. (10 cm³) + 1 Aeq. KJ + 1 Aeq. C_6H_5OH. V = 100 cm³.

Temperatur	x_1	x_2
4°	0·811	0·189
25°	0·753	0·247
40°	0·741	0·259
60°	0·660	0·340
80°	0·6275	0·3725
1 Aeq. Br. + 1 Aeq. KJ + 1 Aeq. o. C_6H_4BrOH.		
25°	0·768	0·232
40°	0·7535	0·2435
60°	0·7000	0·3000
80°	0·554	0·446
1 Aeq. Br. + 1 Aeq. KJ + 1 Aeq. p. C_6H_4BrOH.		
25°	0·829	0·171
40°	0·781	0·219
60°	0·695	0·305
80°	0·637	0·363
1 Aeq. Br + 1 Aeq. KJ + 1 Aeq. $C_6H_5NH_2$.		
25°	0·544	0·458
40°	0·5166	0·4834
60°	0·4243	0·5757

In sämmtlichen Fällen wird also durch Temperaturerhöhung die Bromierung des organischen Körpers begünstigt, d. h. die Geschwindigkeit der Bromierung nimmt mit der Temperatur stärker als die der Jodverdrängung zu.

Einfluss der Concentration.

Damit die Versuche über den Concentrationseinfluss direct mit einander vergleichbar wären, muss folgendes beachtet werden: 1) es muss das Gesammtvolumen unverändert = 100 cm³ erhalten werden; 2) muss nicht nur das Verhältnis des Phenols zu KJ, sondern das Verhältnis sämmtlicher reagierenden Stoffe, auch das des Broms,

unverändert bleiben, damit in allen Fällen identische Producte erhalten werden. Es sind deshalb die entsprechenden Versuche nach folgendem Schema ausgeführt worden:

Tabelle V.

Temperatur 25°. V = 100 cm³.

	x_1	x_2
1 Aeq. KJ + 1 Aeq. C_6H_5OH + 10 cm³ Br.	0·753	0·247
2 Aeq. KJ + 2 Aeq. C_6H_5OH + 20 cm³ Br.	0·792	0·208
4 Aeq. KJ + 4 Aeq. C_6H_5OH + 40 cm³ Br.	0·853	0·147

In verdünnter Lösung erfolgt also die Bromierung des Phenols geschwinder als in concentrierter.

Aus dem mitgetheilten Versuchsmaterial lassen sich einige Schlüsse ziehen, die obwohl noch nicht mit ganzer Sicherheit begründet, doch ein gewisses Interesse beanspruchen können. Die ungeheuere Geschwindigkeit der Bromierung des Phenols und des Anilins, die schon der Geschwindigkeit der Ionenreactionen nahe steht und von dem langsamen Verlaufe der Bromierung des Benzols, des Brombenzols, Nitrobenzols total verschieden ist, macht es wahrscheinlich, dass diese Reactionsgeschwindigkeit mit der elektrolytischen Dissociation dieser Stoffe in Verbindung zu setzen ist. Angenommen, dass der Zerfall eines undissocierten Moleciüls in seine Ionen eine gewisse Zeit in Anspruch nimmt, die im Vergleich zu der Geschwindigkeit der Ionenreactionen $Br + J^1$ und $Br + C_6H_5O^1$ schon von Gewicht ist, so wird die Geschwindigkeit der Bromierung und deshalb auch die resultierende Vertheilung des Broms in erster Reihe durch die elektrolytische Dissociation der anwesenden Stoffe bedingt. Da der Dissociationsgrad eines so starken Elektrolyten, wie es das KJ ist, bei den kleinen von mir angewendeten Concentrationen ($^1/_{10}$—$^1/_{20}$ n) von der Temperatur und von der Verdünnung nur wenig beeinflusst wird, so sollte die Vertheilung des Broms der elektrolytischen Dissociation des Phenols und des Anilins parallel verlaufen. Berücksichtigt man, dass diese Elektrolyten bei steigender Temperatur und grosser Verdünnung immer stärker disso-

ciert werden, so ist zu erwarten, dass Temperaturerhöhung und Concentrationsverminderung die Vertheilung auf die Seite der Bromsubstitution verschieben werden. Dies wird durch sämmtliche Versuche bestätigt. Es ist somit für diesen Fall auch im Gebiete der organischen Reactionen ein Parallelismus zwischen Reactionsgeschwindigkeit und elektrolytischer Dissociation nachgewiesen[1]).

Selbstverständlich kann dieser Parallelismus nur für einen und denselben Stoff gelten; für verschiedene Stoffe wird die chemische Beschaffenheit des Ions von grösstem Einfluss sein. So wird Benzoësäure, die doch weit stärker als Phenol und Anilin dissociert ist, viel langsamer als diese bromiert. Auch für diesen Fall finden wir jedoch in der Literatur Rathschläge, die für unsere Auffassung sprechen können. So wird angegeben, dass man Benzoësäure bromieren soll, indem man sie mit Brom und Wasser in einem eingeschmolzenen Rohr bei 100° erwärmt[2]). Das Wasser kann nur in der Weise seinen Einfluss ausüben, dass es ein Medium bildet, in welchem die beiden Stoffe dissociert und dadurch reactionsfähiger werden.

Ich bin mir wohl bewusst, dass viel Hypothetisches den angeführten Betrachtungen anhaftet; wenn ich dieselben dennoch hier anzuführen wage, so geschieht dies deswegen, um an Beispielen zu zeigen, wie zerstreute Thatsachen der organischen Chemie im Lichte einer Hypothese — mag sie auch später als unrichtig erkannt werden — an Ordnung und Klarheit gewinnen können. Da mir eine dynamisch-theoretische Neubearbeitung der organischen Methoden unvermeidlich und bevorstehend erscheint, so hoffe ich, dass Hypothesen — so weit sie einer experimentellen Prüfung nicht entbehren — vielleicht nicht ganz überflüssig sein mögen.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung lassen sich in folgender Weise zusammenfassen:

[1]) Es ist nicht uninteressant, dass in dem Falle Findlay's (l. c.), wo $Pb(NO_3)_2$ schneller durch NaJ als durch Na_2SO_4 gefällt wird, NaJ auch stärker elektrolytisch dissociert ist (Z. physik. Chem. 34, 422).

[2]) Beilstein, Handbuch II. 212.

I. *a)* Die Bromierung des Benzols, auch bei grossem Benzolüberschuss, erfolgt nach der bimolecularen Gleichung, es verhält sich also das überschüssige Benzol als reines Lösungsmittel.

b) Die katalytische Wirksamkeit der Bromüberträger hängt auch von der Natur des zu bromierenden Körpers ab, weshalb eine Scala der katalytischen Wirksamkeit der Bromüberträger nicht für sämmtliche Bromierungen angegeben werden kann.

c) Es wird eine Systematik katalytischer Erscheinungen, basiert auf der Abhängigkeit der Reactionsgeschwindigkeit von der Concentration des Katalysators angegeben, und für die Jodkatalyse bei der Bromierung die Hypothese der Zwischenreactionen durch einige neue Versuche gestützt.

II. Es wurden die relativen Geschwindigkeiten „momentaner" Reactionen für einige Fälle gemessen und für die Bromierung des Phenols, der Bromphenole und des Anilins ein Parallelismus der Reactionsgeschwindigkeit mit der elektrolytischen Dissociation nachgewiesen.

Krakau. II. Chemisches Laboratorium der Jagellonischen Universität.

---

3. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Le Secrétaire dépose sur le bureau les dernières publications de la Classe: J. ŁOMNICKI. **Otwornice miocenu Pokucia.** (*Die Foraminiferen des Miocaens von Pokutien*). (*Les Foraminifères miocènes de „Pokucie" en Galicie*).

Pokutien stellt einen tektonisch versenkten Landstrich zwischen dem podolischen Plateau und der subkarpatischen Grenze in der Umgebung von Kolomea dar. In den tiefsten Entblössungen sieht man hier nichts älteres als nur jüngere miocäne Meeresbildungen, und zwar vorwiegend horizontal geschichtete Ablagerungen von bläulichgrauem Thon. Dieser Thon enthält eine ziemlich spärliche Foraminiferenfauna, die aus 18 Localitäten untersucht wurde. In den untersuchten Proben haben sich 32 Foraminiferenarten vorgefunden, unter denen folgende den pokutischen Thon besonders characterisierende Arten hervorzuheben sind:

Bulimina elegans, d'Orb., *Bolivina dilatata*, Reuss, *Glandulina laevigata*, d'Orb., *Globigerina bulloides*, d'Orb., *Sphaeroidina bulloides*, d'Orb., *Heterolepa dutemplei*, d'Orb. *sp.*, *Rotalia soldanii*, d'Orb., *Nonionina umbilicatula*, Mont., *var. soldanii*, d'Orb.

Der pokutische Thon gelangte in verschiedenen Tiefen zum Absatz; während die Bildungen von Dżurów, Nowosielica und Myszyn ausgesprochene Seichtwasser- und Uferabsätze darstellen, gelangte der Thon der Umgebung von Kolomea und Śniatyn in bedeutend grösseren Tiefen, der Thon von Rohynia z. B. sogar in einer Tiefe von über 1000 Faden, zum Absatz.

„Atlas geologiczny Galicyi. Zeszyt XII. Kart pięć z tekstem objaśniającym". *(Atlas géologique de la Galicie. XII. livraison avec annotations). — (Geologischer Atlas von Galizien. XII Heft mit Text).*

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem.-przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.

Kraków, 1901. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

5 Lutego 1901.

PUBLICATIONS DE L'ACADÉMIE

1873—1900

Librairie de la Société anonyme polonaise

(Spółka wydawnicza polska)

à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« *Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires*, in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« *(Classe de philologie. Séances et travaux*, in 8-vo, volumes II—XXXI (vol. I épuisé). — 238 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« *(Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux)*, in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XL, (vol. I. II. XIV épuisés, 61 pl.) — 250 k.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *(Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne)*, in 4-to, vol. I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). — 77 k.

»Sprawozdania komisyi językowej.« *(Comptes rendus de la Commission de linguistique)*, in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *(Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne)*, in 8 vo, 10 vol. — 57 k.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz 4 k. Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski 6 k. Vol IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 3 c. Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *Bibliothèque des auteurs polonais du XVI et XVII siècle*, in 8-vo, 38 livr. 40 k. 40 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed Piekosiński. 20 k. — Vol. II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A. Sokołowski et J. Szujski; A. Lewicki. 32 k. — Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. — Vol. IV, Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. — Vol. V, VII, Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński 20 k. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed. Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 10 k. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408-1530) ed. B. Ulanowski. 10 k. — Vol. XV, Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol. II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski 6 k. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński; 6 k. — Vol VII, X, XIV, XVII Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 14 k. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed A. Sokołowski 4 k. — Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed. V. Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 156 k.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546—1553. 10 k. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674, ed. Kluczycki. 20 k. —

Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (e archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674—1683 ed. Waliszewski. 30 k. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler. 30 k. — Vol. VI, Acta Regis Ioannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 10 k. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507—1795 ed. Piekosiński. 40 k. Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 10 c. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 6 k.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III—VI. — 102 k.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I, in 8-vo. — 15 k.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *(Anciens monuments du droit polonais)* in 4-to, vol. II—X. — 72 k.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 12 k. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann 6 k. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507—1531 ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VII, Acta expedition bellic ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 12 k. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ulanowski. 16 k. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405—1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 6 k. — Vol. X, p. 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 2 k.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 8 k.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *(Mémoires)*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches, vol. I épuisé). — 170 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« *(Séances et travaux)*, in 8-vo, 33 vol. (241 planches). — 273 k.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *(Comptes rendus de la Commission de physiographie)*, in 8-vo, 29 volumes (III VI — XXXIII, 59 planches, vol. I, II. IV. V épuisés). — 234 k. 50 h.

»Atlas geologiczny Galicyi.« *(Atlas géologique de la Galicie)*, in fol., 7 livraisons (35 planches) (à suivre). — 58 k.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *(Comptes rendus de la Commission d'anthropologie)*, in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 125 k.

»Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« *(Matériaux anthropologiques, archéologiques et ethnographiques)*, in 8-vo, vol. I—III, (25 planches, 10 cartes et 60 gravures). — 20 k.

Świętek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« *(Les populations riveraines de la Raba en Galicie)*, in 8-vo, 1894. — 8 k. **Górski K.**, »Historya piechoty polskiej« *(Histoire de l'infanterie polonaise)*, in 8-vo, 1893. — 5 k. 20 h. »Historya jazdy polskiej« *(Histoire de la cavalerie polonaise)*, in 8-vo, 1894. — 7 k. **Balzer O.**, »Genealogia Piastów.« *(Généalogie des Piasts)*, in 4-to, 1896. — 20 k. **Finkel L.**, »Bibliografia historyi polskiej.« *(Bibliographie de l'histoire de Pologne)* in 8-vo, vol. I et II p. 1—2, 1891—6. — 15 k. 60 h. **Dickstein S.**, »Hoëne Wroński, jego życie i dzieła.« *(Hoëne Wroński, sa vie et ses oeuvres)*, lex. 8-vo, 1896. — 8 k. **Federowski M.**, »Lud białoruski.« *(L'Ethnographie de la Russie Blanche)*, in 8-vo. 1897. — 7. k.

»Rocznik Akademii.« *(Annuaire de l'Académie)*, in 16-o, 1874—1898 25 vol. (1873 épuisé) — 30 k.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« *(Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888)*, 8-vo, 1889. — 4 k.

JUN 24 1901

Nr 2. 2,229. 1901.

BULLETIN INTERNATIONAL

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

DE CRACOVIE

CLASSE DES SCIENCES MATHEMATIQUES ET NATURELLES

FÉVRIER

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1901.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ÉTÉ FONDÉE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE :

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR : S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est le polonais; c'est dans cette langue que paraissent ses publications.

Le Bulletin international paraît tous les mois, à l'exception des mois de vacances (août, septembre). Il est publié en deux séries, dont la première est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie, et la seconde aux travaux de la Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles. Chaque série contient les procés-verbaux des séances ainsi que les résumés des mémoires et les communications présentés à l'Académie.

Le prix de l'abonnement est 6 k. = 8 fr.

Séparément les livraisons se vendent à 80 h. = 90 centimes.

Nakładem Akademii Umiejętności

pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem.-przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.

Kraków, 1901. — Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

JUN 24 1901

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADEMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.

III. CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

Nº 2. Février 1901.

Sommaire: 4. VL. KULCZYŃSKI. Arachnoidea in colonia Erythraea a Dre K. M. Levander collecta. (Avec 2 planches).
5. L. BIRKENMAJER. Marco Beneventano, Kopernik, Wapowski et leur collaboration à la plus ancienne carte géographique de la Pologne.
6. M. P. RUDZKI. Sur l'âge de la Terre
7. A. WRÓBLEWSKI. Quelques nouvelles remarques sur le suc préssé de la levure III.
8. L. NATANSON. Sur les lois de la viscosité.
9. S ZAREMBA. Sur les fonctions dites fondamentales dans la théorie des équations de la physique.
10. S. KĘPIŃSKI. Sur les intégrales des solutions des équations du second ordre, équivalentes à leur adjointe, avec trois points singuliers.
11. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Séance du lundi 4. Février 1901

Présidence de M. E. GODLEWSKI.

4. M. VL. KULCZYŃSKI présente son travail: **Arachnoidea in colonia Erythraea a Dre K. M. Levander collecta.** (Avec 2 planches).

In einer kleinen Arachnidensammlung aus Erythraea, welche der Verf. von Dr. K. M. Levander in Helsingfors zur Bearbeitung erhielt, fand derselbe — abgesehen von einigen nur dem Genus nach bestimmbaren Exemplaren — 34 Arten. Siebzehn derselben werden als neue Arten beschrieben, u. zw. *Filistata infuscata*, *Scytodes affinis*, *Prosthesima mediocris*, *Pythonissa punctata*, *P. simplex*, *Argyroëpeira Levanderii*, *Cyclosa albopunctata*, *Parabomis* (n. g.) *Levanderii*, *Thomisus bidentatus*, *Misumena decolor*, *Diaea mutabilis*, *Chiracanthium proximum*, *Ch. affine*, *Thalassius fulvus*, *Heliophanus erythropleurus*, *Ergane (?) dubia*, *Dasylobus denticulatus*. Mit Ausnahme von *Argyroëpeira*, *Thomisus* und *Diaea*, sind diese sämmtlichen Arten in der Sammlung nur durch je ein Geschlecht vertreten. — Von den übrigen, bekannten, Arten hält Verf. die von Dr. L. Koch als *Pholcus borbonicus* Vins. aufgeführte *Artema* für eine von dem echten *Pholcus borbonicus* Vins. (=*Artema mauritia* Walck.

und *Artema sisyphoides* Dol.) verschiedene Art und nennt sie *Artema Kochii*. *Meta Antinorii* Pav. ist, der Meinung des Verf. nach, identisch mit *Tetragnatha festiva* Blackw., *Meta splendida* Butler und *Argyroëpeira blanda* Cambr., ist aber von der *Epeira undulata* Vinson, für deren Synonym sie gehalten wurde, verschieden. *Epeira limans* Thor. und *Epeira radulans* Pav. zieht Verf. als Männchen zu *Epeira dalmatica* Dol.

Erklärung der Tafeln.

Taf. I.

1, 2. *Scytodes humilis* L. Koch, Vorderleib und Epigyne.
3, 4. *Scytodes affinis* n. sp., Epigyne und Vorderleib.
5. *Scotophaeus corruscus* L. Koch, Epigyne.
6. *Prosthesima mediocris* n. sp., Epigyne.
7, 10. *Pythonissa punctata* n. sp., Epigyne und Hinterleib (benetzt).
8, 9, 11. *P. plumalis* Cambr.?, Epigyne (trocken: 8, benetzt: 9) und Hinterleib (benetzt).
12, 13. *P. simplex* n. sp., Hinterleib (benetzt) und Epigyne.
14. *Artema Kochii* Kulcz. (*Pholcus borbonicus* L. Koch, Thor.), Epigyne.
15. *A. mauritia* Walck. (*Pholcus borbonicus* Vins.). Epigyne.
16, 17. *Hersilia caudata* Sav., männlicher Taster und Epigyne.
18, 21, 22. *Argyroëpeira Levanderii* n. sp., Mandibelklaue, Mandibeln und linker Taster des Männchens.
19, 20. *A. festiva* (Blackw.) (*Meta splendida* Butl., *M. Antinorii* Pav., *Arg. blanda* Cambr.), Mandibelklaue und Mandibeln des Männchens.

Taf. II.

23, 24. *Cyclosa albopunctata* n. sp., Tibial- und Tarsaltheil des männl. Tasters.
25—27. *Parabomis Levanderii* n. g., n. sp., Männchen und Tibial- und Tarsaltheil des männl. Tasters.
28. *Argyroëpeira festiva* (Blackw.), Epigyne.
29. *A. Levanderii* n. sp., Epigyne.
30, 31, 35. *Diaea mutabilis* n. sp., männlicher Taster (Tibial- und Tarsaltheil: 30, Tibialtheil: 31), Epigyne.
32—34. *Thomisus bidentatus* n. sp., Epigyne, männlicher Taster.
36. *Misumena tricuspidata* (F.), Epigyne.
37. *M. decolor* n. sp., Epigyne.
38. *Chiracanthium Mildei* L. Koch, apicaler Theil des linken Tasterbulbus.
39, 40, 45. *Ch. molle* L. Koch, apicaler Theil des Tasterbulbus (39), Patellar- und Tibialtheil und Basis des Tarsaltheiles (40), distales Ende des Tibialtheiles (45) vom linken Taster des Männchens.
41, 43, 46. Dieselben Theile von *Chir. affine* n. sp.

42, 44, 47. Dieselben Theile von *Chir. proximum* n. sp.
48. *Thalassius fulvus* n. sp., Epigyne.
49. *Heliophanus erythropleurus* n. sp., Epigyne.
50. *Ergane (?) dubia* n. sp., Epigyne.

---

5. M. L. BIRKENMAJER présente son travail: **Marco Beneventano, Kopernik, Wapowski a najstarsza karta geograficzna Polski.** (Avec 1 pl.). (***Marco Beneventano, Copernicus, Wapowski und die älteste geographische Karte von Polen).*** *(Marco Beneventano, Kopernik, Waporwski et leur collaboration à la plus ancienne carte géographique de la Pologne).*

Ueber den Aufenthalt des Copernicus in Italien, wo derselbe volle acht Jahre seines Lebens zugebracht hat, haben sich im allgemeinen nur äusserst spärliche Nachrichten erhalten. Dieser beklagenswerthe Mangel an historischer Ueberlieferung betrifft insbesondere den wissenschaftlichen Verkehr, welchen Copernicus, indem er in Bologna, Rom, Padua und Ferrara nach einander verweilte, zweifellos mit den dortigen Gelehrten gepflogen hatte. Ausser der einzigen Nachricht, welche uns Georg Joach. Rhaeticus über den nahen Umgang des Copernicus mit dem bologneser Professor Dominicus Maria Novara und über ihre gemeinschaftlich ausgeführten astronomischen Beobachtungen überliefert hat, wusste der bisherige Biograph nichts Bestimmteres in dieser Hinsicht zu berichten. Die von neueren Biographen aufgestellten Conjecturen über die möglichen Beziehungen des Copernicus zu dem bologneser Hellenisten Antonio Urceo, genannt Codro, desgleichen zu dem dortigen Mathematiker Scipio Ferro, so wie zu dem paduaner Arzte und Astronomen Girolamo Fracastoro, beruhen auf keinerlei Documenten, ja nicht einmal auf stichhaltigen Beweisgründen. Der einzige zur Motivierung solcher Hypothesen herangezogene Umstand, nämlich der gleichzeitige Aufenthalt jener Gelehrten in Bologna resp. in Padua, ist freilich eine unerlässliche Bedingung des Bestehens jener muthmasslichen Beziehungen — kann jedoch in dieser Frage als Argument nicht von Belang sein[1]).

[1]) Dass die Behauptung des Dr. Carlo Malagola, Copernicus habe in Bologna bei Antonio Urceo griechisch gelernt, meist auf illusorischen Argumenten beruht, habe ich in dem Werke Mikołaj Kopernik, 1 Theil, Krakau 1900, Seite 99 seq. auseinandergesetzt.

Bei diesem Mangel an geschichtlicher Tradition ist es vielleicht angemessen, die Aufmerksamkeit der Historiker der exacten Wissenschaften auf eine interessante, den Biographen des Copernicus gänzlich unbekannte Persönlichkeit zu lenken, von der — schon auf Grund der bis jetzt über sie gesammelten Nachrichten — mit einem an Sicherheit grenzenden Grade der Wahrscheinlichkeit anzunehmen sei, dass sie mit dem in Italien weilenden Copernicus, gleich wie Dominicus Maria, in persönlichem und wissenschaftlichem Verkehr gestanden ist.

In den Schriften des Erasmus Reinhold (* 1511 † 1553) stiess der Verfasser auf einige flüchtige Notizen über den italienischen Astronomen Marcus de Benevento, welcher den Historikern dieser Wissenschaft kaum dem Namen nach bekannt gewesen ist. Reinhold erwähnt Marco anlässlich dessen origineller Ideen (φαντασία) in der mittelalterlichen Theorie der Präcession, berichtet ziemlich umständlich über das Wesentliche jener Ideen, die — merkwürdig genug — einige Verwandschaft mit der copernicanischen Präcessionstheorie deutlich verrathen. Dieser Umstand war es eben, der das Interesse des Verfassers für jenen Gelehrten zuerst erweckte. Die anfänglich unklare Vermuthung einer möglichen Filiation dieser beiden Theorien, wurde bekräftigt durch die Wahrnehmung, dass Rhaeticus in seiner, unter Copernicus' Einfluss in Ermland im J. 1539 verfassten Narratio prima, Marco Beneventano nicht nur mit dem Prädicate „doctissimus" anführt, sondern auch — was viel wichtiger — denselben in Zusammenhang mit eben derselben astronomischen Frage bringt. Diese Anzeigen bewogen den Verfasser zur Aufnahme von intensiven Untersuchungen über die Einzelheiten des Lebens und der wissenschäftlichen Thätigkeit dieses Gelehrten, indem er sich zugleich der Hoffnung hingab, dass auf diese Weise der wahre Sachverhalt jener vermutheten Filiation sich leichter aufklären lassen werde.

Seine Bemühungen sind nicht erfolglos geblieben. Aus zahlreichen, vorwiegend höchst seltenen Palaeotypen gelang es dem Verfasser eine ziemlich ansehnliche Aehrenlese von Nachrichten über Marco zu sammeln, desgleichen gelang es ihm, in Marco's Tractate, welche heutzutage zu den grössten Seltenheiten gehören, Einblick zu thun. Die nach und nach erworbenen Details bestätigten vollauf die Richtigkeit der besagten Muthmassung, lieferten ausserdem unleugbare Zeugnisse für eine persönliche Bekanntschaft

zwischen Copernicus, Wapowski und dem gleichzeitig in Bologna weilenden Marco Beneventano und verriethen schliesslich die unerwartete Thatsache, dass letzterer im Jahre 1506 die älteste bis jetzt bekannte geographische Karte von Polen im Verein mit dem auch später um die Mappographie unseres Vaterlandes verdienten Wapowski angefertigt habe. Diese Karte befindet sich bei der von Marcus in Rom im Jahre 1507 herausgegebenen Geographia Cl. Ptolemaei.

Diese und noch andere Nachrichten ermöglichten dem Verfasser das Lebensbild des Beneventano zu entwerfen, worin vor allem jene Umstände und Thatsachen, welche irgendwelchen Bezug auf Copernicus und Wapowski haben, hervorgehoben worden sind. Geboren gegen 1465, studierte er anfangs auf der Universität zu Neapel, wo wir ihn später als Professor wiederfinden. Noch im Jugendalter trat er in den die Regel des heil. Benedictus beobachtenden Coelestinerorden ein, und wurde wahrscheinlich in dem Mutterhause dieses Ordens zu Sulmona eingekleidet. Mindestens seit 1494 befindet er sich auf der Universität zu Bologna; hier wird er binnen kurzem zum „baccalaureus artium“ promoviert, und besucht die Vorlesungen des namhaften Philosophen Alessandro Achillini. Gleichzeitig liegt er ernsteren astronomischen Studien unter der Leitung des Dominicus Maria Novara ob und nimmt an dessen Beobachtungen thätigen Antheil. In einem seiner späteren Schriftchen, worin er eine jener Observationen anführt, wird Dominicus von ihm als „institutor meus Bononiae in rebus caelestibus“ bezeichnet. Nun aber leistet der zu gleicher Zeit mit Beneventano in Bologna weilende und Jurisprudenz studierende Copernicus, wie allgemein bekannt, seiner Vorliebe zur Astronomie folge, indem er einen regen Verkehr mit eben demselben Dominicus Maria unterhält und laut Rhaeticus' Ueberlieferung „non tam discipulus, quam testis et adjutor observationum Dominici“ ist. Es unterliegt also wohl keinem Zweifel, dass unter solchen Umständen die Bekanntschaft des jungen Nicolaus mit dem kaum ein paar Jahre älteren Marco Beneventano stattgefunden haben müsse; ihre beiderseitige Begeisterung für die Sternkunde, jener „incredibilis meus in Uraniam amor“, zu dem sich Marco bekennt, erlaubt es sogar auf intimeren Umgang, wenn nicht auf Freundschaft zu folgern. Dass Copernicus die Gelehrsamkeit Marco's und dessen astronomische Ideen hoch geschätzt habe, beweist auch das oben erwähnte

Prädicat „doctissimus" mit dem ihn Rhaeticus in seiner, so zu sagen von Copernicus selbst inspirierten Narratio auszeichnet. Beiläufig sei erwähnt, dass das Kloster der Caelestiner, in welchem Beneventano während seines Aufenthaltes in Bologna wohnte, in nächster Nachbarschaft des Universitätsgebäudes „di San Proculo" lag, worin die damaligen Lectorien der Juristen Unterkunft hatten.

Marco war nicht nur ein Liebhaber der Astronomie, aber — was mehr bedeuten will — er leistete darin auch Selbständiges, und zwar noch während seines Aufenthaltes zu Bologna. Darauf weist sein Schriftchen Tractatus de motu octavae sphaerae hin, welches, obwohl ohne Angabe von Jahr und Ort, doch zweifellos in Bologna vor Ablauf des XV-ten Jahrhunderts herausgegeben wurde. Dieses Schriftchen existierte noch vor kurzem in einem einzigen Exemplar [1]), worauf es verscholl; es ist jedoch aus Citaten bei einem späteren Autor und aus dem Inhalt eines anderen noch erhaltenen Tractates Marco's, worüber unten Weiteres folgt, bekannt. Ausser den mathematischen Wissenschaften widmete sich Beneventano mit grosser Vorliebe auch der eigentlichen Philosophie. Ein enthusiastischer Anhänger der nominalistischen Richtung, nahm er sich vor, dieselbe aus dem Zustande der Vernachlässigung, in welchen sie in Italien verfallen war, emporzuheben. Zu diesem Zwecke giebt er in den Jahren 1494—98 die von ihm selbst corrigierten Texte von Tractaten der hervorragenden Nominalisten Robert Holkot und Wilhelm Ockam, auch jenes des heiligen Thomas von Aquino, heraus und, nachdem er sich mit vielen, meist italienischen Gelehrten in Verbindung gesetzt, stiftet er in Bologna (1497 oder 1498) eine „primam in Italia Achademiam" der Nominalisten. Die nur theilweise ermittelten Namen ihrer Mitglieder dürfen wir hier übergehen; es sind dies mehr oder weniger namhafte Gelehrte und Humanisten gewesen. Hinreichend deutliche Spuren verrathen, dass auch die griechische Sprache Marco nicht fremd gewesen sei.

In Bologna verweilt er ganz sicher noch gegen Ende des Jahres 1498, wahrscheinlich jedoch noch bis zum Anbruch des Jubiläumsjahres 1500. Aus jener Epoche datiert seine Bekanntschaft mit Bernhardus Wapowski, welcher etwas später als Copernicus,

[1]) In der im J. 1861 in London versteigerten Bibliothek des Grafen Guglielmo Libri.

aber gleichfalls um Jurisprudenz zu studieren, nach Bologna gekommen war. Zwischen 1500 und 1505 hält sich Beneventano, gleichzeitig mit dem berühmten Mathematiker Fra Luca Paccioli, längere Zeit in Venedig auf und lebt hier in vertraulichem Verkehr mit dem gebildeten Giovanne Badoario, Nachkömmling einer der ansehnlichsten Familien der Dogenstadt. Es ist dies derselbe Patrizier, welcher als Botschafter der Signoria Veneta im Jahre 1501 in Polen gewesen ist, wovon sowohl Mathias von Miechow, als Wapowski in ihren Chroniken berichten. Im Jahre 1505 oder im folgenden ist unser Marco bereits in Rom. Er wurde dorthin berufen von dem Cardinal Petrus Isualles, Erzbischof von Reggio (allgemein „Cardinalis Rheginus" genannt), einem grossen Protector der Gelehrten und offenbar auch unseres Beneventano, welcher sich über ihn mit grösster Verehrung ausdrückt. Wie Baduarius, ist auch dieser andere hohe Mäcen Marco's der polnischen Geschichte nicht fremd. Er besuchte Polen, indem er hier eine Legation seitens des Papstes Alexander VI an den König Johann Albert im November 1500 ausrichtete; seit jenem Zeitpunkt, bis wenigstens 1511 ist er „Cardinal Protector" von Polen. Ein Breve Julius II vom 27. März 1509 ernennt ihn und den Cardinalis Portuanus zu Superarbitern in dem Streite zwischen Polen und dem Deutschen Orden (Theiner Monum. II, 358); von seiner Polen begünstigenden Gesinnung zeugen die in den Acta Tomiciana I erhaltenen Briefe des Königs Sigismund I, sowohl an den Cardinal selbst, als an den Bischof von Ermland, Lucas Watzelrode, Oheim des Copernicus.

Dem Drängen des römischen Buchhändlers und Mitglieds der Academia Aldina — Evangelista Tosino — folge leistend arbeitet Marco im J. 1506 zusammen mit dem veroneser Dichter, Mathematiker und Hellenisten Joannes Cotta und unter Mitwirkung des seit dem Frühling 1505 in Rom weilenden Bernhard Wapowski an einer neuen Ausgabe der Geographia Cl. Ptolemaei in lateinischer direct nach griechischen Codices ausgeführten Uebersetzung. An diesem Unternehmen haben auch Fabrizio de Varano, der gelehrte Bischof von Camerino, Cornelio Benigno und Scipione Fortiguerra, genannt Carteromachus — alle drei vorzügliche Hellenisten theilgenommen. Die Frucht dieser gemeinschaftlichen Arbeit ist jene hier schon einmal erwähnte römische Edition der Geographia und des Planisphaeriums des alexandrischen Astronomen (vom Jahre 1507) gewesen, welche gegenwärtig zu den höchsten biblio-

graphischen Seltenheiten gerechnet wird. Durch einige Zusätze, u. A. die ungemein interessante „Nova orbis descriptio ac nova oceani navigatio, qua Lisbona ad Indicum pervenitur pelagus, a Marco Beneventano Caelestino edita“, vermehrt, wurde sie im nächstfolgenden Jahre in Rom wiederholt herausgegeben. Beide Ausgaben sind von Marco seinem Gönner, dem oben genannten Cardinal Petrus, gewidmet worden.

Der schwierigste Theil des Unternehmens fiel Marco zu, nämlich die Zeichnungen der zahlreichen geographischen Karten, sowohl jener, welche Ptolemaeus' Text erforderte, als auch der sechs modernen Karten, die augenscheinlich auf recent erworbene topographische Kenntnisse sich stützten. Und es sind meist weit von Italien entfernt liegende Länder, welche gerade einige von diesen „Tabulae modernae“ vorstellen: Livland, Polen, Ungarn, Klein-Russland, Lithauen..... Trotzdem ist die Ausführung jener Karten nicht nur sehr schön, sondern auch merkwürdig genau; die Namen von Ortschaften, besonders in Polen, auffallend correct, so dass man unwillkürlich die Ueberzeugung gewinnen muss, Beneventano sei in der Anfertigung dieser Karten von einem guten Kenner jener Ländereien, ja vielleicht von mehreren, unterstützt worden. Die zweite von den am Ende des Werkes beigefügten Karten ist schon in der ersten Ausgabe eine Karte von Polen, welche auf eine wahrhaft seltsame Weise, mit aller Evidenz bezeugt, dass Marco die äusserst reichlichen topographischen Details, welche zu ihrem Entwerfen erforderlich waren, aus den Händen Wapowski's und Copernicus' erhalten habe. Würden auch keine anderen Zeugnisse vorhanden sein, — diese Karte reichte schon hin, um das Bestehen persönlicher und inniger Beziehungen zwischen dem gelehrten Benedictinermönch und unseren beiden Landsmännern zu verbürgen. Ueber die Einzelheiten dieses in seiner Art ungewöhnlichen Zeugnisses sich weiter auszulassen, wäre an dieser Stelle nicht angemessen.

Die ferneren Schicksale Beneventano's interessieren uns schon weit weniger, weswegen dieselben hier nur kurz zusammengefasst werden mögen. Im Herbste 1511 verlässt er Rom und übersiedelt nach Neapel, wo er die Lehrkanzeln der Logik und der Geometrie gegen hohes Salarium übernimmt. Sein Weggang aus der ewigen Stadt hieng mit dem am 22. September 1511 in Cesena erfolgten Tode des Cardinals Petrus zusammen. Als Profesor an der Universität

zu Neapel war er nur bis Mitte des Jahres 1515 thätig; hier verband ihn ein warmes Freundschaftsverhältnis mit dem gelehrten Conte Fabrizio Gesualdo, auch fand er hier neue Gönner in der Familie des hochbetagten Card. Oliviero Caraffa und lebte auf vertrautem Fusse mit dessen Neffen, dem jungen gebildeten Federigo Caraffa, Sohn des Fürsten Ariano. Welche Gründe ihn bewogen haben, den Lehrstuhl in Neapel zu verlassen und sich wieder in Rom anzusiedeln, ist unbekannt; aus einigen Anzeichen scheint hervorzugehen, dass dieser neue Ortswechsel mit der Berufung frischer und namhafter Kräfte an die um diese Zeit reformierte römische Universität Sapienza zusammenhieng. Gewisse und zwar intimere Beziehungen verbanden ihn damals auch mit dem wegen seiner Vielseitigkeit bekannten Autor Galeazzo Flavio Capra Fioremontano, Minister des Fürsten Francesco Sforza, den er „dimidium animi mei“ nennt.

In Neapel sowohl als auch wiederholt in Rom, giebt Marco im Jahre 1521 die oben genannte Schrift „Apologeticum opusculum“ heraus. Heutzutage eine ausserordentliche Seltenheit ist sie gegen die seltsamen Fehler gerichtet, die ein gewisser Albertus Pighius Campensis im Bestimmen der wahren Lage der Aequinoctien, der Zeit ihres Eintreffens und anderer mit der Präcession zusammenhängender Fragen, begangen hatte. Der zuletzt genannte, Lector der Astronomie an der pariser Universität und „s. theologiae baccalarius formatus“ daselbst, vielleicht ein besserer Theologe als Astronom, ist wegen seiner heftigen Angriffe gegen mehrere hervorragende Humanisten — u. A. Martinus Bucerus und Erasmus von Rotterdam — hinreichend bekannt. Er lies Beneventano's Schrift nicht ohne Antwort, indem er ein boshaftes Pamphlet „Adversus novam Marci Benevetani Astronomiam etc.“ herausgab, welches durch Uebermass an astronomischem und mathematischem Unsinn den sachkundigen Leser nicht weniger verblüfft als durch eine wahre Fluth von derben, gegen Marco gerichteten Grobheiten. Als Replik darauf, gab letzterer das Werkchen „Novum opusculum Marci Beneventani iterum scribentis in Cacostrologum referentem ad eclypticam immobilem abacum Alphonsinum“ heraus, welches in Rom im Jahre 1522 erschien. Hierauf scheint der Streit beigelegt worden zu sein. Derselbe verdient hier nur insofern Erwähnung, als gerade bei diesem Anlass Beneventano nicht nur über einige wichtige Be-

gebenheiten aus seinen Jugendjahren berichtet, sondern auch seine ehemaligen originellen und jedenfalls ziemlich kühnen theoretischen Ansichten in Betreff der Phoronomie der Präcessionserscheinungen entwickelt. Zu den bemerkenswerthen Momenten seiner Theorie gehört unzweifelhaft die Annahme einer langsamen Veränderlichkeit des tropischen Jahres, so wie die Annahme einer wenngleich nur theilweisen Beweglichkeit der Aquinoctialpunkte. Beides, besonders aber seine letztgenannte Ansicht, verräth deutlich einen Anklang an die Theorie der Präcession des Copernicus, eine offenbare Filiation, von der schon oben gesprochen wurde. In den mittelalterlichen Theoricae wurden die Präcessionsphaenomene durch eine träge Bewegung des ganzen Firmamentes, der sogenannten achten Sphäre erklärt, worauf schon die Benennung „Theorica motus octavae sphaerae“ hinweist; die Aequinoctialpunkte wurden als invariabel angenommen: bei Copernicus verhält sich die Sache bekanntlich gerade umgekehrt. Beneventano setzte sich über die antiken Vorstellungen hinweg und wagte einen selbstständigen Schritt, indem er einen — und zwar den als variabel gedachten — Theil der (scheinbaren) Bewegung der Fixsterne, der Bewegbarkeit jener Punkte zuschrieb. Copernicus machte sie endlich vollkommen beweglich; erst bei ihm wird das ganze Phänomen einzig und allein auf den saeculären Rückgang jener Punkte zurückgeführt. Nimmt man diesen Umstand nebst dem oben erwähnten, gleichzeitigen Aufenthalt von Marco und Copernicus zu Bologna in Betracht, so wird dadurch unsere Behauptung gerechtfertigt: die Ideen Beneventano's hätten einigermassen die Brücke gebildet, worüber die Gedanken des grossen frauenburger Astronomen, von der alten und falschen Doctrin zu seiner eigenen bewunderungswürdigen Theorie der Präcession geschritten sind.

Wie andauernd und wie lebhaft diese astronomische Frage unsere drei Bekannten interessiert habe, mag u. A. aus der Thatsache geschlossen werden, dass noch im Jahre 1524 der in Krakau ansässige Wapowski den frisch in Nürnberg erschienenen „Joannis Werneri De motu octavae sphaerae tractatus“ seinem Freunde Copernicus nach Ermland sendet, um dessen Gutachten darüber zu vernehmen. Der ungewöhnlich lange Brief des letzteren d. d. Varmiae 3. Junii 1524 enthält bekanntlich eine Kritik der Werner'schen Faseleien, die nicht minder energisch und zugleich vernichtend ist, als das zwei Jahre ältere Schriftchen Bene-

ventano's „Adversus Alberti Pighii ineptias" über denselben Gegenstand. Trotzdem ist jedoch Copernicus' Capitalgedanke — die Erdbewegung — Marco fern geblieben: selbst in den, an der Neige seines Lebens (1521—1522) verfassten Werkchen stellt er sich uns als treuer Anhänger des geocentrischen Systems vor.

Die chronologisch späteste, bis jetzt bekannte Nachricht über ihn enthält die Bulle Clemens' VII vom 23. December 1524; er kommt darin als Abt vor und wird unter die zehn grösseren Poenitentiarier für das heranrückende Jubiläumsjahr 1525 gezählt. Das Datum seines Hinscheidens konnte noch nicht ermittelt werden, doch scheint er kurz nach dem hier erwähnten Jahre verstorben zu sein, da er selbst im Jahre 1521 sich „senex aegrotus" nennt, was bald darauf von seinem Gegner Pighius in ein verächtliches „decrepitus iam senex" verwandelt wurde.

Im Anhang I stellt der Verfasser rechtfertigende Documente und Quellen zusammen; wegen der grossen, manchmal auch ausserordentlichen Seltenheit der Palaeotypen, woraus sie geschöpft worden sind, musste ein Theil derselben in extenso angeführt werden. Anhang II enthält meist mühsam erworbene Notizen über einige Persönlichkeiten, mit denen Marco in wissenschaftlichem Verkehr gestanden hat; der Verfasser hat sie in der berechtigten Hoffnung beigefügt, dass sie anderen Forschern ihre Aufgabe erleichtern und Anknüpfungspunkte bieten werden, die nicht nur in Bezug auf Beneventano, sondern auch auf Copernicus und Wapowski, ergiebigere Resultate versprechen. Schliesslich erörtert der Verfasser im Anhang III in einem kurzen mathematischen Excurs den Unterschied zwischen der alten, d. h. Alphonsinischen Doctrin der Präcession und der Theorie jener Erscheinungen in Beneventano's Schriften und weist darauf hin, dass der letztere auf seine Ideen durch die Entdeckung eines von Peuerbach († 1462) in der Interpretation der Alphonsinischen s. g. Trepidationstafeln geleitet worden sei.

Der Text wird von zwei Figuren und einer photographischen Reproduction der ältesten bis jetzt bekannten — von Beneventano und Wapowski im Jahre 1506 angefertigten — geographischen Karte Polens illustriert.

6. M. P. RUDZKI présente son travail: **O wieku ziemi.** *(Sur l'âge de la Terre). (Ueber das Alter der Erde).*

§. 1. Introduction.

Le mémoire du prof. Joly sur l'âge de la Terre[1]) a rappelé à mon souvenir une méthode d'estimer cette quantité, que j'ai exposée en 1895 dans les „Petermann's Mittheilungen“ [2]). Je dois avouer que cette méthode ne peut pas prétendre à une grande précision. Il me semble pourtant qu'elle peut conduire à quelques résultats intéressants.

La méthode susdite n'est qu'une application de la théorie de la chaleur de Fourrier. Supposons qu'une sphère solide et isotrope se refroidisse de manière que les surfaces isothermes soient constamment sphèriques et concentriques, alors la diminution annuelle du rayon sera toujours proportionelle au réciproque du gradient géothermique dans la couche superficielle. En effet, quelle que soit la distribution de la chaleur à l'intérieur de la sphère, pourvu qu'elle soit exprimable par une fonction de la distance au centre de la sphère, on aura toujours

$$\text{I} \qquad \frac{dR}{dt} = -\frac{3\mu k}{\gamma},$$

où μ désigne le coefficient de la dilatation thermique linéaire,
k le coefficient thermométrique de la conductibilité,
γ le gradient géothermique dans la couche superficielle
R le rayon de la sphère,
t le temps.

Quant à la démonstration de la formule I, je renvoie le lecteur à mon article dans les „Petermann's Mittheilungen“. Je remarquerai d'ailleurs, qu'on peut facilement arriver à la formule I en partant de certaines formules, que M. Hergesell a developpées

[1]) Rev. O Fisher. Prof. Joly's Estimate of the Geological Age of the Earth. The Geological Magazine. Dec. IV, vol. VII, No III (Mars 1900) pp. 124—132.

[2]) Ueber eine Methode die Dauer der Geologischen Zeit zu schätzen. Petermann's Mittheilungen 1895 (Heft 6) pp. 147—149.

dans son mémoire „Die Abkühlung der Erde und die gebirgsbildenden Kräfte“ [1].

La relation I peut être appliquée à la Terre pourvu qu'on admette, que k et μ représentent la conductibilité moyenne et le coefficient de dilatation moyen. Mais on pourrait objecter, que l'intérieur de la Terre n'est peut être pas solide et que la théorie de la conductibilité de Fourrier, partant la formule I qui n'est qu'une conséquence de cette théorie n'est peut être pas applicable à la Terre. A la fin de ce mémoire nous allons considérer une Terre liquide ou gazeuse à son intérieur, en attendant nous allons la traiter comme un solide.

La diminution annuelle du rayon terrestre étant connue, on peut calculer la contraction de la surface de la Terre pendant un laps de temps determiné, d'autre part si l'on connaît la contraction de la surface de la Terre, disons depuis le commencement de l'époque silurienne jusqu'à nos jours, on pourra réciproquement calculer le temps, qui s'est écoulé depuis le commencement de cette époque.

Mais il y a une difficulté. Le gradient géothermique figurant dans la formule I n'est pas une quantité invariable, au contraire c'est une quantité qui augmente probablement avec le temps. La loi de la variation ne nous est pas connue, il nous faut admettre une loi hypothètique. Pour fixer les idées, prenons la loi qui découle des hypothèses de lord Kelvin, hypothèses qu'il a exposées dans son mémoire sur le refroidissement [2] de la Terre. Elle est commode à cause de sa simplicité, elle conduit à l'expression très simple:

$$\gamma = c\sqrt{t} \tag{II}$$

où c est une constante et t le temps, qui s'est ecoulé depuis un moment hypothètique, où la température a été partout la même dans tout le corps. Nous allons admettre que ce moment a précédé le commencement de l'époque silurienne.

La constante c peut être facilement déterminée, désignons en effet par t_1 et t_2 les espaces de temps qui se sont écoulés depuis le moment où la température a été partout la même jusqu'au com-

[1] Beiträge zur Geophysik. Vol. II. Il s'agit spécialement des formules à la page 171.

[2] On the Cooling of the Earth. Treatise on Natural Philosophy. Appendix D.

mencement de l'époque paléozoïque et jusqu'à nos jours, soient γ_1, γ_2 les valeurs correspondantes du gradient et nous aurons

$$\gamma_2 = c\sqrt{t_2},$$

d'où

$$\text{III} \qquad c = \frac{\gamma_2}{\sqrt{t_2}}.$$

Remarquons que γ_2 se détermine par l'observation.

Maintenant substituons la valeur de γ d'après les formules II et III dans la formule I, nous obtiendrons

$$\text{IV} \qquad \frac{dR}{dt} = -3\mu . \frac{k}{\gamma_2}\sqrt{\frac{t_2}{t}}$$

Désignons par A la surface de la sphère, on sait par les éléments, que

$$A = 4\pi R^2.$$

Donc la contraction de la surface de la sphère sera

$$dA = 8\pi R \frac{dR}{dt} dt.$$

En ayant égard à la formule IV nous pourrons écrire

$$\text{V} \qquad dA = -24\pi R \cdot \frac{\mu k}{\gamma_2} \cdot \sqrt{\frac{t_2}{t}} . dt.$$

En intégrant depuis $t = t_1$ jusqu'à $t = t_2$, nous trouverons de suite que la contraction de la surface de la Terre depuis le commencement de l'époque silurienne jusqu'à nos jours, contraction que nous allons désigner par ΔA s'exprime par la formule très simple

$$\Delta A = -\frac{48 \mu k . \pi . R}{\gamma_2} . \sqrt{t_2}(\sqrt{t_2} - \sqrt{t_1})$$

$$= -\frac{48 \mu k \pi R}{\gamma_2} \cdot \frac{\sqrt{t_2}}{\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1}} . (t_2 - t_1)$$

d'où l'on tire immédiatement

$$\text{VI} \qquad t_2 - t_1 = -\frac{\gamma_2}{48 \mu k . \pi R} \frac{\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1}}{\sqrt{t_2}} . \Delta A.$$

$t_2 - t_1$ c'est le temps qui s'est écoulé depuis le commencement de l'époque silurienne jusqu'à nos jours, c'est le temps que nous nous sommes proposés de calculer. Le facteur

$$\frac{\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1}}{\sqrt{t_2}}$$

est contenu dans les limites 1 et 2. Il atteint la limite supérieure 2 pour $t_1 = t_2$, ce qui correspond à l'hypothèse que $t_2 - t_1$ est infiniment petit en comparaison de t_2 et de t_1. Cela signifierait que le temps qui s'est écoulé depuis le commencement de l'époque silurienne est infiniment petit en comparaison de celui qui s'est écoulé depuis le moment, où la température était partout la même. Cette hypothèse est d'ailleurs équivalente à celle ci que le gradient géothermique dans la couche superficielle est constant. La limite inférieure 1 est atteinte pour $t_1 = o$, ce qui signifie, que le commencement de l'époque silurienne coïncide avec le moment où la sphère possédait partout la même température.

§ 2. Les bases du calcul.

Nous avons montré dans le paragraphe précédent qu'on peut calculer le temps, qui s'est écoulé depuis le commencement de l'époque silurienne jusqu'à nos jours, si l'on sait calculer l'aire dont la superficie de la Terre a diminué dans le même temps. — Nous allons essayer de faire ce calcul sur les bases suivantes.

Supposons qu'une sphère se refroidisse, supposons ensuite que la surface sans déformation („Level of no strain" de M. Mellard Reade et de M. Davison) se trouve dejà à une certaine profondeur et ne fait que descendre plus bas dans la suite des temps. D'après cela l'écorce subit continuellement une compression latérale, qui se traduit par la formation des plis, par des brisures et des tassements dans certaines parties de l'écorce. Maintenant calculons la superficie que les parties plissées occuperaient si on les étalait horizontalement, retranchons — en la superficie qu'elles occupent actuellement, nous obtiendrons précisement l'aire dont la superficie de la sphère a diminué. En ajoutant cette aire à la superficie actuelle nous obtiendrons la superficie primitive de la[1]) Terre. 'A vrai dire, la superficie

[1]) Par le mot „primitive" j'entends la superficie de la Terre au commencement de l'époque silurienne.

primitive de la Terre évaluée de cette manière sera un peu inférieure à la superficie primitive véritable, parce que le refroidissement et la contraction des couches superficielles se poursuit sans cesse quoique de plus en plus lentement. L'effet de cette erreur sera de diminuer quelque peu la valeur que nous allons trouver pour le temps écoulé depuis le commencement de l'époque silurienne jusqu'à nos jours.

Notre raisonnement repose sur l'hypothèse que la cause des dislocations compressives réside dans la contraction accompagnant le refroidissement séculaire de la Terre. Il faut nous assurer si cette base est assez solide, il faut se demander s'il n'y a pas une autre théorie expliquant les faits d'une manière tout aussi satisfaisante.

Je ne vais pas discuter l'hypothèse de M. Reyer qui attribue la cause de de la formation des plis à un glissement de couches sur un plan incliné. Cette hypothèse n'a presque pas trouvé d'adhérents tant elle paraissait peu vraisemblable à la majorité des savants.

Je pense de même qu'il est inutile d'entrer dans une discussion approfondie de la théorie de M. Mellard Reade [1]. Cette théorie n'est au fond qu'une modification de la théorie contractionelle ordinaire qui sert de base à nos raisonnements. En effet tout en admettant la même cause primitive elle appuye surtout sur cette circonstance que le refroidissement peut être inégal dans les différentes parties de la Terre. Elle concerne plustôt le mode d'action de la cause primitive que la cause elle même Dans une recherche comme la nôtre, où le mode d'action est sans importance, la différence entre l'hypothèse de M. Mellard Reade et toute autre hypothèse prenant le refroidissement séculaire pour cause primitive est sans importance. Nous pourrions même prendre la théorie de M. Mellard Reade pour base, certaines déductions auraient dû être modifiées, mais le résultat final serait le même. Par suite nous pouvons nous dispenser de discuter plus amplement la théorie de M. Mellard Reade malgré qu'elle offre quelques points importants à la discussion. Mais il faut se demander s'il n'y a pas d'autres causes de déformation indépendantes du refroidissement et de la contraction séculaires qui pourraient entrer ici en ligne de compte.

[1] Origine of Mountain Ranges. London 1886.

On pourrait songer aux déformations engendrées par la tendance à maintenir au moins approximativement une figure d'équilibre stable. Des déformations de cette espèce peuvent être engendrées par un déplacement de l'axe de rotation à l'intérieur de la Terre. Un tel déplacement n'est pas impossible dans un corps non absolument rigide, sujet à des changements continuels dans la distribution des masses, changements causés par le transport du détritus par les fleuves, les courants, par les dislocations etc. On sait que les déplacements de l'axe à l'intérieur de la Terre doivent être extrêmement lents, mais si petit que soit le déplacement annuel il peut aboutir après des millions d'années à un déplacement appréciable.

Viennent ensuite les déformations isostatiques c'est à dire celles qui sont causées par l'augmentation de la pression partout, où le detritus se dépose, et la diminution de la pression partout, d'où le detritus est emporté [1]). Il faut pourtant remarquer, que les déformations de cette sorte et à plus forte raison les déformations causées par les déplacements de l'axe de rotation doivent aboutir à la formation d'inégalités larges mais plates plutôt qu'à la formation de plis. Cela devrait être quelque chose comme les grandes géosynclinales et géoanticlinales de Dana.

Mais quelles que soient les causes des déformations indépendantes de la contraction: isostatisme, déplacement de l'axe etc., elles ne doivent changer le volume de la Terre que d'une quantité tout à fait négligeable. D'autre part comme il y a tendance à conserver la figure d'équilibre, — la superficie de la Terre ne peut varier que dans des limites très restreintes. Il s'en suit, que toute déformation produisant une compression dans une certaine partie de l'écorce doit déterminer une dilatation sensiblement équivalente dans une autre partie de l'écorce. Si des plis se forment dans une région, il faut que des fissures, des effondrements se forment dans une autre.

Il est cependant difficile de distinguer ces plissements de ceux qui sont determinés par la contraction séculaire, on pourrait donc être embarassé pour les éliminer. Heureusement un plissement indépendant de la contraction séculaire a pour équivalent une dé-

[1]) J'ai traité des déformations de cette espèce dans mes recherches sur les déformations de la Terre pendant l'époque glaciaire. Voir le „Bulletin international de l'Académie des Sciences de Cracovie" pour 1899 pp. 169—215 et 445—468.

formation dilatationelle. Il faut donc seulement estimer l'aire gagnée par les déformations dilatationelles pour avoir l'aire perdue par les déformations contractionelles, puisque les deux aires doivent être égales. Il est possible d'estimer l'aire gagnée par les fissures et les effondrements, mais il y a certaines déformations dilatationelles qu'il est difficile de distinguer et d'estimer. D'autre part il y a une quantité d'effondrements, qui n'ont probablement rien à faire avec les déformations dilatationelles isostatiques, qui, par exemple, sont tout bonnement des conséquences de ce, que dans un corps aussi peu homogène que la Terre, sujet à tant d'influences, la contraction séculaire ne saurait être uniforme dans toutes les directions. Aussi en pratique il n'y a qu'un moyen de se tirer d'embarras. D'un côté il faut être très circonspect dans l'estimation des aires plissées et les taxer aussi bas que possible, d'un autre côté il faut se résigner à envisager toutes les fissures, tous les effondrements comme des déformations dilatationelles compensées par des déformations contractionelles équivalentes. Par suite, on estimera l'aire gagnée par la formation des fissures et des effondrements et on retranchera une aire, qui lui sera égale, de l'aire entière perdue par les plissements.

Les fissures ne sont pas béantes, elles sont remplies par diverses substances, surtout par les laves solidifiées. Nous allons regarder tous les espaces remplis par les roches volcaniques intrusives comme des vides produits par des déformations dilatationelles qui doivent être compensées par des déformations contractionelles équivalentes. Nous allons estimer l'aire gagnée par les intrusions d'une manière approximative dans l'un des paragraphes suivants.

Quant aux effondrements nous allons admettre qu'ils ont produit tous les bassins océaniens. C'est certainement une exagération parcequ' il est bien probable qu'une bonne partie des bassins océaniens et des mers entières n'ont rien à faire avec les effondrements. Mais d'un autre côté, considérons qu'une partie des bassins formés par effondrement est comblée par les sédiments, considérons ensuite, qu'il y a des effondrements qui resteront hors de compte. Ce sont premièrement les effondrements continentaux, ensuite les anciens effondrements n'apparaissant pas dans le relief actuel tantôt parcequ'ils ont été comblés, tantôt parceque les massifs, qui les dominaient, ont été dégradés.

Pour estimer l'aire gagnée par les effondrements nous allons procéder de la manière suivante. Désignons le rayon de la surface de la sphère par R. Supposons qu'un morceau rigide de l'écorce de superficie α descend parallèlement à lui même jusqu'à la profondeur p, où le rayon de la surface sphèrique concentrique n'est que $R-p$. Par conséquent à la profondeur p ce morceau ne devrait trouver libre qu'une superficie

$$\alpha\left(\frac{R-p}{R}\right)^2,$$

il faut donc que les couches se trouvant à la profondeur p s'écartent de tous les côtés et se serrent sur une superficie moindre.

Le déficit d'aire libre est

$$\alpha-\alpha\left(\frac{R-p}{R}\right)^2=\alpha\left(\frac{2p}{R}-\frac{p^2}{R^2}\right).$$

Comme $\frac{p^2}{R^2}$ est en realité très petit en comparaison de $\frac{2p}{R}$, on peut dire que le déficit est

$$\alpha\,.\,\frac{2p}{R}$$

Il faut donc que les couches à la profondeur p cèdent une aire $\frac{2p}{R}\,.\,\alpha$. Cela peut se faire par des déformations contractionelles ayant lieu en d'autres endroits [1]. Le retrait des couches entourant le lieu de l'effondrement agrandit la superficie du creux au niveau de la surface extérieure de rayon R. L'aire ainsi gagnée sera presque exactement $\frac{2p}{R}\,.\,\alpha$. — Dans les applications, nous allons mesurer la profondeur p à partir de la surface moyenne des continents parce qu'il s'agit ici de la profondeur de l'effondrement relativement aux autres parties de l'écorce.

[1]) Je ne peux pas entrer ici dans les détails de cette question, cela nous entrainerait trop loin de notre sujet.

§ 3. Calcul de l'aire plissée.

Je vais commencer par calculer l'aire actuellement recouverte par les couches plissées, tant celles qui se dressent en hautes montagnes que celles qui sont plus ou moins rabotées tout en ne tenant compte que des plis postcambriens.

Tout d'abord je vais supposer qu'à part quelques exceptions qui seront mentionnées plus loin, le fond des océans ne contient pas de couches ayant subi un plissement postcambrien. Restent donc les continents et les îles. Nous allons les considérer les uns après les autres en commençant par l'Europe [1]). La Russie, la Finlande et une bonne partie de la Scandinavie sont exemptes de plissement postcambrien. J'évalue la surface exempte de plissement à 4 700 000 km² environ. Comme la superficie du continent européen est d'environ 9 340 000 km² [2]) il reste 4 640 000 km² pour les territoires plissés de l'Europe.

En Asie sont exemptes de plissement postcambrien:

l'Arabie, la Syrie et la Mésopotamie	3 540 000 km²
le Dekhan jusqu'aux monts Araválli et le Gange	1 960 000 „
la Chine septentrionale, la Corée et la Mantchourie	2 800 000 „

Quant à la Sibérie, il est bien probable qu'elle contient des régions étendues qui n'ont subi aucun plissement postérieur à l'époque cambrienne, mais nos renseignements sur ces contrées ne sont pas encore suffisants pour pouvoir dire quelque chose de bien défini. Je me suis enfin décidé à admettre que tout le reste de l'Asie contient environ 8 300 000 km² de territoires exempts de plissement. Dans ce chiffre figurent 500 000 km² pour la partie orientale de l'Indochine qui paraît aussi appartenir aux régions exemptes de plissement postcambrien. En fin de compte nous obtiendrons 16 600 000 km² de terrains non plissés et comme on peut estimer la superficie du continent asiatique [3]) à 41 480 000 km², il restera pour la superficie des terrains plissés [4]) 24 880 000 km².

[1]) Dans ce paragraphe j'ai consulté surtout: E. Suess (Antlitz der Erde) et Lapparent (Traité de Géographie physique). Les aires plissées furent estimées d'après l'Atlas de Stieler, de Berghaus, L'Atlas de l'Océan Pacifique publié par la „Deutsche Seewarte“ etc.

[2]) Cf. Penck. Morphologie der Erdoberfläche. Vol. I, p. 131.

[3]) Penck, loc. cit.

[4]) Ibidem.

La superficie de l'Amérique du Nord peut être évaluée à 19 960 000 km². Il faut en retrancher les régions voisines de la Hudsonsbay, où les lambeaux des couches paléozoiques reposent horizontalement sur les roches archéennes. J'estime la superficie de cette région à 5 300 000 km². Les hauts plateaux du Colorado et de Utah, les monts Uinta et les Rockies livreront encore environ 500 000 km². On devra donc retrancher 5 800 000 de 19 960 000 km² et il restera 14 160 000 km² pour le compte des régions de plissement postcambrien.

Tandis que les terres d'Asie, d'Europe et de l'Amérique du Nord sont pour la plupart affectées des plissements paléozoïques, mesozoïques et tertiaires, les trois autres continents c'est à dire l'Afrique, l'Australie et l'Amérique du Sud présentent de vastes étendues recouvertes des couches sedimentaires de tout âge n'ayant jamais subi un plissement véritable. Ce n'est qu'au bord des continents que nous rencontrons des chaînes de montagnes plissées: en Afrique l'Atlas avec 720 000 km² environ, en Australie le grand système de montagnes au bord oriental du continent avec 1 050 000 km², dans l'Amérique du Sud le grand système andin avec 3 150 000 km² environ de superficie.

Ainsi les grands continents nous donneront:

l'Europe	4 640 000	km²
l'Asie	24 880 000	„
l'Amérique du Nord . . .	14 160 000	„
l'Amérique du Sud . . .	3 150 000	„
l'Afrique	720 000	„
l'Australie	1 050 000	„
Total . .	48 600 000	km²

de terrains affectés de plissements postcambriens.

Ici il faut ajouter les pentes sousmarines des montagnes côtières des continents. Le long des rivages de l'Amérique on voit des isobathes serrant de près les côtes, au Nord de S. Francisco [1]) c'est l'isobathe de 2 000 mètres qui semble coïncider à peu près avec la limite de la pente abrupte des chaînes côtières, au delà de laquelle commence le fond plat de l'Océan, plus au Sud de S. Fran-

[1]) D'après la carte No 1 dans l'Atlas: „Deutsche Seewarte. Stiller Ozean. Hamburg 1895".

cisco[1]) c'est l'isobathe de 3 000 mètres qui parait constituer la limite de l'escarpement continental, mais au large de Cabo Corrientes cette limite paraît passer à l'isobathe de 4 000 mètres pour la quitter de nouveau et revenir à l'isobathe de 3 000 mètres au large de la frontière de Nicaragua. Elle poursuit cette isobathe jusqu'au large de Guayaquil. D'ici jusqu'à un point situé un peu au Sud de Valparaiso c'est l'isobathe de 4 000 mètres qui doit être prise comme limite de l'escarpement continental. Plus au Sud enfin jusqu'au Cap Horn il faut prendre l'isobathe de 1 000 mètres comme limite. — Tout cet escarpement doit être adjugé à l'aire plissée puisqu'il ne parait être que le prolongement des pentes des chaînes côtieres. J'estime sa superficie à 2 840 000 km².

Il est bien plus dificile d'effectuer une pareille estimation pour les rivages occidentaux du Pacifique, des doutes surgissent à tout instant, aussi me suis-je résigné à ne faire d'estimation directe que pour les côtes orientales de l'Australie. Ici l'escarpement continental paraît aussi former le prolongement de la zone plissée côtière du continent, j'estime sa superficie (avec la Tasmanie) à 1 000 000 km² au moins, c'est à dire à autant que la superficie de la zone plissée subaérienne dans le continent voisin.

Ensuite j'ai pris les îles du Pacifique occidental. Voici leur superficie en chiffres ronds:

Nouvelle Guinée	785 000
Bornéo	734 000
Sumatra	421 000
Java	126 000
Celebes	179 000
Autres îles Sondes	180 000
Nouvelle Zélande (deux îles) . .	228 000
Iles Japonaises	382 000
Sakhalien	76000
Les Philippines	296 000
La Formose	35 000
Iles Salomon	44 000
Archipel de Bismarck	47 000
Nouvelle Calédonie et îles Loyalty	20 000
Total . .	3 533 000

[1]) Tout le golfe de Californie est inclus dans l'isobathe de 3 000 mètres.

Quelques petites îles ont été omises comme peu importantes. Pour tenir compte des socles sousmarins des îles énumérées tout à l'heure, doublons le résultat, nous obtiendrons 7 060 000 km².

Dans l'Océan atlantique c'est la cordillère des Antilles qu'il faut faire entrer en ligne de compte. Nous allons prendre comme limite de la cordillère le rivage du continent (la zone plissée du continent américain a été dejà évaluée) et ailleurs l'isobathe de 4 000 mètres. De cette manière les creux de Yucatan et de Curaçao restent exclus, mais le plateau sous-marin de Bahama est inclus dans l'estimation. Du côté du Golfe de Mexique j'ai pris pour limite l'isobathe de 3 000 mètres, le canal de Floride a été excepté. J'estime la superficie de l'aire antillaise tant sous-marine que sous aérienne à 2 700 000 km².

Enfin en Europe il faut prendre l'aire de la terrasse continentale au moins jusqu'à l'isobathe de 200 mètres. Il semble que la constitution orographique et géologique de cette terrasse doit être partout analogue à la constitution des terres voisines. Autour de la Grande Bretagne, de la France et de la péninsule Ibérienne cette terrasse doit être le prolongement des vieux systèmes montagneux rabotés. De même dans la Mediterranée. la mer de l'Archipel. l'Adriatique avec toutes leurs îles, puis les Baléares. la Corse et la Sardaigne, la Sicile enfin avec leurs socles sousmarins doivent être considérées comme faisant partie de l'aire plissée.

J'estime à 2 590 000 km² la superficie de la terrasse continentale bordant l'Europe du côté de l'Atlantique y compris la Grande Bretagne, les petites îles comme les Hébrides, les Shetland etc. et la mer du Nord. Ensuite j'estime la superficie de l'Archipel avec les îles, y compris Rhodes et la Crête . . à 190 000 km²,
celle de l'Adriatique . . . . „ 145 000 „
la superficie de la Corse, Sardaigne, Sicile, des Baléares avec leurs socles sous-marins et la terrasse continentale dans la Mediterranée occidentale jusqu'à la Petite Syrte . . . . „ 257 000 „
Ensemble cela donnera encore 3 182 500 km², c'est à dire environ 3 180 000 km².

Maintenant si nous faisons la somme de tous les totaux partiels, nous trouverons 65 380 000 km². Ce nombre n'est pas certainement exageré, il pourrait au contraire passer pour un minimum. En effet nous avons assigné des limites plus que modestes à la

région affectée de plissement postcambrien dans le Pacifique occidental malgré qu'il ne soit pas impossible, que toute la Polynésie doive lui être ajoutée. Les terres arctiques et antarctiques ont été entièrement exclues de nos calculs. Nous avons admis que les régions abyssales des océans ne recèlent aucun reste d'une vieille terre montagneuse engloutie par les eaux, c'est évidemment une hypothèse arbitraire.

§. 4. Calcul de ΔA.

Nous avons trouvé que la superficie des régions plissées peut être estimée à 65 380 000 km² au moins. Comme la superficie de la Terre est égale à environ 509 500 000 km², cela fait environ 12·8 % de la surface de la Terre.

Parmi les couches qui constituent l'écorce terrestre dans les régions plissées il y en a qui ont été plissées plusieurs fois et d'autres qui n'ont subi de plissement qu'une seule fois pendant toute la suite innombrable des siècles, qui se sont écoulés depuis le commencement de l'époque silurienne jusqu'à nos jours. Il y a des régions où les couches ont subi un plissement très intense, il y en a d'autres qui ont subi un plissement assez exigu. Il est évident qu'une estimation exacte de la contraction nécessaire pour produire l'état actuel des choses est absolument impossible. Mais comme il s'agit non d'obtenir des résultats exacts, mais de se faire une idée de l'importance de certains facteurs géologiques, une évaluation approximative nous suffira pour arriver à quelque résultat.

Plusieurs auteurs ont essayé de calculer la surface que les couches plissées occuperaient si on les étalait horizontalement. Comme la contraction a ordinairement lieu dans la direction normale à l'axe de la chaîne, ils calculaient seulement la largeur de la bande qu'occuperaient les couches étalées.

Voici quelques chiffres empruntés à Penck [1].

Les chiffres de la première colonne indiquent la largeur actuelle de la bande en km., les chiffres de la seconde indiquent la largeur primitive de la

[1]) Morphologie der Erdoberfläche, tome I, pp. 429 et 430.

bande, enfin ceux de la troisième donnent le rapport de la seconde largeur à la première.

D'après Heim	Jura suisse près de Genève . .	17	22	1·294
„ „	„ „ „ de Bienne . . .	24	29	1·208
„ „	Le Kettenjura (moyenne . . .	7	12	1·711
„ „	Alpes septentrionales et centrales en Suisse (moyenne) . . .	82	158	1·927
D'après Rothpletz	Alpes orientales	222	253	1·139
„ Claypole	Appallaches I section transversale	105	161	1·533
„ „	„ II „ „	79	97	1·215
„ Leconte	la chaîne côtière en Californie .	10	24 29	2·4 2·9

Même en rejetant la dernière appréciation de Leconte (10—29, quotient 2·9), qui parait un peu trop exagerée, nous obtenons comme moyenne de huit quotients le quotient 1·554. Cela signifie que pour obtenir l'aire que les couches plissées occuperaient si on les étalait horizontalement, il faut multiplier l'aire actuellement occupée par le quotient 1·554. En multipliant 65 380 000 km² par 1·554 nous obtenons 101 600 000 km² environ. La différence 101 600 000 — 65 380 000 = 36 220 000 km² représente l'aire dont la surface de la Terre a dû s'amoindrir pour produire les plissements postcambriens. Mais au début nous allons prendre le plus petit des huit coefficients de contraction, celui de Rothpletz dont la valeur est 1·139. En multipliant 65 380 000 par 1·139 nous obtenons 74 467 000, disons 74 470 000 km². Nous admettrons donc que l'aire en question est égale non à la différence 101 600 000 — 65 380 000 = 36 220 000 km², mais seulement à 74 470 000 — 65 380 000 = 9 090 000 km².

Cependant pour effectuer le calcul de ΔA il nous faut encore tenir compte des corrections indiquées au § 2. Nous y avons admis qu'un effondrement de profondeur p d'une aire α entraîne une dilatation superficielle de la sphère de la valeur de $\frac{2\alpha . p}{R}$. Cette dilatation sera compensée par une contraction égale qui devra être retranchée de l'aire perdue par la surface de la sphère pour former les plis.

S'il y a une aire α_1 descendue de p_1, une aire α_2 descendue de p_2, en général une aire α_n descendue de p_n, la somme des dilatations correspondantes sera:

$$\sum \frac{2\alpha_n p_n}{R} \qquad \text{I}$$

R n'est rien d'autre que le moyen rayon de la Terre, c'est une

quantité qu'on peut considérer comme constante. Par conséquent la somme en question peut s'écrire:

$$\frac{2}{R}\sum \alpha_n p_n.$$

Au lieu de cette somme on peut écrire l'intégrale

II $$\frac{2}{R}\int p\, d\alpha.$$

Comme nous nous sommes decidés à regarder tous les océans comme des bassins d'effondrement, l'intégration devra être étendue à toute la surface des océans. L'évaluation de l'intégrale est extremêment facile parcequ'on peut la réduire à certaines quantités dejà calculées.

En effet d'après la définition même la profondeur moyenne P des océans se détermine par la formule

III $$P = \frac{1}{A_1}\int p\, d\alpha$$

où A_1 désigne la superficie des océans. On voit immédiatement, que

$$\int p\, d\alpha = A_1 P.$$

On peut donc écrire

IV $$\frac{2}{R}\int p\, d\alpha = \frac{2}{R} A_1 P.$$

Maintenant il ne reste plus qu'à substituer les valeurs numériques. On a

$$A_1 = 0{\cdot}723\ A$$

où A désigne comme auparavant la superficie de toute la Terre, mais

$$A = 4\pi R^2.$$

D'autre part la profondeur moyenne de tous les océans et de toutes les mers est égale à 3 650 mètres [1]), mais nous allons compter la profondeur à partir de la surface moyenne des continents. Comme l'altitude moyenne des continents est égale à 735 mètres [1]), nous poserons

$$P = 4{\cdot}385\ km.$$

Après la substitution de ces valeurs, en se souvenant encore que $R = 6\,370$ km. on obtiendra pour IV

[1]) Penck. loc. cit. page 151.

$$\frac{2}{R} A_1 P = 2 . 0{\cdot}723 . 4\pi R P = 8\pi \times 0{\cdot}723 \times 6370 \times 4{\cdot}385 \; km^2$$

$$= 507\,570 \; km^2.$$

Donc, comme première correction, nous prendrons 510 000 km². Passons maintenant à la seconde correction. Selon Tillo [1]) les roches volcaniques recouvrent presque exactement $4^0/_0$ des terrains géologiquement explorés. Nous allons admettre que le rapport de la superficie recouverte de roches volcaniques à la superficie totale est à peu près le même pour les régions inexplorées que pour les régions explorées. Comme la superficie totale de la Terre est égale à 509 500 000 km² et que les $4^0/_0$ de cette superficie font 20 380 000 km², selon notre supposition, l'espace recouvert par les roches volcaniques serait assez grand. Mais il faut se rappeler que ce sont des coulées superficielles de lave, des couches du tuff, des volcans anciens et nouveaux, mais surtout des grandes nappes de lave solidifiée comme par exemple le Dekhan-trapp qui se sont épanchées sur d'autres roches. Les necks, dykes et autres intrusions ne constituent qu'une partie minime peut-être pas même $1^0/_0$ de la superficie recouverte par les roches volcaniques. Cependant nous allons prendre comme seconde correction un chiffre plus important presque $2{\cdot}5^0/_0$ de 20 380 000 km², en chiffre rond 500 000 km².

Maintenant comme nous nous sommes arrêtés au nombre 9 090 000 km² pour ΔA et comme les deux corrections font ensemble 1 010 000 km² nous prendrons définitivement

$$\Delta A = - 8\,080\,000 \; km^2.$$

§ 5. Calcul de $t_2 - t_1$.

Nous voici maintenant en mesure d'aborder le calcul de $t_2 - t_1$, c'est à dire du temps qui s'est écoulé depuis le commencement de l'époque silurienne jusqu'à nos jours. Nous reprendrons la formule VI du § 1. Cette formule s'écrit

$$t_2 - t_1 = - \frac{\gamma_2}{48\varrho . k\pi R} \cdot \frac{\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1}}{\sqrt{t_2}} \Delta A. \qquad \text{I}$$

Jusqu'à présent nous avons dirigé tous les calculs de manière

---

[1]) Voyez la carte 7 8 dans l'Atlas de Berghaus.

à déterminer t_2-t_1 par défaut. En suivant la même règle nous allons poser

$$\frac{\sqrt{t_2}+\sqrt{t_1}}{\sqrt{t_2}}=1$$

ce qui est la limite inférieure de ce facteur. Quant à R, on posera comme auparavant $R=6370$. Pour ce qui est de γ_2 et de k, nous prendrons tout bonnement les valeurs de lord Kelvin, valeurs qu'il a employées dans le mémoire connu „On the Cooling of the Earth“ [1]). Quant à μ, le coefficient de la dilatation linéaire de roches nous allons l'emprunter à M. O. Fisher [2]).

Selon Kelvin $\gamma_2=50$, $k=400$, d'un autre côté selon O. Fisher $\mu=0.0000071$. Les unités sont un pied anglais, un degré Fahrenheit et un an. Avec ces unités

$$\frac{\gamma_2}{\mu . k}=\frac{1}{0,0000568}$$

Les dimensions de ce coefficient sont celles de l'inverse d'une vitesse $\left(\frac{T}{L}\right)$. En laissant comme unité du temps un an, nous prendrons au lieu du pied anglais un kilomètre. Le kilomètre étant égal à 3280,83 pieds anglais le coefficient $\frac{\gamma_2}{\mu . k}$ prendra la valeur:

$$\frac{3280,83}{0,0000568}.$$

On trouve aisèment en substituant ces valeurs dans la formule I de ce §

$$t_2-t_1=478\,000\,000 \text{ années environ.}$$

Ce chiffre est très grand. M. Joly estime que le temps, qui s'est écoulé depuis que l'Océan existe [3]) et que les fleuves lui apportent des sels, ne doit pas dépasser 95 000 000 années. En se basant sur l'épaisseur des strates appartenant à diverses formations et sur la vitesse actuelle de la dénudation M. A. Geikie estime le temps qui s'est écoulé depuis le commencement de l'ère paléozoïque

[1]) W. Thomson et P. G. Tait. Treatise on Natural Philosophy. Appendix D.

[2]) Physics of the Earth's Crust. London 1889, page 102.

[3]) Ce moment doit être antérieur au commencement de l'époque silurienne.

à 100 000 000 années environ. Ces nombres sont du même ordre de grandeur que le nôtre, mais ils sont environ cinq fois plus petits [1].

Et remarquons que nous avons fait tout notre possible pour trouver pour le nombre $t_2 - t_1$ une valeur aussi petite que possible. Si par exemple, on prenait comme coefficient de contraction 1,545 au lieu de 1.139, on obtiendrait pour $t_2 - t_1$ 2 000 millions d'années environ. On pourrait tout au plus attribuer plus d'importance aux effondrements. Mais alors il faudrait supposer que depuis l'époque silurienne les grands océans ont plusieurs fois changé de place tout en se reformant ailleurs par effondrement. Même en profitant largement de cette hypothèse, on ne pourrait pas rendre la correction correspondante que trois, quatre ou cinq fois plus grande et le nombre $t_2 - t_1$ resterait toujours bien grand.

Mais on pourrait rendre notre résultat plus concordant avec les résultats des autres méthodes en supposant que les coefficients μ et k, qui représentent certaines moyennes pour toute la Terre, doivent être pris plus grands que ceux de M. O. Fisher et de lord Kelvin, qui ne sont à vrai dire que des coefficients moyens pour les roches de l'écorce.

Prenons par exemple les coefficients k et μ pour le fer.

Selon Mitchell [2] pour le fer $k = 0.01190$ à 0° C
„ $= 0.01274$ „ 100° „
„ $= 0.01358$ „ 200° „
„ $= 0.01442$ „ 300° „

Les unités sont: un pied anglais et une minute. Pour que ces nombres soient comparables avec le k de lord Kelvin il faut les multiplier par le nombre des minutes dans un an, c'est à dire par 525 960. Nous allons effectuer cette multiplication seulement pour la valeur de k correspondant à 0°C, parceque nous préferons obtenir un nombre aussi petit que possible. Nous trouverons $k = 6254$, ce qui est 15.63 fois plus grand que la valeur adoptée par lord Kelvin.

Quant à μ, remarquons que le μ de M. O. Fisher avec sa valeur 0.0000071 pour un degré Fahrenheit correspond à 0.0000 1278

[1] Le résultat ci-dessus s'accorderait d'ailleurs assez bien avec les estimations de J. G. Goodchild et E. Dubois. Le prof. E. Dubois estime le temps depuis l'apparition de la vie sur la Terre à plus d'un milliard d'années et Mr. Goodchild à 700 millions d'années.

[2] Winkelmann. Handbuch der Physik Vol. II sect. II page 280

pour un degré centigrade, ce dernier nombre est égal au coefficient μ pour le fer à 31,5 °C (selon Voigt[1]) et au coefficient μ pour le fer météorique à 104 °C (selon Fizeau[2]). Il s'ensuit qu'on peut laisser la valeur de μ sans changement.

Comme k se trouve dans le dénominateur de l'expression pour t_2-t_1 et comme nous prenons maintenant une valeur 15,63 fois plus grande qu'auparavant, il suffit de diviser 486 000 000 par 15,63. Il vient:

$$t_2-t_1=31\,100\,000 \text{ années environ.}$$

D'autre part, si l'on rejetait les deux corrections considerées à la fin du § 4 et si l'on prenait pour ΔA non le nombre 8 080 000 km² mais le nombre 36 220 000 km² obtenu à l'aide du coefficient moyen de contraction 1,554, on obtiendrait 139 100 000 années. Ce dernier nombre n'est pas très eloigné de ceux, que le prof. Joly et M. A. Geikie ont obtenus par d'autres méthodes. Même si l'on admettait que le facteur

$$\frac{\sqrt{t_2}+\sqrt{t_2}}{\sqrt{t_1}}$$

que nous avons pris égal à l'unité atteigne sa valeur maxima (c'est à dire 2) on obtiendrait seulement 278 000 000 années pour t_2-t_1.

Si l'on admettait que le coefficient k augmente avec la température comme le semblent indiquer certaines expériences[3]), on serait tenté d'admettre pour k une valeur encore plus grande que 6 254, ce qui aurait pour conséquence de diminuer encore le temps: t_2-t_1, mais il y a ici une observation importante à faire.

Le coefficient k a la signification d'une moyenne, mais d'une moyenne de nature particulière. Elle dépend non seulement de la constitution du corps mais aussi de l'époque pendant laquelle on considère le processus de refroidissement. Sans nous engager dans la discussion des formules concernant le flux de la chaleur dans un corps hétérogène, nous nous bornerons à quelques simples remarques. Le refroidissement procède de la surface à l'intérieur et le lieu de la perte la plus intense de chaleur descend avec le temps

[1]) Ibidem, page 59 et 60.

[2]) Ibidem, page 59.

[3]) Par exemple les expériences de Mitchell mentionnées tout à l'heure ou les récentes expériences de L. Holborn et A. Day. Cf. Sitzungsberichte Akad. Wiss. Berlin 1900 pp. 1009—1013.

dans les couches de plus en plus profondes. Donc si l'on considère le refroidissement, disons dans le stade primitif quand ce sont surtout les couches superficielles qui perdent de la chaleur, on doit prendre une valeur de k plutôt rapprochée de k pour les roches superficielles. Mais quand on considère le refroidissement dans une période plus avancée, quand la perte la plus intense de la chaleur a lieu dans les couches profondes et quand le rôle des couches superficielles, qui ne se refroidissent plus que très lentement, consiste surtout à transmettre le flux de la chaleur sortant de l'intérieur; alors il faut prendre pour k moyen une valeur plus rapprochée du coefficient de conductibilité des couches profondes mais inférieure à ce dernier.

On arrive ainsi aux conclusions suivantes. 1) La valeur moyenne de k ne doit pas dépasser celle de cette quantité pour le fer. 2) En attribuant au coefficient moyen k une valeur considérable, on arrive à cette conséquence, que depuis une époque très reculée, soit dès le commencement de l'époque silurienne le lieu de la perte la plus intense de chaleur se trouvait non dans les couches superficielles mais dejà dans les couches caracterisées par de grandes valeurs des coefficients μ et k.

Ici il faut remarquer que, comme l'a montré Mr. Perry [1]), l'hypothèse d'une grande conductibilité a pour effet de prolonger énormement le temps t_2 calculé selon la méthode de lord Kelvin. En effet lord Kelvin suppose qu'au moment $t = o$ la température était partout constante et égale à 7000 ^{0} Fahrenheit, il pose $k = 400$ et calcule que le temps t_2 nécessaire pour que le gradient dans la couche superficielle devienne égal à 50 pieds pour 1 ^{0}F. est égal à 100 000 000 années environ. Mais quand la conductibilité de l'intérieur est grande, la chaleur est vite amenée à la croûte extérieure peu conductrice et le gradient géothermique croît extrêmement lentement. Avec des données quelque peu semblables aux nôtres, Perry obtient pour t_2 un nombre supérieur à 9 600 000 000 années.

Sans entrer dans une discussion plus approfondie des hypothèses et des résultats de M. Perry j'observe seulement que ce résultat s'accorde très bien avec nos conclusions. En effet, quant t_2 est grand en comparaison de $t_2 - t_1$, alors t_1 est aussi grand et la surface sans déformation de M. Mellard Reade et de M. Davison

[1]) On the Age of the Earth. Nature. Vol 51 (1895) Nr. 1314 pp. 224–227.

ainsi que le lieu de la perte la plus intense de chaleur ont dû se trouver même au commencement de l'époque silurienne à une grande profondeur c'est à dire dans les couches très conductrices. Il n'y a alors rien à changer dans nos raisonnements, il faut admettre seulement que la valeur du facteur

$$\frac{\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1}}{\sqrt{t_2}}$$

est assez voisine de sa limite supérieure 2. Je rappelle que cela équivaut à l'hypothèse que le gradient géothermique dans les couches superficielles est resté depuis le commencement de l'époque silurienne sensiblement égal à sa valeur actuelle.

Il est d'ailleurs évident qu'il faut admettre cette hypothèse aussitôt qu'on admet que dès le commencement de l'époque silurienne le lieu de la perte la plus intense de chaleur se trouvait dans les couches profondes et que l'écorce ne servait qu'à transmettre la chaleur sortant de l'intérieur.

Je tiens à faire remarquer, qu'en posant

$$\frac{\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1}}{\sqrt{t_2}} = 2,$$

nous nous affranchissons entièrement de l'influence des hypothèses de lord Kelvin. En revanche il nous faut tout bonnement doubler tous les nombres obtenus pour $t_2 - t_1$, donc avec les coefficients des roches superficielles on prendra 972 000 000 années au lieu de 486 000 000 et avec les coefficients du fer on prendra pour minimum 62 200 000 années au lieu de 31 100 000 et 278 200 000 au lieu de 139 100 000 pour maximum.

Nous allons encore examiner les conséquences de l'hypothèse que l'intérieur de la Terre est liquide ou plustôt gazeux, comme le veut M. S. Arrhenius[1]. M. Arrhenius admet que l'intérieur de la Terre est dans un état gazeux, mais que grâce à l'effet simultané des pressions immenses et d'une haute température, le gaz est tellement comprimé et tellement visqueux qu'envers des forces extérieures il se comporte comme un corps aussi rigide que l'on veut.

Quant aux courants convectifs, qui d'ailleurs seraient à peine

[1] S. Arrhenius. Zur Physik des Vulcanismus. Geologiska Föreningens i Stockholm Förhandlingar. Vol. 22 (1900) pp. 395–419. Mr. S. Arrhenius n'est pas d'ailleurs auteur de l'hypothèse. Mr. S. Günther plaide depuis longtemps en sa faveur.

possibles dans un gaz si dense, ils auraient pour conséquence d'accélérer le transport de la chaleur de l'intérieur à la croûte extérieure.

Les coefficients de dilatation des gaz à des pressions aussi énormes que celles qui règnent à l'intérieur de la Terre ne sont naturellement pas connus et ne peuvent pas être déterminés par l'expérience, mais autant qu'on peut juger par extrapolation ils devraient être au moins 100 fois plus grands que ceux des roches superficielles. Il faudrait donc prendre μ aussi environ 100 fois plus grand que le coefficient μ de M. O. Fisher.

Quant à k il est aussi bien difficile d'en dire quelque chose de determiné. A des pressions et des densités ordinaires la conductibilité des gaz est bien inférieure à la conductibilité des corps solides, mais que deviendra-t-elle quand la densité du gaz sera égale à celle du fer? Ne deviendra-t-elle pas égale à celle des corps solides?

D'après la théorie cinétique, à des densités ordinaires la conductibilité des gaz consiste dans le passage d'un élément du gaz à un autre des molécules douées de vitesses moléculaires différentes. Il est évident que cette conception de la conductibilité ne peut pas être appliquée à un gaz aussi dense que le fer.

En prenant pour k la valeur adoptée par lord Kelvin et pour μ une valeur cent fois plus grande que celle de M. O. Fisher, on obtiendrait pour $t_2 - t_1$ des valeurs bien faibles, mais si l'on prenait pour k des valeurs semblables à la valeur de ce coefficient pour les liquides, alors k serait environ dix fois moindre que le k de lord Kelvin et les valeurs pour $t_2 - t_1$ seraient même supérieures à celles que nous avons obtenues dans l'hypothèse que k et μ ont les mêmes valeurs que pour le fer.

Vu notre ignorance de la nature des gaz et des liquides à des si hautes pressions et températures, nous n'allons pas poursuivre cet examen plus loin.

Il y a une circonstance qui s'offre d'elle-même à notre attention et qu'il convient d'élucider. Nous avons vu au § 2 que les effondrements peuvent donner lieu à des dislocations compressives. Nous y avons indiqué une méthode pour estimer la contraction du reste de l'écorce, qui doit se produire pour compenser la dilatation locale qui a produit l'effondrement. Cette méthode ne peut d'ailleurs conduire à des valeurs inférieures aux valeurs véritables. Malgré cela cependant nous avons trouvé que l'effondrement d'une aire égale à celle de toutes les mers d'une profondeur de 4385

mètres ne pourrait produire dans le reste de l'écorce qu'une contraction peu importante. En effet le reste de l'écorce perdrait tout au plus un demi million de kilomètres carrés de superficie c'est à-dire une aire comme celle de l'Espagne.

Supposons que depuis le commencement de l'époque silurienne jusqu'à nos jours il y ait eu dix effondrements de la même importance [1], nous n'arriverons toujours qu'à une contraction de 5 millions de km^2, ce qui est bien peu de chose. Et qui voudra affirmer que depuis le commencement de l'époque silurienne jusqu'à nos jours les bassins océaniques se soient formés et reformés dix fois.

---

7. M. E. Godlewski présente l'étude de M. A. WRÓBLEWSKI: **Notatka dopełniająca o soku wyciśniętym z drożdży. III.** ***(Eine ergänzende Notiz über den Hefepresssaft).*** *(Quelques nouvelles remarques sur le suc pressé de la levure. III).*

Der Verfasser hat bereits in den früheren Nummern dieses Anzeigers eine Reihe von Mittheilungen über den Hefepresssaft und über gewisse Bestandtheile desselben veröffentlicht [2]) und liefert nunmehr eine systematische Zusammenstellung dieser Mittheilungen für die Abhandlungen der Akademie. Die vorliegende Notiz bildet nur eine kurze Zusammenfassung derjenigen Thatsachen, welche noch nicht veröffentlicht worden sind, indessen in die Abhandlung mit hineinbezogen wurden.

Zur Demonstration der Fermentation mittelst des Hefepresssaftes ist die Anwendung einer Presse entbehrlich, da man aus der zerriebenen Masse auf der Porzellannutsche ein wenig Saft mit Hilfe einer Geissler'schen Pumpe abziehen kann.

Die Untersuchung der einzelnen nacheinander ausfliessenden Portionen des gepressten Saftes hat ergeben, dass die grösste Quantität, und zwar des am stärksten fermentierenden Saftes, bei niedrigstem Drucke ausgepresst wird und namentlich bei einem Drucke von ca. 46kg pro 1 cm^2, bei einem höheren Drucke fliesst dann ein stets schwächer fermentierender und immer mehr durchsichtiger Saft aus.

Der Presssaft enthält, wahrscheinlich infolge des beim Pressen

[1]) Bien entendu ce n'est qu'une manière de parler, il s'agit non de cataclysmes mais des processus continus.

[2]) April und November 1898, März 1899, October und December 1900.

angewendeten grossen Druckes, wie auch infolge des Zerreibens mit Kieselguhr, ziemlich grosse Mengen von Kieselsäure

Der oben erwähnte durchsichtigte Presssaft wurde vom Verfasser im Polarisationsapparate geprüft, hierbei wurde beinahe keine Drehung gefunden.

Der durchsichtige, wie auch der opalisierende Saft, lässt sich durch ein Sandsteinfilter filtrieren und behält seine Fähigkeit mit Zucker zu fermentieren, er kann auf diese Weise von den Hefezellen befreit werden. Der Verfasser hat durch ein Sandsteinfilter eine mit Hefezellen gemischte Rohrzuckerlösung während starker Fermentation filtriert und hat im Filtrate keine Zymase, wohl aber geringe Mengen von Invertin gefunden. Er folgert daraus, dass Zymase nur in den Zellen wirkt, und dass Kohlensäure und Alkohol wahre „Excrete" der Zellen sind. Diese Thatsache war vorauszusehen, weil es im Haushalte der Zelle sehr unökonomisch wäre, wenn ein so viel Energie producierender Process sich irgendwo ausserhalb der Zellen abspielte. Wo wäre dann die Hauptquelle der für die Lebensprocesse der Zelle nöthigen Energie?

Die angegebenen Versuche sprechen überzeugend dafür, dass die Zymase in den Zellen, und zwar wahrscheinlich in den Maschen des Protoplasmas wirksam ist, und daher dem Protoplasma näher steht, als die löslichen Enzyme. Das Invertin verhält sich etwas anders als Zymase, es wirkt theilweise ausserhalb der Zelle, aber die Hauptmenge des Invertins muss doch in der Zelle zur Wirkung kommen.

Der Verfasser hat ausserdem bei seinen Studien über das Invertin nachgewiesen, dass dieses Enzym ausser der spaltenden Wirkung auf Rohrzucker, noch eine syntetisierende Wirkung auf Invertzucker ausüben kann. Es wirkt zwar stark invertierend, aber ausserdem, wenn auch schwach, revergierend.

---

8. M. LADISLAS NATANSON, m. t., présente son mémoire: **O prawach tarcia wewnętrznego.** ***(Sur les lois de la viscosité).*** *(Ueber die Gesetze der inneren Reibung).*

La conception fondamentale qui est à la base de notre présente étude est due à Poisson [1]). Soit un fluide, primitivement en

[1]) Mémoire sur les Equations Générales de l'Equilibre et du Mouvement des Corps solides élastiques et des Fluides, lu à l'Académie des Sciences le 12. Octobre

équilibre, auquel on impose une déformation. D'après Poisson, le fluide, pour s'adapter à la déformation imposée et parvenir, même approximativement, à un nouvel état d'équilibre, doit employer un certain temps qui, pour les différents corps, sera de très-inégale durée. La période de transition est caractérisée par des inégalités de pression qui, évoquées par le fait de la déformation, tendent aussitôt à s'effacer d'elles-mêmes mais ne disparaissent tout-à-fait que lorsque le nouvel état d'équilibre se trouve pleinement établi. Ainsi Poisson a su démêler, au sein des corps fluides, un phénomène intime, la „relaxation", qui n'est qu'un exemple, saillant à la vérité, de cette propriété fondamentale, appartenant à la matière et qui manque à l'éther lumineux, de la „coercition" des perturbations qui se sont produites en son sein[1].

La réalité du phénomène de la relaxation a été admise, après Poisson, par Sir G. G. Stokes[2]) ainsi que par Clerk-Maxwell qui, dans son mémoire sur la théorie cinétique des gaz[3]), en a fait une étude détaillée. Maxwell cependant, au cours de considérations générales servant d'introduction au mémoire auquel nous venons de faire allusion, a montré comment la conception de Poisson peut se ramener à ce qu'elle implique de plus essentiel[4]). Dans nos études nous avons tenté de développer cette méthode de Maxwell, d'ailleurs purement descriptive et indépendante de toute hypothèse. Grâce à elle, les idées de Poisson sur la nature de l'état fluide nous paraissent appelées à jouer un rôle important dans la mécanique des corps doués de viscosité. On verra, en effet, par la suite qu'elles conduisent à une théorie généralisée de la viscosité, dans laquelle la théorie actuellement admise rentre comme cas particulier.

§ 1. Considérons un corps fluide isotrope et parfaitement continu. Nous y choisissons un point matériel déterminé par la position

1829. Journal de l'Ecole Polytechnique, XX Cahier, Tome XIII, Février 1831. Voir § VII, p. 139 et suiv.

[1]) Voir: Bulletin international de l'Académie des Sciences de Cracovie, Année 1893, p. 348; Année 1894, p. 295; Année 1896, p. 117; Année 1897, p. 155.

[2]) Transactions of the Cambridge Philosophical Society, Vol. VIII, p. 287 (1845); Mathematical and Physical Papers, Vol. I, p 75 (1880).

[3]) Philosophical Transactions, Vol. CLVII, p. 49 (1867). Scientific Papers, Vol. II, p. 26 (1890).

[4]) Ibidem, p. 52. (Scientific Papers; Vol. II, p. 30

(x, y, z) qu'il occupe à un moment donné t. Soient ξ, η, ζ les composantes du déplacement apparent, imposé au fluide dans une déformation. Dans ce qui va suivre, ces composantes ξ, η, ζ seront supposées être infiniment petites. Nous aurons à considérer diverses variables dont voici l'énumération: les composantes de la déformation:

$$\frac{\partial\xi}{\partial x} = \varepsilon\,; \qquad \frac{\partial\zeta}{\partial y} + \frac{\partial\eta}{\partial z} = \alpha\,; \tag{1 a}$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial y} = \varphi\,; \qquad \frac{\partial\xi}{\partial z} + \frac{\partial\zeta}{\partial x} = \beta\,; \tag{1 b}$$

$$\frac{\partial\zeta}{\partial z} = \psi\,; \qquad \frac{\partial\eta}{\partial x} + \frac{\partial\xi}{\partial y} = \gamma\,; \tag{1 c}$$

les composantes de la vitesse de déplacement:

$$\frac{d\xi}{dt} = u\,; \qquad \frac{d\eta}{dt} = v\,; \qquad \frac{d\zeta}{dt} = w\,; \tag{2}$$

les composantes de la vitesse de déformation:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = e\,; \qquad \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = a\,; \tag{3 a}$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = f\,; \qquad \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = b\,; \tag{3 b}$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = g\,; \qquad \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = c\,; \tag{3 c}$$

la dilatation cubique et la vitesse de la dilatation:

$$\varepsilon + \varphi + \psi = \Delta; \tag{4}$$

$$e + f + g = \varpi. \tag{5}$$

Remarquons, d'ailleurs, que l'on a: $d\varepsilon/dt = e$, $d\varphi/dt = f$ etc.; et enfin: $d\Delta/dt = \varpi$. Les quantités ε, φ, ψ, α, β, γ, u, v, w, e, f, g, a, b, c, Δ, ϖ sont toutes des infiniment petits.

§ 2. A un moment déterminé $t = 0$ imposons au fluide une déformation dont les composantes sont, en *(x, y, z)*, les suivantes: ε^0, φ^0, ψ^0, α^0, β^0, γ^0. Admettons qu'en ce moment les propriétés du milieu sont celles d'un solide isotrope parfaitement élastique. Désignons par n le module de rigidité, par k le module de compressibilité; ce seront des valeurs idéales qui déterminent les propriétés

élastiques possédées par le milieu pendant un moment. le moment initial. Soit p^0 la pression (normale et égale en tous sens) qui, au moment considéré. s'établirait en (x, y, z), si aucune déformation ne s'y était produite. La théorie classique nous enseigne que les inégalités de pression qui, au moment $t = 0$, sont provoquées par la déformation ont pour expression:

(1 a) $$p^0_{xx} - p^0 = -2n\varepsilon^0 - (k - \tfrac{2}{3}n)\Delta^0;$$

(1 b) $$p^0_{yy} - p^0 = -2n\varphi^0 - (k - \tfrac{2}{3}n)\Delta^0;$$

(1 c) $$p^0_{zz} - p^0 = -2n\psi^0 - (k - \tfrac{2}{3}n)\Delta^0;$$

(2 a) $$p^0_{yz} = -n\alpha^0;$$

(2 b) $$p^0_{zx} = -n\beta^0;$$

(2 c) $$p^0_{xy} = -n\gamma^0.$$

Cependant, cet état de choses ne saurait guère durer. A partir du moment $t = 0$, nous voyons deux phénomènes se produire. En premier lieu, nous voyons les modifications s'accomplir qui dépendent de l'action des influences étrangères. En second lieu, la déformation faiblissant, les inégalités de pression tendant à s'annuler, le système éprouve ce qui a reçu le nom de „relaxation", ainsi qu'il a été dit plus haut.

§ 3. L'hypothèse la plus simple qu'on puisse faire au sujet de l'action des influences étrangères consiste à supposer qu'elle est soumise (ainsi que l'état initial) aux lois de l'élasticité idéale. Cette hypothèse admise, on voit sans peine que les effets des forces extérieures peuvent s'exprimer de la manière suivante:

(1 a) $$\left(\frac{dp_{xx}}{dt}\right)_1 = -2ne - (k - \tfrac{2}{3}n)\,\tilde{\omega}$$

(1 b) $$\left(\frac{dp_{yy}}{dt}\right)_1 = -2nf - (k - \tfrac{2}{3}n)\,\tilde{\omega}$$

(1 c) $$\left(\frac{dp_{zz}}{dt}\right)_1 = -2ng - (k - \tfrac{2}{3}n)\,\tilde{\omega}$$

(2 a) $$\left(\frac{dp_{yz}}{dt}\right)_1 = -na$$

(2 b) $$\left(\frac{dp_{zx}}{dt}\right)_1 = -nb$$

$$\left(\frac{dp_{xy}}{dt}\right)_1 = -n\gamma \tag{2 c}$$

Les effets des influences extérieures, représentés par ces équations, sont généralement réversibles.

§ 4. Essayons maintenant d'étudier de plus près la marche, essentiellement irréversible, du phénomène de la relaxation. Soit p la valeur vers laquelle les pressions p_{xx}, p_{yy}, p_{zz} convergent par l'effet de ce phénomène; la valeur vers laquelle tendent simultanément les pressions p_{yz}, p_{zx}, p_{xy} est zéro. Si, en un point (x, y, z) du fluide et à un moment donné t, la déformation imposée est nulle, il s'y exerce une pression égale en tous sens que nous désignerons par p_0. Prenons le fluide à l'état qui, en (x, y, z) et au moment t, est déterminé par les valeurs $\varepsilon, \varphi, \psi, \alpha, \beta, \gamma, p_{xx}, p_{yy}, p_{zz}, p_{yz}, p_{zx}, p_{xy}$ et p_0 des composantes de la déformation et des pressions. Supposons qu'à partir de ce moment, pendant une période suffisamment longue, le fluide soit soustrait à l'action de toute force extérieure. La pression p (égale en tous sens) à laquelle le fluide parviendra, étant nécessairement déterminée dans les conditions supposées, pourra par conséquent se mettre sous la forme:

$$p = p\,(\varepsilon, \varphi, \psi, \alpha, \beta, \gamma, p_0). \tag{1}$$

Il nous reste à formuler une hypothèse sur la forme précise de la loi de relaxation. Désignons par T la durée du „temps de relaxation"; c'est une constante caractéristique du milieu. Nous admettrons que les équations suivantes expriment la loi de la relaxation considérée en elle-même:

(2 a) $\left(\frac{dp_{xx}}{dt}\right)_2 = -\frac{p_{xx} - p}{T}$; $\left(\frac{dp_{yz}}{dt}\right)_2 = -\frac{p_{yz}}{T}$ (3 a)

(2 b) $\left(\frac{dp_{yy}}{dt}\right)_2 = -\frac{p_{yy} - p}{T}$; $\left(\frac{dp_{zx}}{dt}\right)_2 = -\frac{p_{zx}}{T}$ (3 b)

(2 c) $\left(\frac{dp_{zz}}{dt}\right)_2 = -\frac{p_{zz} - p}{T}$; $\left(\frac{dp_{xy}}{dt}\right)_2 = -\frac{p_{xy}}{T}$ (3 c)

Elles sont imitées des égalités trouvées par Maxwell dans la théorie cinétique des gaz. Des relations toutes pareilles sont applicables à divers autres cas de coercition, par exemple à la coercition, au sein des corps conducteurs, des perturbations électromagnétiques.

§ 5. Si, à la variation $(d/dt)_1$, due à l'influence des forces étrangères, d'une quantité variable quelconque, nous ajoutons la variation $(d/dt)_2$ provenant de la relaxation, nous trouvons la variation totale de la quantité en question. Soit d/dt la variation totale ainsi définie. Par sa nature même, la pression p ne peut changer que par l'effet des actions extérieures; ainsi

$$(1) \qquad \left(\frac{dp}{dt}\right)_2 = 0 \qquad \text{et} \qquad \left(\frac{dp}{dt}\right)_1 = \frac{dp}{dt}.$$

Si l'on se reporte à l'égalité (1), au § 4, on voit que

$$(2) \qquad \frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial \varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{\partial p}{\partial \varphi}\frac{d\varphi}{dt} + \frac{\partial p}{\partial \psi}\frac{d\psi}{dt} + \frac{\partial p}{\partial \alpha}\frac{d\alpha}{dt} + \frac{\partial p}{\partial \beta}\frac{d\beta}{dt} + \frac{\partial p}{\partial \gamma}\frac{d\gamma}{dt}.$$

Par des considérations connues qui sont toujours applicables dans le cas d'un corps isotrope, on parvient sans peine à simplifier la forme de cette équation. On trouve:

$$(3) \qquad \left| \begin{array}{c} \dfrac{\partial p}{\partial \varepsilon} = \dfrac{\partial p}{\partial \varphi} = \dfrac{\partial p}{\partial \psi} \\ \dfrac{\partial p}{\partial \alpha} = 0, \quad \dfrac{\partial p}{\partial \beta} = 0, \quad \dfrac{\partial p}{\partial \gamma} = 0. \end{array} \right.$$

Soit h la valeur des trois premières dérivées; moyennant les égalités (3) l'équation (2) devient

$$(4) \qquad \frac{dp}{dt} = -h\dot{\omega}.$$

L'hypothèse simplificatrice dont nous avons ainsi fait usage peut d'ailleurs se déduire d'une autre hypothèse, ressemblant celle qu'adopta Sir G. G. Stokes dans sa théorie de la viscosité. Supposons, en effet, que la pression p ne varie point tant que la somme $e + f + g$ reste égale à zéro:

$$(5) \qquad \dot{\omega} = e + f + g = 0.$$

Ainsi

$$(6) \qquad \frac{dp}{dt} = 0.$$

pour toutes les valeurs des variables e, f, g, a, b, c qui vérifient l'égalité (5). Pour

$$c = -(f + g), \tag{7}$$

par exemple, nous aurons

$$\frac{dp}{dt} = \left(\frac{\partial p}{\partial \varphi} - \frac{\partial p}{\partial \varepsilon}\right) f + \left(\frac{\partial p}{\partial \psi} - \frac{\partial p}{\partial \varepsilon}\right) g + \frac{\partial p}{\partial \alpha} a + \frac{\partial p}{\partial \beta} b + \frac{\partial p}{\partial \gamma} c = 0 \tag{8}$$

et dans cette équation f, g, a, b, c sont entièrement arbitraires; ainsi la proposition dont il s'agit (qu'expriment les égalités (3) et (4,) est démontrée.

L'hypothèse que nous venons d'invoquer revient à dire que la pression p ne peut changer que lorsque la densité du fluide varie. Pour pousser plus loin notre analyse, admettons l'exactitude de cette proposition comme une conséquence qui découlerait des deux hypothèses suivantes: 1) la pression finale p est une fonction de la densité finale ρ ainsi que de la température ϑ; 2) la densité et la température d'une portion déterminée du fluide ne varient pas par l'effet pur et simple, du phénomène de la relaxation. Nous avons par conséquent:

$$p = p(\rho, \vartheta) \; ; \qquad \frac{dp}{dt} = \frac{d\vartheta}{dt}\frac{\partial p}{\partial \vartheta} + \frac{d\rho}{dt}\frac{\partial p}{\partial \rho}. \tag{9}$$

Si l'on fait abstraction des variations de température, l'équation (9) prend la forme

$$\frac{dp}{dt} = -\rho\varpi \frac{\partial p}{\partial \rho} \tag{10}$$

ce qui peut s'écrire

$$\frac{dp}{dt} = -k\varpi \, , \tag{11}$$

si l'on pose

$$k = \rho \frac{\partial p}{\partial \rho} \, . \tag{12}$$

Or, l'équation (12) est conforme à la définition, donnée précédemment aux §§ 2. et 3., de la constante k caractéristique du milieu; mais elle implique une hypothèse complémentaire (ainsi qu'il fallait s'y attendre), savoir: la déformation qui subsiste (si, en général, elle subsiste) lorsque l'état final est atteint, est incapable de provoquer des nouvelles inégalités de pression. Cette déformation est définie par les valeurs suivantes des variables:

$$\varepsilon = \varphi = \psi = \tfrac{1}{3}\Delta \; ; \; \alpha = 0 \; ; \; \beta = 0 \; ; \; \gamma = 0 . \tag{13}$$

L'équation (11) que nous venons de trouver rentre dans le cas général de l'équation (4) donnée précédemment et se confond avec elle si l'on admet l'égalité $h = k$; aussi nous parait-il vraisemblable que cette égalité est exacte pour les fluides de la nature, soit comme loi absolue, soit comme approximation, voisine de la vérité.

§ 6. Ce que nous venons de dire nous enseigne que l'équation

$$\frac{dp}{dt} = -k\varpi \tag{1}$$

peut être regardée comme expression de l'hypothèse de l'existence, pour les fluides en équilibre, d'une équation caractéristique puisque cette hypothèse consiste à admettre, pour l'état final d'un fluide, l'existence d'une égalité de la forme

$$p = p(\rho, \vartheta). \tag{2}$$

En généralisant l'équation (1) on pourrait, par conséquent, élargir par là-même la conception habituellement adoptée de l'équation caractéristique. Or, l'équation (1) parait susceptible d'une généralisation immédiate. D'après la définition de la pression p il est évident que la dérivée dp/dt doit nécessairement s'exprimer par une quantité jouissant des propriétés d'un invariant pour toute transformation orthogonale. La quantité ϖ, en effet, appartient à la série de ces invariants. Posons:

$$\frac{dp}{dt} = -k\varpi + i\{e^2 + f^2 + g^2 + \tfrac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2) + j\varpi^2\}, \tag{3}$$

en désignant par i et par j deux nouvelles constantes. La dérivée dp/dt jouit encore des propriétés d'un invariant, mais la loi de la variation de la pression cesse d'être la-même lorsque la pression augmente et lorsqu'elle diminue; nous aurions, en quelque sorte, un phénomène d'hystérésis.

Pousser plus loin l'essai de généralisation que nous n'avons fait qu'ébaucher ne serait point difficile. Cependant, le choix d'une forme particulière pour l'expression de dp/dt n'exerce aucune influence sérieuse, ainsi qu'on le verra par la suite, sur la marche de nos calculs. C'est pourquoi nous nous bornerons à admettre, dans la présente étude, les simples hypothèses énoncées plus haut, au § 5.

§ 7. Les quantités

$$\xi, \eta, \zeta; \varepsilon, \varphi, \psi; \alpha, \beta, \gamma; \Delta; u, v, w; e, f, g; a, b, c; \varpi \tag{1}$$

sur lesquelles jusqu'à présent notre raisonnement a roulé se rapportent à la déformation apparente d'un fluide, c'est-à-dire celle que l'activité de nos sens nous permet d'observer. Dorénavant, à ces composantes nous attacherons la désignation d'apparentes. Si l'on se reporte au § 3., on voit facilement quelle est la fonction à laquelle ces quantités étaient destinées: elles ont servi à définir l'influence qu'exercent, sur les valeurs des inégalités de pression, les forces extérieures.

Nous introduirons maintenant des variables analogues (mais essentiellement différentes) dont la considération se présente naturellement dans l'étude du phénomène de la relaxation. Par l'effet de ce phénomène l'état véritable d'un élément matériel est, en général, extrêmement différent de l'état apparent que nous lui attribuons en nous inspirant du témoignage de nos sens. Soient

$$\xi^*, \eta^*, \zeta^*; \varepsilon^*, \varphi^*, \psi^*; \alpha^*, \beta^*, \gamma^*; \Delta^*; u^*, v^*, w^*; e^*, f^*, g^*; a^*, b^*, c^*; \omega^* \quad (2)$$

des quantités qui définissent l'état véritable d'un élément de la même manière de laquelle les quantités (1) déterminent son état apparent; nous dirons que ce sont les composantes véritables (ou absolues) de la déformation. Leurs relations mutuelles sont les mêmes que celles auxquelles les variables apparentes sont assujetties. Mais ce qui les distingue nettement de ces composantes apparentes c'est qu'elles sont affectées par le phénomène de la relaxation tandis que les composantes apparentes n'ont avec ce phénomène aucune relation; cette différence est la conséquence immédiate de nos définitions.

Pour trouver, à l'aide de ces nouvelles variables, l'expression analytique de ce qui se passe au sein d'un élément fluide formulons trois nouvelles hypothèses; elles constituent, dans notre nouveau cours d'idées, l'exact analogue des suppositions admises auparavant et énoncées plus haut, §§ 2., 3., 4. et 5. Nous supposerons, en premier lieu, que les quantités ε^*, φ^*, ψ^*, α^*, β^*, γ^* varient par l'effet de deux causes. Elles tombent sous l'influence des forces extérieures et leur variation de ce chef s'exprimera par la manière dont change la déformation apparente. Elles varient, de plus, grâce à la relaxation; par l'effet de celle-ci ε^*, φ^* et ψ^* tendent vers une limite commune qui est $\frac{1}{3}\Delta^*$, tandis que α^*, β^* et γ^* convergent vers zéro. Ainsi, désignant par T la même période caractéristique que celle dont au § 4. il a été question, nous aurons

(3 a)
$$\frac{d\varepsilon^*}{dt} = \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{\varepsilon^* - \frac{1}{3}\Delta^*}{T}$$

(3 b)
$$\frac{d\varphi^*}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} - \frac{\varphi^* - \frac{1}{3}\Delta^*}{T}$$

(3 c)
$$\frac{d\psi^*}{dt} = \frac{d\psi}{dt} - \frac{\psi^* - \frac{1}{3}\Delta^*}{T}$$

(4 a)
$$\frac{d\alpha^*}{dt} = \frac{d\alpha}{dt} - \frac{\alpha^*}{T}$$

(4 b)
$$\frac{d\beta^*}{dt} = \frac{d\beta}{dt} - \frac{\beta^*}{T}$$

(4 c)
$$\frac{d\gamma^*}{dt} = \frac{d\gamma}{dt} - \frac{\gamma^*}{T}.$$

En vertu des équations (3), nous avons

(5)
$$\frac{d\Delta^*}{dt} = \frac{d\Delta}{dt}.$$

Nous admettrons, en second lieu, que les inégalités de pression sont toujours liées, aux composantes de la déformation véritable, par la loi de la proportionalité simple. Pour les solides élastiques de la théorie idéale la notion de la déformation véritable se confond avec celle de la déformation apparente; mais nous savons qu'il n'en est point ainsi pour les fluides. Ainsi notre hypothèse actuelle consiste à supposer que la loi de Hooke s'étend aux fluides, mais à la condition de l'appliquer, non point aux composantes de la déformation apparente, mais bien à celles de la déformation véritable Cette hypothèse admise, nous aurons:

(6 a) $$p_{xx} - p_0 = -2n\varepsilon^* - (k - \tfrac{2}{3} n)\,\Delta^*;$$

(6 b) $$p_{yy} - p_0 = -2n\varphi^* - (k - \tfrac{2}{3} n)\,\Delta^*;$$

(6 c) $$p_{zz} - p_0 = -2n\psi^* - (k - \tfrac{2}{3} n)\,\Delta^*;$$

(7 a) $$p_{yz} = -n\alpha^*;$$

(7 b) $$p_{zx} = -n\beta^*;$$

(7 c) $$p_{xy} = -n\gamma^*;$$

dans les équations (6) p_0 est la pression qui correspond à une déformation nulle.

Nous admettrons, en troisième lieu, que le but vers lequel tend la relaxation est atteint lorsque les quantités ε^*, φ^*, ψ^* se réduisent à $\frac{1}{3}\Delta^*$ et les quantités α^*, β^*, γ^* à zéro; en même temps les pressions p_{xx}, p_{yy}, p_{zz} prennent une valeur déterminée que nous appelerons p et les pressions p_{yz}, p_{zx}, et p_{xy} s'annulent. Supposons que cet état d'équilibre final soit atteint; nous aurons, en vertu des équations (6),

$$p - p_0 = -k\Delta^*. \tag{8}$$

Par conséquent

$$\frac{dp}{dt} = -k\frac{d\Delta^*}{dt} \tag{9}$$

et l'équation (5) permet d'écrire

$$\frac{dp}{dt} = -k\frac{d\Delta}{dt} = -k\tilde{\omega}. \tag{10}$$

L'équation ainsi obtenue se présente sous sa forme particulière, celle notamment qui suppose l'exactitude de la relation $h = k$. Cette circonstance s'explique facilement. Pour définir la pression désignée par p, il nous a fallu admettre, au cours du présent raisonnement, non seulement l'égalité des pressions à l'état final d'équilibre (ainsi que nous l'avons fait plus haut, § 4); excédant les limites de cette hypothèse, nous avons admis de plus, en cet état d'équilibre, l'uniformité parfaite de la déformation. Or cette dernière hypothèse entraîne l'égalité $h = k$, ainsi qu'il a été dit au § 5.

§ 8. Ajoutons membre à membre les équations (1), § 3., et (2), § 4; ajoutons de même les équations (2), § 3., et (3), § 4. Nous aurons, pour la variation totale des pressions (voir § 5.), les valeurs

$$\frac{dp_{xx}}{dt} = -2ne - (k - \tfrac{2}{3}n)\,\tilde{\omega} - \frac{p_{xx} - p}{T} \tag{1 a}$$

$$\frac{dp_{yy}}{dt} = -2nf - (k - \tfrac{2}{3}n)\,\tilde{\omega} - \frac{p_{yy} - p}{T} \tag{1 b}$$

$$\frac{dp_{zz}}{dt} = -2ng - (k - \tfrac{2}{3}n)\,\tilde{\omega} - \frac{p_{zz} - p}{T} \tag{1 c}$$

$$\frac{dp_{yz}}{dt} = -na - \frac{p_{yz}}{T} \tag{2 a}$$

$$(2\,b) \qquad \frac{dp_{zx}}{dt} = -nb - \frac{p_{zx}}{T}$$

$$(2\,c) \qquad \frac{dp_{xy}}{dt} = -nc - \frac{p_{xy}}{T}.$$

A ces égalités il faut adjoindre l'équation (4) du § 5, ainsi que l'égalité vraisemblablement vérifiée $h = k$. Ce sont les équations définitives que la première de nos méthodes de raisonnement nous conduit à admettre (§§ 2., 3., 4. et 5.).

On arrive aux mêmes équations en suivant la seconde voie indiquée au § 7. L'égalité (6 a), par exemple, du § 7. donne

$$(3) \qquad \frac{dp_{xx}}{dt} = -2n\frac{d\varepsilon^*}{dt} - (k - \tfrac{2}{3}n)\frac{d\Delta^*}{dt},$$

ce qui peut s'écrire, en vertu des égalités (3 a) et (5) du même paragraphe,

$$(4) \qquad \frac{dp_{xx}}{dt} = -2ne - (k - \tfrac{2}{3}n)\,\omega + \frac{2n}{T}(\varepsilon^* - \tfrac{1}{3}\Delta^*).$$

Si l'on observe que l'on a, d'après (6 a) et (8), § 7,

$$(5) \qquad 2n\,(\varepsilon^* - \tfrac{1}{3}\Delta^*) = -p_{xx} + p_0 - k\Delta^*$$

$$(6) \qquad = p - p_{xx}$$

on voit que l'équation (4) se confond avec (1 a) du présent paragraphe. De la même manière s'établissent les équations (1 b), (1 c) ainsi que les équations (2).

Les quantités e, f, g, a, b, c, ω ainsi que, évidemment, les quantités $(p_{xx}-p)$, $(p_{yy}-p)$, $(p_{zz}-p)$, p_{yz}, p_{zx}, p_{xy} ont des valeurs infiniment petites. Par conséquent, en tenant compte de l'équation (4) du § 5. dans les égalités (1) et (2) du présent paragraphe et en négligeant tous les termes d'ordre supérieur nous aurons:

$$(7\,a) \qquad \frac{\partial\,(p_{xx} - p)}{\partial t} = -2ne - (k - h - \tfrac{2}{3}n)\,\omega - \frac{p_{xx} - p}{T}$$

$$(7\,b) \qquad \frac{\partial\,(p_{yy} - p)}{\partial t} = -2nf - (k - h - \tfrac{2}{3}n)\,\omega - \frac{p_{yy} - p}{T}$$

$$(7\,c) \qquad \frac{\partial\,(p_{zz} - p)}{\partial t} = -2ng - (k - h - \tfrac{2}{3}n)\,\omega - \frac{p_{zz} - p}{T}$$

$$(8\,a) \qquad \frac{\partial p_{yz}}{\partial t} = -na - \frac{p_{yz}}{T}$$

$$\frac{\partial p_{zx}}{\partial t} = - nb - \frac{p_{zx}}{T} \tag{8 b}$$

$$\frac{\partial p_{xy}}{\partial t} = - nc - \frac{p_{xy}}{T}. \tag{8 c}$$

Ainsi, à strictement parler, l'ensemble de nos formules ne s'applique que dans le cas où les mouvements du fluide sont extrêmement lents. Il est aisé de voir que tout raisonnement qui partirait, comme le nôtre, des idées fondamentales de la théorie de l'élasticité doit nécessairement être soumis à la même restriction. On sait d'ailleurs que, parmi les théories de la viscosité proposées jusqu'à présent, aucune n'est entièrement générale ni rigoureuse.

Les équations (7) et (8) donnent par intégration

$$p_{xx} - p = C_{xx}\,\varepsilon^{-t/T} - \varepsilon^{-t/T} \int dt\,\varepsilon^{t/T} \left\{ 2ne + \left(k - h - \tfrac{2}{3} n\right) \tilde{\omega} \right\} \tag{9 a}$$

$$p_{yy} - p = C_{yy}\,\varepsilon^{-t/T} - \varepsilon^{-t/T} \int dt\,\varepsilon^{t/T} \left\{ 2nf + \left(k - h - \tfrac{2}{3} n\right) \tilde{\omega} \right\} \tag{9 b}$$

$$p_{zz} - p = C_{zz}\,\varepsilon^{-t/T} - \varepsilon^{-t/T} \int dt\,\varepsilon^{t/T} \left\{ 2ng + \left(k - h - \tfrac{2}{3} n\right) \tilde{\omega} \right\} \tag{9 c}$$

$$p_{yz} = C_{yz}\,\varepsilon^{t/T} - \varepsilon^{-t/T} \int dt\,\varepsilon^{t/T}\, na \tag{10 a}$$

$$p_{zx} = C_{zx}\,\varepsilon^{-t/T} - \varepsilon^{-t/T} \int dt\,\varepsilon^{t/T}\, nb \tag{10 b}$$

$$p_{xy} = C_{xy}\,\varepsilon^{t/T} - \varepsilon^{-t/T} \int dt\,\varepsilon^{t/T}\, nc \tag{10 c}$$

Dans ces égalités, la base des logarithmes népériens est désignée par ε; les quantités C_{xx}, C_{yy}, C_{zz}, C_{yz}, C_{zx}, C_{xy} sont des fonctions de x, y, z, indépendantes du temps t. Posons, pour abréger,

$$\varepsilon^{-t/T} \int \frac{dt}{T}\,\varepsilon^{t/T}\, e = E \tag{11 a}$$

$$\varepsilon^{-t/T} \int \frac{dt}{T}\,\varepsilon^{t/T}\, f = F \tag{11 b}$$

$$\varepsilon^{-t/T} \int \frac{dt}{T}\,\varepsilon^{T}\, g = G \tag{11 c}$$

$$\varepsilon^{-t/T} \int \frac{dt}{T}\,\varepsilon^{t/T}\, a = A \tag{12 a}$$

$$\varepsilon^{-t/T} \int \frac{dt}{T}\,\varepsilon^{t/T}\, b = B \tag{12 b}$$

(12 c) $$\varepsilon^{-t/T}\int \frac{dt}{T}\,\varepsilon^{t/T}\,c = C$$

(13) $$\varepsilon^{-t/T}\int \frac{dt}{T}\,\varepsilon^{t/T}\,\varpi = \Theta.$$

De plus, écrivons

(14) $$nT = \mu$$

(15) $$\left(k - h - \tfrac{2}{3}n\right)T = \lambda\,;$$

l'égalité (14) est celle que Maxwell a fait connaître en 1867. Moyennant ces abbréviations, les équations (9) et (10) deviendront:

(16 a) $$p_{xx} - p = C_{xx}\,\varepsilon^{-t/T} - 2\mu E - \lambda\Theta$$

(16 b) $$p_{yy} - p = C_{yy}\,\varepsilon^{-t/T} - 2\mu F - \lambda\Theta$$

(16 c) $$p_{zz} - p = C_{zz}\,\varepsilon^{-t/T} - 2\mu G - \lambda\Theta$$

(17 a) $$p_{yz} = C_{yz}\,\varepsilon^{-t/T} - \mu A$$

(17 b) $$p_{zx} = C_{zx}\,\varepsilon^{-t/T} - \mu B$$

(17 c) $$p_{xy} = C_{xy}\,\varepsilon^{-t/T} - \mu C.$$

Ces égalités ont, dans notre théorie, la signification que possèdent, dans la théorie classique[1]) de la viscosité, les équations connues qui donnent les quantités $(p_{xx} - p)$ etc. en fonction des composantes e, f, g, a, b, c de la vitesse de déformation. Elles contiennent les termes $C_{xx}\,\varepsilon^{-t/T}$ etc. qui ne figurent pas dans les équations ordinaires. De plus, dans ces équations, les fonctions E, F, G, A, B, C, Θ, définies par les égalités (11), (12) et (13), prennent la place occupée, dans les équations habituelles, par les composantes e, f, g, a, b, c, ϖ et y jouent exactement le même rôle.

§ 9. Les constantes λ et μ, définies à l'aide des équations (15) et (14) du paragraphe précédent, sont les deux coefficients de viscosité de notre théorie. Les auteurs qui ont traité du problème de la viscosité font généralement usage de deux constantes qu'ils

[1]) Stokes, Mathematical and Physical Papers, Vol. I, p. 90. eq. (8). Cambridge, 1880. — Basset, A Treatise on Hydrodynamics, Vol. II. p. 241, eq. (16). Cambridge, 1888. — Lamb, Hydrodynamics, p. 512, eq. (4) and (5). Cambridge. 1895.

désignent souvent à l'aide des mêmes symboles: λ, μ. Poisson, dans son mémoire déjà cité [1]), introduit deux constantes qui, au moins dans le cas général, sont indépendantes l'une de l'autre. En 1843, Barré de Saint-Venant [2]) et en 1845, avec clarté et précision, Sir G. G. Stokes [3]), indiquent les considérations qui conduisent à poser

$$\lambda = -\tfrac{2}{3}\mu. \qquad (1)$$

C'est la relation à laquelle parvient, en 1867, Clerk-Maxwell [4]), en se laissant guider par la théorie cinétique. La même relation se trouve adoptée chez Kirchhoff [5]), chez M. Basset [6]), M. Lamb [7]) et chez beaucoup d'autres auteurs; toutefois, en 1874, M. O. E. Meyer propose [8]) une relation entièrement différente. Enfin M. Voigt, à une date récente, révoque en doute [9]) l'existence d'une relation quelconque entre les deux constantes de la viscosité.

On peut espérer de trouver quelques indications sur la valeur du rapport λ/μ en calculant, pour un fluide, la quantité (déjà considérée par Stokes et par Helmholtz) que l'on nomme, avec Lord Rayleigh, la fonction dissipative. C'est la voie indiquée, dans la théorie de l'élasticité, apparément pour la première fois, par Jacobi; elle a été suivie par M. Duhem [10]) dans la théorie de la viscosité des fluides. Dans ce dernier cas, il existe assurément une fonction dissipative et elle est toujours positive. On trouve aisément que cette condition équivaut à la suivante:

$$\lambda \geqq -\tfrac{2}{3}\mu, \qquad (2)$$

si, bien entendu, l'on suppose $\mu \geqq 0$, comme il est légitime de le faire.

[1] Journal de l'Ecole Polytechnique, 20 cahier, tome XIII (1831).

[2]) Comptes Rendus, tome XVII, p. 1240. (1843).

[3]) Transactions of the Cambridge Philosophical Society, Vol. VIII, p. 287 (1845); Mathematical and Physical Papers, Vol. I, p 75 1880); voir §§ 3, 4 et 18.

[4]) Philosophical Transactions, Vol. CLVII, pp. 81—82 (1867). Scientific Papers, Vol. II, p. 69 (1890).

[5]) Vorlesungen über die Theorie der Wärme, p. 193. (1894).

[6]) A Treatise on Hydrodynamics, Vol. II, p. 242. (1888).

[7]) Hydrodynamics, p. 512. (1895).

[8]) Crelle's Journal f. reine u. angew. Mathematik, Bd. 78, p. 130 (1874). Kinetische Theorie der Gase, II. Auflage, Mathem. Zusätze, p. 112—114. (1899).

[9]) Kompendium d. theoretischen Physik, Bd. I, p. 462. (1895).

[10]) Théorie thermodynamique de la viscosité, du frottement et des faux équilibres chimiques, Paris 1896, p. 52.

Reprenons maintenant l'étude des deux constantes de viscosité introduites dans notre théorie à l'aide des équations (14) et (15) du paragraphe précédent. Ces équations nous enseignent que la relation $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$, proposée par Stokes et acceptée par la majorité des savants, est la conséquence immédiate de l'égalité $h = k$, dont nous avons donné, plus haut, la discussion détaillée. Si, au contraire, l'on suppose que les valeurs de h et de k peuvent ne point se confondre, on aura

$$\lambda = \left(-\frac{2}{3} + \frac{k-h}{n}\right)\mu; \tag{3}$$

et la relation qui existe entre λ et μ dépendra non seulement du rapport k/n mais aussi de celui de la nouvelle constante h et de la rigidité n.

Quant à l'inégalité (2), l'unique conséquence qu'on peut en déduire est

$$k \geqslant h; \tag{4}$$

cette nouvelle inégalité est assurément vérifiée pour les fluides naturels.

En conclusion, nous dirons que l'égalité $h = k$ et la relation de Stokes, $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$, s'accordent parfaitement avec l'ensemble de nos hypothèses; mais rien ne nous oblige à les considérer comme un corrolaire qui découlerait avec nécessité de notre théorie.

§ 10. Soient X, Y, Z les composantes, rapportées à l'unité de masse, de la force extérieure qui, en un point (x, y, z), agit sur un élément de volume. On a trois équations dont la première est la suivante:

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = \rho X - \left(\frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial p_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial p_{zx}}{\partial z}\right). \tag{1a}$$

On en déduit, en tenant compte des équations (16) et (17) du § 8.

$$\left\{\begin{aligned} &\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = \\ &= \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} - \varepsilon^{-t/T}\left(\frac{\partial C_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial C_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial C_{zx}}{\partial z}\right) + \\ &+ \varepsilon^{-t/T}\int dt\, \varepsilon^{t/T}\left\{n\nabla^2 u + \left(k - h + \tfrac{1}{3}n\right)\frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x}\right\}. \end{aligned}\right. \tag{2a}$$

Dans cette équation le symbole ∇^2 représente l'opérateur connu de Laplace et $\bar{\omega}$ a la signification que nous lui avons attribuée au § 1; on trouve de même deux égalités analogues. Ce sont évidemment les équations du mouvement du fluide que nous nous sommes proposé d'étudier.

Dans une prochaine communication, nous espérons pouvoir donner diverses applications de la théorie que nous venons d'exposer.

---

9. M. C. Żorawski présente l'étude de M. S. ZAREMBA: **O tak zwanych funkcyach zasadniczych w teoryi równań fizyki matematycznej.** ***(Sur les fonctions dites fondamentales dans la théorie des équations de la physique).*** *(Ueber die sog. Fundamentalfunctionen in der Theorie der partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik).*

I. Introduction.

Nr. 1. Etant donné une surface fermée *(S)* limitant un domaine connexe *(D)*, il est possible de constituer un ensemble dénombrable de fonctions, dites fondamentales, jouant par rapport à cette surface un rôle analogue à celui que jouent, par rapport à la sphère, les polynômes sphériques.

Ce fait important, découvert par M. Poincaré [1]), a été rigoureusement démontré par M. Le Roy [2]) pour des surfaces satisfaisant à certaines conditions. M. Le Roy prend pour point de départ une définition différente de celle de M. Poincaré, mais il prouve qu'en particularisant convenablement la définition qu'il donne, on arrive aux fonctions de M. Poincaré.

Après M. Le Roy, M. Stekloff [3]) a étudié le même sujet et a donné une belle application des fonctions fondamentales à la théorie de la méthode de Neumann.

[1]) Poincaré. Sur la méthode de Neumann et le problème de Dirichlet; Acta Mathematica, 1896.

[2]) Le Roy Sur l'intégration des équations de la chaleur; Annales scientifiques de l'École normale supérieure, 1898.

[3]) Notes du 7 avril 1899, du 26 novembre 1900 et du 10 décembre de la même année, insérées dans les C. R. des Séances de l'Académie des Sciences de Paris.

La définition adoptée par M. Stekloff ne coïncide ni avec celle de M. Poincaré ni avec celle de M. Le Roy, mais, comme M. Le Roy, M. Stekloff prouve qu'en particularisant convenablement sa définition on retrouve les fonctions de M. Poincaré.

Les méthodes de M. Le Roy et de M. Stekloff reposent sur certaines transformations de la surface pour laquelle on veut établir l'existence des fonctions fondamentales. Or, les transformations de ce genre, dont M. Poincaré, le premier, a donné un exemple, ne sont applicables que dans des conditions assez particulières.

Le but du présent travail est de démontrer l'existence des fonctions fondamentales, sans employer aucune transformation, pour toute surface *(S)* satisfaisant aux conditions suivantes:

1. Cette surface admet en chaque point un plan tangent parfaitement déterminé.

2. Désignons par *(S')* la portion de la surface *(S)* située à l'intérieur d'une sphère (Σ) dont le centre O est un point quelconque de la surface *(S)* et dont le rayon ne surpasse pas une longueur fixe indépendante de la position de ce point. Toute parallèle à la normale en O à la surface *(S)* rencontre la portion *(S')* de cette surface en un point au plus; en outre l'angle formé par les normales élevées en deux points quelconques A et B situés sur la portion *(S')* de la surface *(S)* est inférieur au produit de la longueur AB par une constante indépendante de la position du point O sur la surface *(S)*.

J'adopte la définition de M. Stekloff des fonctions fondamentales en la modifiant toutefois de façon que la notion de ces fonctions, au lieu d'être restreinte à l'équation de Laplace, soit étendue à l'équation plus générale

$$\Delta v + \xi v = o,$$

où

$$\Delta v = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2},$$

la lettre ξ désignant un paramètre réel quelconque.

Je me réserve d'étudier dans un autre travail les relations des définitions de M. Poincaré et de M. Le Roy avec celle de M. Stekloff et de donner ensuite quelques applications des fonctions fondamentales.

II. Démonstration d'un lemme fondamental.

Nr. 2. Désignons par $f_1(x, y, z)$, $f_2(x, y, z)$, ... $f_p(x, y, z)$, p fonctions réelles, linéairement indépendantes, admettant des dérivées premières continues en chaque point intérieur à un domaine (D) limité par une surface fermée (S) satisfaisant aux conditions énoncées dans l'introduction, par $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_p$, p facteurs réels indépendants des variables x, y, z, par $d\tau$ un élément de volume, par ds un élément de la surface (S), par ξ une constante donnée, réelle mais d'ailleurs quelconque, et soit enfin

$$f(x, y, z) = \sum_{i=1}^{p} \alpha_i f_i(x, y, z). \tag{1}$$

Je me propose de démontrer la proposition suivante: si le nombre p est supérieur à un certain entier positif, dépendant uniquement de la nature de la surface (S) et du nombre ξ, il sera toujours possible de disposer des facteurs $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_p$ de façon à vérifier l'inégalité:

$$\int_{(D)} \left\{ \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 - \xi f^2 \right\} d\tau > L_p \cdot \int_{(S)} f^2 ds \tag{2}$$

où L_p représente un nombre positif croissant indéfiniment lorsque le nombre p croît indéfiniment et où les indices (D) et (S) indiquent que les intégrations correspondantes doivent être étendues respectivement à tout le domaine (D) et à toute la surface (S).

Dans le cas particulier où l'on a $\xi = o$, c'est M. Le Roy [1]) le premier qui a démontré le théorème précédent. Après lui, et toujours dans le même cas particulier, M. Stekloff [2]) a étudié le même théorème.

Mais ni M. Le Roy ni M. Stekloff n'ont réussi à se débarrasser de l'hypothèse qu'une transformation, du genre de celles dont il a été question dans l'introduction soit applicable à la surface (S).

Je rappelle tout d'abord un résultat que j'ai établi dans un autre travail [3]). Désignons par m un paramètre réel vérifiant l'inégalité:

$$m \geqq m_0 \tag{3}$$

[1]) Mémoire cité.

[2]) Notes citées.

[3]) Zaremba. Sur l'équation $\Delta u + \xi u + f = o$ et sur les fonctions harmoniques. Annales scientifiques de l'Ecole normale supérieure, 1899.

où m_0 est un nombre positif, dépendant uniquement de la surface (S), par v une fonction vérifiant dans toute l'étendue du domaine (D) l'équation aux dérivées partielles

$$\Delta v - m^2 v = o, \tag{4}$$

et par $\frac{dv}{dN}$ la dérivée de la fonction v prise suivant la normale intérieure à la surface (S).

Il sera possible de déterminer la fonction v de façon que l'on ait:

$$\frac{dv}{dN} = \tilde{\omega},$$

où $\tilde{\omega}$ est une fonction continue donnée et l'on aura alors dans toute l'étendue du domaine (D) et sur la surface (S) elle-même

$$v < \frac{C}{m} \Omega \tag{5}$$

où C est une constante ne dépendant que de la surface (S) et où Ω est une limite supérieure du module de la fonction $\tilde{\omega}$. J'ai, il est vrai, considéré dans le travail cité une surface jouissant, en dehors des propriétés énoncées dans l'introduction, de certaines autres propriétés, mais je n'ai eu à en faire usage que pour la démonstration de théorèmes autres que celui que je viens de rappeler.

Nr. 4. Le théorème précédent nous apprend qu'il existera une suite infinie de fonctions

$$u_0, u_1, u_2, \ldots \tag{6}$$

vérifiant les équations:

$$\begin{cases} \Delta u_0 - m^2 u^0 = o; \dfrac{du_0}{dN} = f \\ \Delta u_k - m^2 u_k = o; \dfrac{du_k}{dN} = u_{k-1} \; (k = 1, 2, \ldots) \end{cases} \tag{7}$$

où m représente un nombre vérifiant l'inégalité (3).

Posons:

$$I_{j \cdot t} = (-1)^{j+t} \int_{(S)} u_j u_t \, ds \tag{8}$$

on trouvera:

$$\int_{(D)} \left\{ \frac{\partial u_j}{\partial x} \frac{\partial u_t}{\partial x} + \frac{\partial u_j}{\partial y} \frac{\partial u_t}{\partial y} + \frac{\partial u_j}{\partial z} \frac{\partial u_t}{\partial z} + m^2 u_j u_t \right\} d\tau \tag{9}$$

$$=(-1)^{j+t} I_{j+t-1} = (-1)^{j+t} I_{-1, j+t}$$

Il suit de là que l'égalité

$$j + t = j' + t',$$

entraîne l'égalité:

$$I_{j,t} = I_{j',t'},$$

ce qui permet d'introduire le changement de notations défini par l'équation:

$$I_{j,t} = I_{j+t}.$$

Posons

$$\left.\begin{aligned} I_{-1} &= -\int_{(S)} u_0 f\, ds = \int_{(D)} \left\{ \left(\frac{\partial u_0}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_0}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_0}{\partial z}\right)^2 + m^2 u_0^2 \right\} d\tau, \\ I_{-2} &= \int_{(S)} f^2\, ds = -\int_{(D)} \left\{ \frac{\partial u_0}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial u_0}{\partial y}\frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial u_0}{\partial z}\frac{\partial f}{\partial z} + m^2 u_0 f \right\} d\tau, \\ I_{-3} &= \int_{(D)} \left\{ \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 + m^2 f^2 \right\} d\tau, \end{aligned}\right| \quad (10)$$

on s'assurera aisément que toutes les intégrales I_k sont positives et l'on démontrera, au moyen de l'inégalité de M. Schwarz, les inégalités:

$$I_k^2 < I_{k-1} I_{k+1}, \quad (k = -2, -1, -0, 1, 2 \ldots),$$

cela prouve que la suite à termes positifs

$$\frac{I_{-3}}{I_{-2}}, \; \frac{I_{-2}}{I_{-1}}, \; \frac{I_{-1}}{I_0}, \; \frac{I_0}{I_1}, \ldots \qquad (11)$$

sera décroissante et par suite convergente.

Soit R la limite de cette suite. Il est évident que le rayon de convergence de la série

$$\sum_{k=0}^{\infty} I_k \eta^k \qquad (12)$$

sera précisément égal à R.

Posons

$$u = \sum_{k=0}^{\infty} u_k (-\eta)^k \qquad (13)$$

Le théorème exprimé par l'inégalité (5) nous apprend que le rayon de convergence R' de cette série vérifie l'inégalité

(14) $$R' \geqq \frac{m}{C}.$$

Je dis que l'on a

(15) $$R \geqq R'.$$

En effet. l'équation (13) nous donne:

$$\int_{(S)} w u_0 \, ds = \sum_{k=0}^{\infty} I_k \eta_1^k,$$

équation qui justifie notre assertion.

Il serait aisé de prouver que l'on a en réalité

$$R = R',$$

mais nous ne nous y arrêterons pas, parce que l'inégalité (15) suffira pour arriver au but que nous avons en vue.

La suite (11) étant décroissante, on concluera des inégalités (14) et (15) que

$$\frac{I_3}{I_2} > \frac{m}{C};$$

d'où, en se reportant aux équations (10):

(16) $$\int_{(D)} \left\{ \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 + m^2 f^2 \right\} d\tau > \frac{m}{C} \int_{(S)} f^2 \, ds.$$

Nr. 5. Soit n un nombre entier et positif convenablement choisi et ne dépendant que de la surface (S). Désignons par q un nombre entier et positif vérifiant les inégalités

(17) $$\begin{cases} nq^3 + 1 \leqq p \\ n(q+1)^3 + 1 > p \end{cases}$$

M. Poincaré[1]) a prouvé qu'il sera toujours possible de disposer des facteurs $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_p$, en les astreignant à vérifier un certain système d'équations linéaires et homogènes, dont le nombre est au plus égal à $p-1$, de manière à avoir:

$$\int_{(D)} \left\{ \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \right\} d\tau > Eq^2 \int_{(D)} f^2 \, d\tau$$

[1]) Poincaré. Sur les équations de la physique. Rendiconti del Circolo matematico di Palermo 1894.

où E est un nombre positif ne dépendant que de la nature de la surface (S). L'inégalité précédente nous donne:

$$\int_{(D)}\left\{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2-\xi f^2\right\}d\tau>(Eq^2-\xi)\int_{(D)}f^2\,d\tau \tag{18}$$

D'autre part l'inégalité (16) peut s'écrire ainsi:

$$\int_{(D)}\left\{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2-\xi f^2\right\}d\tau+(m^2+\xi)\int_{(D)}f^2d\tau>\frac{m}{C}\int_{(S)}f^2ds \tag{19}$$

Il résulte des inégalités (17) que lorsque le nombre p sera assez grand, l'on aura:

$$Eq^2-\xi>0\,. \tag{20}$$

Cette condition étant vérifiée, les inégalités (18) et (19) nous donneront:

$$\int_{(D)}\left\{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2-\xi f^2\right\}d\tau>\frac{1}{1+\dfrac{m^2+\xi}{Eq^2-\xi}}\cdot\frac{m}{C}\cdot\int_{(S)}f^2\,ds \tag{21}$$

Soit p_0 un nombre positif assez grand, ne dépendant d'ailleurs que des nombres E et ξ. Il est évident que sous la condition

$$p\geqslant p_0 \tag{22}$$

l'égalité

$$m=q$$

ne sera pas incompatible avec l'inégalité (3) et qu'en outre l'expression

$$\frac{1}{1+\dfrac{m^2+\xi}{Eq^2-\xi}},$$

si l'on fait $m=q$, restera supérieure à une constante positive différente de zéro. Cela posé nous pouvons déduire de l'inégalité (21) en nous reportant aux inégalités (17), la proposition suivante:

Lorsque le nombre p vérifie l'inégalité (22); il est possible de disposer des facteurs $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_p$ de façon à avoir

$$\int_{(D)}\left\{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2-\xi f^2\right\}d\tau>M\sqrt[3]{p}\int_{(S)}f^2\,ds \tag{23}$$

où M est un nombre positif ne dépendant que de la surface (S) et du paramètre ξ: il suffira pour cela que les facteurs $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_p$ vérifiant un certain système d'équations linéaires et homogènes comprenant $p-1$ équations au plus.

Cette proposition contient évidemment le théorème énoncé au No 2.

III. Généralisation et existence des fonctions fondamentales de M. Stekloff.

Nr. 6. M. Stekloff appelle fonction fondamentale toute fonction v vérifiant dans toute l'étendue d'un domaine (D) limité par une surface fermée (S) l'équation de Laplace

$$\Delta v = o \tag{1}$$

et satisfaisant en outre à la condition aux limites

$$\frac{dv}{dN} = \lambda \varphi v \tag{2}$$

où les lettres λ et φ désignent une constante et une fonction réelle continue, toujours positive et différente de zéro, donnée à priori sur la surface (S).

Nous conserverons cette définition à cette modification près que nous remplacerons l'équation (1) par l'équation plus générale

$$\Delta v + \xi v = o \tag{3}$$

où ξ représente un nombre réel quelconque donné à priori.

Nous dirons que le nombre λ est le nombre caractéristique de la fonction fondamentale v.

Dans tout ce qui va suivre nous conserverons à la lettre φ la signification que nous venons de lui donner et nous désignerons par φ_1 et φ_2 les limites inférieure et supérieure de cette fonction; nous aurons donc

$$\left\{ \begin{array}{c} \varphi_1 < \varphi < \varphi_2 \\ \varphi_1 > 0 \end{array} \right. \tag{4}$$

Nr. 7. Supposons provisoirement que les fonctions fondamentales existent pour toute surface (S) jouissant des propriétés énoncées dans l'introduction et tirons quelques conséquences qui résultent de cette hypothèse; cela nous permettra de simplifier l'exposition.

Il est très aisé de prouver que les nombres caractéristiques des fonctions fondamentales sont toujours réels. Cela posé considérons p fonctions fondamentales linéairement indépendantes, soient

$$\lambda_1 \geqq \lambda_2 \geqq \lambda_3, \ldots . \geqq \lambda_p \tag{5}$$

les nombres caractéristiques de ces fonctions rangés par ordre de grandeur décroissante et soient

$$v_1, v_2 \ldots v_p \tag{6}$$

les fonctions fondamentales correspondantes elles-mêmes. On aura

$$\begin{aligned} &\Delta v_i + \xi v_i = o \\ &\frac{dv_i}{dN} = \lambda_i \varphi v_i \qquad (i = 1, 2, \ldots p). \end{aligned} \tag{7}$$

Une application facile du théorème de Green nous montrera que l'inégalité

$$\lambda_i \neq \lambda_k \tag{8}$$

entraîne l'équation

$$\int_{(S)} \varphi\, v_i\, v_k\, ds = o. \tag{9}$$

Les nombres formant la suite (5) n'étant pas forcément tous inégaux, il pourra arriver que l'inégalité:

$$i \neq k \tag{10}$$

n'entraîne pas l'inégalité (8). On ne peut donc pas affirmer que l'inégalité (10) entraîne nécessairement l'équation (9). On peut cependant, sans nuire à la généralité, supposer que l'inégalité (10) entraîne toujours l'équation (9). En effet, pour réaliser cette circonstance, si elle ne se présentait pas tout d'abord, il suffirait de remplacer dans la suite (6) les fonctions ayant des nombres caractéristiques égaux par certaines combinaisons linéaires et homogènes à coefficients constants de ces fonctions. Nous admettrons donc que l'inégalité (10) entraîne toujours l'équation (9). Nous supposerons en outre que l'on a

$$\int_{(S)} \varphi\, v_i^2\, ds = 1. \tag{11}$$

Cette hypothèse est légitime, puisqu'il est toujours possible d'y satisfaire en multipliant au besoin les fonctions (6) par des constantes convenablement choisies.

Je dis que le nombre de fonctions fondamentales linéairement indépendantes ayant des nombres caractéristiques positifs est fini En effet posons:

$$(12)\qquad f = \sum_{i=1}^{p} \alpha_i v_i$$

où les α_i sont des facteurs réels indépendants de x, y, z. Nous trouverons. en nous appuyant sur les équations (7). (9) et (11) ainsi que sur le theorème de Green:

$$(13)\qquad \int_{(D)} \left\{ \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 - \xi f^2 \right\} d\tau = -\sum_{i=1}^{p} \lambda_i \alpha_i^2$$

Par conséquent si λ_i sont tous positifs. on aura

$$\int_{(D)} \left\{ \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 - \xi f^2 \right\} d\tau < 0$$

quelles que soient les valeurs réelles attribuées aux facteurs α_i. Or. le théorème de M. Poincaré, théorème sur lequel nous avons eu à nous appuyer au chapitre II. nous apprend que cela ne sera possible qu'à la condition que nombre p ne dépasse pas une certaine limite. facile à exprimer en fonction de ξ. J'ajoute que dans le cas où $\xi \leqslant 0$, il ne peut pas y avoir de fonctions fondamentales ayant des nombres caractéristiques positifs. C'est là une conséquence immédiate de l'équation (13).

Conservons les notations précédentes et assurons-nous. qu'à partir d'une certaine valeur assez grande du nombre p. l'on aura:

$$(14)\qquad -\lambda_p > M' \sqrt[3]{p}$$

où M' est un nombre positif indépendant de p. On déduit de l'équation (12), en tenant compte des équations (9) et (11):

$$\int_{(S)} \varphi f^2 \, ds = \sum_{i=1}^{p} \alpha_i^2$$

d'où. à cause des inégalités (4):

$$\varphi_2 \int_{(S)} f^2 \, ds \geqslant \sum_{i=1}^{p} \alpha_i^2 .$$

Cette inégalité et l'équation (13) nous donnent:

$$\frac{\int_{(D)} \left\{ \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 - \xi f^2 \right\} d\tau}{\varphi_2 \int_{(S)} f^2 \, ds} \leqslant \frac{-\sum_{i=1}^{p} \lambda_i \alpha_i^2}{\sum_{i=1}^{p} \alpha_i^2},$$

d'où, quels que soient les α_i:

$$\int\limits_{(D)}\left\{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2-\xi f^2\right\}d\tau \leqq -\lambda_p\,\varphi_2\int\limits_{(S)} f^2\,ds$$

Or on a vu que, lorsque l'inégalité (22) du chapitre II est vérifiée, il est toujours possible de satisfaire à l'inégalité (23) du même chapitre par un choix convenable des α_i. Il faut donc que, sous la condition

$$p \geqq p_0\,,$$

l'on ait:

$$-\lambda_p\,\varphi_2 > M\sqrt[3]{p}$$

d'où, en posant

$$M' = \frac{M}{\varphi_2}\,,$$

$$-\lambda_p > M'\sqrt[3]{p}\;,$$

C. Q. F. D.

Nr. 8. Nous considérerons, pour démontrer l'existence des fonctions fondamentales, la fonction u vérifiant dans toute l'étendue du domaine *(D)* l'équation aux dérivées partielles:

$$\Delta u + \xi u = 0 \tag{15}$$

et satisfaisant à la condition aux limites

$$\frac{du}{dN} = h\varphi u + \varphi\psi \tag{16}$$

où h et ψ désignent une constante donnée et une fonction continue définie sur la surface *(S)*.

J'ai donné une méthode [1]) permettant de calculer la fonction u dans le cas particulier où

$$\varphi = 1$$

et où h est un nombre réel et non négatif.

La même méthode est encore applicable, on le verra sans difficulté, dans le cas où φ est une fonction satisfaisant aux conditions énoncées au début de ce chapitre, pourvu que le nombre h soit réel et non négatif. Cette méthode conduit aisément à la conclusion suivante: si le nombre ξ ne se trouve pas parmi les termes d'une certaine suite infinie

[1]) Mémoires cités plus haut.

(17) $$k_1, k_2, \dots$$

de fonctions du paramètre h, la fonction u existera, elle sera déterminée sans ambiguité par les équations (15) et (16) et l'on aura:

(18) $$|u| < A\Omega$$

où A est un nombre positif indépendant de la fonction ψ et où Ω est une limite supérieure du module de cette fonction. Si au contraire le nombre ξ faisait partie de la suite (17), il existerait au moins une fonction v non identiquement nulle vérifiant les équations

$$\Delta v + \xi v = 0$$

$$\frac{dv}{dN} = h\varphi v,$$

on aurait donc, dans ce cas, au moins une fonction fondamentale.

Supposons qu'en changeant h en h' sans toucher au paramètre ξ ni aux fonctions φ et ψ, la suite (17) devienne:

(19) $$k_1', k_2', k_3', \dots$$

et admettons en outre que le nombre ξ fasse partie de la suite (17)

Soit

$$h' \neq h$$

$$|h' - h| < \delta,$$

où δ est un nombre positif assez petit. Je dis que le nombre ξ ne fera certainement pas partie de la suite (19). En effet, s'il en était autrement, il existerait une infinité de fonctions fondamentales, ayant des nombres caractéristiques inégaux, tous compris dans l'intervalle $(h - \delta, h + \delta)$ si petit que soit δ. Or cela serait en contradiction avec le théorème exprimé par l'inégalité (14). Nous arrivons donc à la proposition suivante: le nombre réel ξ et la fonction φ étant donnés, on pourra toujours trouver pour h une valeur réelle et positive telle, que le nombre ξ ne fasse pas partie de la suite (17) et que par conséquent la fonction u existe et vérifie l'inégalité (18).

Nr. 9. Regardons la fonction u définie par les équations (15) et (16) comme une fonction du paramètre h et proposons-nous d'étudier cette fonction pour toutes les valeurs réelles et complexes de ce paramètre.

Posons à cet effet:

(20) $$h = h_0 + \eta$$

et voyons si l'on peut développer la fonction u en une série procédant suivant les puissances entières et positives de η.

Posons donc

$$u = \sum_{i}^{\infty} {}_{o} u_i \eta^i. \tag{21}$$

les équations (15) et (16) nous donneront:

$$\left| \begin{array}{l} \Delta u_k + \xi u_k = 0 \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \\ \dfrac{du_0}{dN} = h_0 \varphi u_0 + \varphi \psi \\ \dfrac{du_k}{dN} = h_0 \varphi u_k + \varphi u_{k-1} \quad (k = 1, 2, \dots) \end{array} \right. \tag{22}$$

Supposons provisoirement que les fonctions u_k existent et que la série (21) soit uniformément convergente dans tout le domaine *(D)* pour toutes les valeurs de η vérifiant l'inégalité

$$|\eta| < R.$$

On prouvera aisément que dans ce cas, la somme u de cette série vérifiera les équations (15) et (16). J'ajoute, en vue d'une application ultérieure, que la convergence uniforme de la série (21) sur la surface *(S)* en assure la convergence dans toute l'étendue du domaine *(D)*.

Cela posé, il résulte de la proposition établie à la fin du numéro précédent qu'en donnant à h_0 une valeur réelle et positive convenablement choisie, il sera possible de calculer toutes les fonctions u_k et que l'on aura, à cause de l'inégalité (18)

$$\delta_k < A\, \delta_{k-1},$$

en désignant par δ_i le maximum du module de la fonction u_i. Par conséquent la série (21) aura un rayon de convergence au moins égal à $\frac{1}{A}$. Il est donc établi que la fonction u du paramètre complexe h, définie par les équations (15) et (16) existe et est holomorphe à l'intérieur d'un certain cercle tracé dans le plan de la variable complexe h.

La méthode de prolongement analytique nous permettra de prouver l'existence de la fonction u pour toutes les valeurs complexes du paramètre h. Mais pour cela il est indispensable d'établir certains préliminaires.

Nr. 10. Désignons par r la distance du point (x, y, z) situé à l'intérieur du domaine (D) à l'élément ds de la surface (S) et supposons que la fonction définie par les équations (15) et (16) existe. Nous aurons:

$$u(x, y, z) = \frac{1}{4\pi}\int_{(S)} u \frac{d}{dN} \frac{e^{\mu r}}{r} ds - \frac{1}{4\pi}\int_{(S)} \frac{du}{dN} \frac{e^{\mu r}}{r} ds$$

où l'on a posé $\mu = \sqrt{-\xi}$. On déduira de cette formule par des calculs analogues à ceux que M. Poincaré a employés dans une autre occasion [1]. la conséquence suivante: Désignons par δ et δ' les maximas des modules de la fonction u et de la quantité $\frac{du}{dN}$; par A', B' et C' trois constantes positives ne dépendant que de la surface (S) et du parrmètre ξ et par ρ un nombre positif tout-à-fait arbitraire d'ailleurs; posons en outre:

$$J = \int_{(S)} |u|^2 ds \qquad J' = \int_{(S)} \left|\frac{du}{dN}\right|^2 ds\,.$$

nous aurons quel que soit p:

$$\delta < A'\rho(\delta + \delta') + B'(\sqrt{J} + \sqrt{J'})\, lg \frac{C'}{\rho}\,. \tag{23}$$

Reportons-nous aux équations (4) et (16), désignons par Ω une limite supérieure du module de ψ et posons $|h| = H$. Nous trouverons:

$$\delta' < H\varphi_2\delta + \varphi_2\Omega$$

et nous déduirons de l'inégalité (23), au moyen de l'inégalité précédente. que

$$\delta < A'\rho(1 + H\varphi_2)\delta + A'\rho\varphi_2\Omega + B'\{\sqrt{J} + \sqrt{J'}\}\, lg \frac{C'}{\rho}\,. \tag{24}$$

Nr. 11. Considérons maintenant de nouveau les équations (22) et donnons à h_0 une valeur complexe pour laquelle les fonctions u_k puissent être toutes calculées. D'après ce qui a été établi au Nr. 9, il est certain que de telles valeurs de h_0 existeront.

[1] Poincaré. Sur la méthode de Neumann et le problème de Dirichlet. Chap. V, p. 105, Acta Mathematica 1806.

Mettons en évidence les partie réelle et imaginaire de chacune des quantités que nous aurons à considérer et posons à cet effet:

$$\left\{\begin{aligned} h_0 &= c_0 + i\, d_0 \\ \psi &= u_{-1} = P_{-1} + i\, Q_{-1} \\ u_k &= P_k + i\, Q_k . \end{aligned}\right. \tag{25}$$

Il viendra:

$$\left\{\begin{aligned} \Delta P_k + \xi P_k &= 0 \\ \Delta Q_k + \xi Q_k &= 0 \end{aligned}\right. \quad (k = 0, 1, 2, \ldots) \tag{26}$$

$$\left\{\begin{aligned} \frac{dP_k}{dN} &= c_0 \varphi P_k - d_0 \varphi Q_k + \varphi P_{k-1} \\ \frac{dQ_k}{dN} &= c_0 \varphi Q_k + d_0 \varphi P_k + \varphi Q_{k-1} . \end{aligned}\right. \tag{27}$$

Posons

$$I_{m.n} = \int_{(S)} \varphi (P_m P_n + Q_m Q_n)\, ds \tag{28}$$

Les intégrales $I_{m.n}$ présentent de grandes analogies avec certaines intégrales triples que j'ai considérées dans les travaux cités plus haut et qui y sont représentées par une notation analogue. On établira par des considérations tout-à-fait semblables à celles que j'ai développées pour les intégrales triples, l'équation et les inégalités suivantes:

$$d_0\, I_{m-1.m-1} = \int_{(S)} \varphi (P_{m-2}\, Q_{m-1} - Q_{m-2}\, P_{m-1})\, ds \tag{29}$$

$$I_{m-1.m-1} = \int_{(S)} \varphi \{ P_m (P_{m-2} - 2d_0\, Q_{m-1}) + Q_m (Q_{m-2} + 2d_0\, P_{m-1}) \}\, ds$$

$$I^2_{m-1.m-1} < I_{m.m}\, I_{m-2.m-2} \tag{30}$$

$$d_0^2\, I_{m-1.m-1} < I_{m-2.m-2} \tag{31}$$

Il résulte de l'inégalité (30) que la suite

$$\frac{I_{-1.-1}}{I_{0.0}};\ \frac{I_{0.0}}{I_{1.1}},\ \frac{I_{1.1}}{I_{2.2}},\ldots \tag{32}$$

sera décroissante. Cette suite étant à termes positifs, sera par conséquent convergente; soit l^2 sa limite. L'inégalité (31) nous apprend que

$$l^2 \geqq d_0^2 . \tag{33}$$

Soit l' le rayon de convergence de la série (21), on verra aisément que

(34) $$l^2 \geqq l'^2.$$

Mais je dis que

(35) $$l^2 = l'^2.$$

Pour le prouver il n'y a qu'à démontrer l'inégalité

(36) $$l^2 \leqq l'^2.$$

On peut y arriver comme il suit: désignons par δ_i le maximum de la fonction u_i sur la surface *(S)* et appliquons à la fonction u_k le théorème exprimé par l'inégalité (24). Nous trouverons, en nous appuyant sur une des inégalités (4) et en attribuant à l'indéterminée ρ une valeur assez petite, que l'on peut déterminer deux constantes positives A et B, indépendantes de l'indice k, telles que l'on ait:

$$\delta_k < \frac{\delta_{k-1}}{2l} + A\sqrt{I_{k,k}} + B\sqrt{I_{k-1,k-1}}$$

où l représente, comme plus haut, le nombre positif dont le carré est égal à la limite de la suite (32). L'inégalité précédente nous apprend que le rayon de convergence de la série

(37) $$\sum_{k=0}^{\infty} \delta_k \eta^k$$

est au moins égal à celui de la série

(38) $$\Sigma \eta^k \sqrt{I_{k,k}}$$

Or, en se reportant à la remarque faite au Nr. 9, on verra que le rayon de convergence de la série (37) est égal au rayon de convergence de la série (21). D'autre part, le rayon de convergence de la série (38) est égal à l. Par conséquent l'inégalité (36) sera satisfaite. Donc, en vertu des remarques faites plus haut, l'égalité (35) aura lieu. C'est ce qu'il s'agissait d'établir.

La méthode de prolongement analytique nous permet de déduire du théorème qui vient d'être démontré et de l'inégalité (33), en tenant compte en outre des remarques faites au Nr. 9, la proposition suivante: la fonction u définie par les équations (15) et (16) existe dans tout le plan de la variable complexe h et elle ne peut avoir des points singuliers que sur l'axe des quantités réelles. J'ajoute qu'il est aisé de prouver que cette fonction est uniforme.

Nr. 12. Passons à l'étude des points singuliers de la fonction u. Cette étude pourrait se faire par la méthode de M. Poincaré mais,

ainsi que nous allons le voir. on peut arriver au même but par une méthode analogue à celle que j'ai déjà eu l'occasion d'appliquer dans d'autres circonstances [1]).

Les points singuliers à distance finie de la fonction u étant tous situés sur l'axe des quantités réelles, supposons que c_0 soit l'un d'eux. La suite (32) aura alors évidemment d_0^2 pour limite. En d'autres termes nous aurons:

$$\lim. \left\{ \frac{I_{k.k}}{I_{k+1.k+1}} - d_0^2 \right\}_{k=\infty} = 0 . \tag{39}$$

Posons

$$u'_k = u_k + id_0 \, u_{k+1} \; (k = -1, 0, 1, 2, \ldots). \tag{40}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P'_k = P_k - d_0 \, Q_{k+1} \\ Q'_k = Q_k + d_0 \, P_{k+1} . \end{array} \right. \tag{41}$$

nous aurons:

$$u'_k = P'_k + iQ'_k \tag{42}$$

en mettant en évidence les parties réelle et imaginaire.

On aura

$$\Delta u'_k + \xi u'_k \, 0$$

$$\frac{du'_k}{dN} = h_0 \, \varphi u'_k + \varphi u'_{k-1} .$$

Par conséquent, si l'on pose

$$I'_{m\,n} = \int_{(S)} \varphi \, (P'_m P'_n + Q'_m \, Q'_n) \, ds ,$$

on trouvera que la suite

$$\frac{I'_{-1.-1}}{I'_{0.0}}, \; \frac{I'_{0\,0}}{I'_{1.1}}, \; \frac{I'_{1.1}}{I'_{2.2}}, \ldots \tag{43}$$

est convergente et décroissante et qu'elle a pour limite un nombre au moins égal à d_0^2.

On trouvera d'ailleurs, en tenant compte de l'equation (29)

$$I'_{k.k} = I_{k.k} - d_0^2 \, I_{k+1.k+1} ,$$

par conséquent l'équation (39) équivaudra à l'équation:

[1]) Zaremba. O równaniu $\Delta u + \xi u + f = 0$ i o funkcyach harmonicznych. Prace matematyczno-fizyczne, 1900.

$$\text{(44)} \qquad \lim. \left\{ \frac{I'_{k.k}}{I_{k+1.k+1}} \right\} = 0 .$$

Considérons p facteurs réels $\alpha_1, \alpha_2\, \alpha_p, \ldots$ indépendants des variables (x, y, z), désignons par F'_1, F'_2, F''_1 et F''_2 des fonctions réelles et posons:

$$\text{(45)} \qquad \left| \begin{aligned} F'_1 + i F'_2 &= \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \frac{u_{k_j}}{\sqrt{I_{k_j.k_j}}} \\ F''_1 + i F''_2 &= \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \frac{u'_{k_{j-1}}}{\sqrt{I_{k_j.k_j}}} \end{aligned} \right.$$

nous aurons:

$$\Delta F'_1 + \xi F'_1 = 0 ; \; \Delta F'_2 + \xi F'_2 = 0$$

$$\frac{dF'_1}{dN} = c_0 \varphi F'_1 + \varphi F''_1 \; ; \; \frac{dF'_2}{dN} = c_0 \varphi F'_2 + \varphi F''_2$$

d'où

$$\text{(46)} \qquad \left| \begin{aligned} &\int\!\!\int_{(D)} \left\{ \left(\frac{\partial F'_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial F'_1}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial F'_1}{\partial z} \right)^2 - \xi F_1'^2 \right\} d\tau + \\ &\qquad\qquad + c_0 \int_{(S)} \varphi F_1'^2 ds = - \int_{(S)} \varphi F'_1 F''_1 ds \\ &\int\!\!\int_{(D)} \left\{ \left(\frac{\partial F'_2}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial F'_2}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial F'_2}{\partial z} \right)^2 - \xi F_2'^2 \right\} d\tau + \\ &\qquad\qquad + c_0 \int_{(S)} \varphi F_1'^2 ds = - \int_{(S)} \varphi F'_1 F'' ds . \end{aligned} \right.$$

Cela posé, on tirera aisément du théorème démontré au chapitre II la conséquence suivante: si le nombre p est supérieur à une certaine limite ne dépendant que de la surface (S) et des nombres ξ et c_0, il sera possible de disposer des indéterminées $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_p$ de façon que les deux inégalités suivantes soient vérifiées à la fois:

$$\int\!\!\int_{(D)} \left\{ \left(\frac{\partial F'_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial F'_1}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial F'_1}{\partial z} \right)^2 - \xi F_1'^2 \right\} d\tau > (1 - c_0) \int_{(S)} \varphi F_1'^2 ds$$

$$\int\!\!\int_{(D)} \left\{ \left(\frac{\partial F'_2}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial F'_2}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial F'_2}{\partial z} \right)^2 - \xi F_2'^2 \right\} d\tau > (1 - c_0) \int_{(S)} \varphi F_2'^2 ds .$$

Les équations (46) nous donneraient alors:

$$\int_{(S)} \varphi \, (F_1^{\,2} + F_2^{\,2}) \, ds < - \int \varphi \, (F_1 \, F_1{}' + F_2 \, F''_2) \, ds$$

d'où, en s'appuyant sur l'inégalité de M. Schwarz:

$$\left\{ \int_{(S)} \varphi \, (F_1^{\,2} + F_2^{\,2}) \, ds \right\}^2 < \int_{S} \varphi \, (F_1^{\,2} + F_2^{\,2}) \, ds \int_{(S)} \varphi \, (F''_1{}^2 + F''_2{}^2) \, ds$$

ou bien

$$\int_{(S)} \varphi \, (F_1^{\,2} + F_2^{\,2}) \, ds < \int_{(S)} \varphi \, (F''_1{}^2 + F''_2{}^2) \, ds \, . \tag{47}$$

Chacun des deux membres de cette inégalité est une forme quadratique par rapport aux indéterminées $\alpha \ldots \alpha_p$, les coefficients des carrés des α_j dans la forme

$$\int_{(S)} \varphi \, (F_1^{\,2} + F_2^{\,2}) \, ds \tag{48}$$

sont tous égaux à l'unité. enfin. en vertu de l'équation (44) tous les coefficients de la forme

$$\int_{(S)} \varphi \, (F''_1 + F''_2{}^2) \, ds$$

tendent vers zéro lorsque tous les nombres $k_1, k_2 \ldots k_p$ croissent indéfiniment suivant une loi quelconque.

Voici ce que l'on peut conclure de ces remarques et de la possibilité de satisfaire à l'inégalité (47) par un choix convenable des α_j: lorsque les k_j croissent indéfiniment les coefficients des produits $\alpha_j \, \alpha_t \, (j \neq t)$ dans la forme (48) ne tendent jamais tous vers zéro.

Cela posé j'observe que le coefficient de $\alpha_j \, \alpha_t$ dans la forme (48) est égal à

$$2 \, \frac{I_{k_j . k_t}}{\sqrt{I_{k_j . k_j} \, . \, I_{k_t . k_t}}}$$

Il ne peut donc pas arriver que l'expression

$$\frac{I_{m.n}}{\sqrt{I_{m.m} \, I_{n.n}}} \tag{49}$$

tende forcément vers zéro lorsque l'un des nombres m ou n croît indéfiniment.

Nr. 13. Il résulte des propriétés de la suite (32) que la suite

$$I_{-1.-1}, \; I_{0.0} \, d^2, \; I_{1.1} \, d_0^{\,4}, \ldots \tag{50}$$

sera décroissante. D'ailleurs elle est à termes positifs, elle sera donc convergente.

Je vais prouver que, lorsque l'équation (39) est vérifiée, la limite de cette suite est un nombre différent de zéro.

Les équations (22) nous donnent:

$$\Delta \sum_{j=0}^{2t-1} \eta^j u_{m+1+j} + \xi \sum_{j=0}^{2t-1} \eta^j u_{m+1+j} = 0$$

$$\frac{d}{dN} \sum_{j=0}^{2t-1} \eta^j u_{m+1+j} = (h_0 + \eta)\, \varphi \sum_{j=0}^{2t-1} \eta^j u_{m+1+j} + \varphi u_m - \varphi \eta^{2t} u_{m+2t}$$

Posons

$$\eta = -\, i\, d_0$$

$$A_{m,t} + i\, B_{m,t} = \sum_{j=0}^{2t-1} (-\, i\, d_0)^j u_{m+1+j},$$

en désignant par $A_{m,t}$ et $B_{m,t}$ des fonctions réelles, il viendra:

$$\Delta A_{m,t} + \xi A_{m,t} = 0; \quad \Delta B_{m,t} + \xi B_{m,t} = 0$$

$$\frac{d A_{m,t}}{dN} = c_0\, \varphi\, A_{m,t} + \varphi\, P_m - \varphi\, (-\, d_0^2)^t\, P_{m+2t}$$

$$\frac{d B_{m,t}}{dN} = c_0\, \varphi\, B_{m,t} + \varphi\, Q_m - \varphi\, (-\, d_0^2)^t\, Q_{m+2t}$$

On déduit de ces équations et des équations (27), en tenant compte des équations (26) et en s'appuyant sur le théorème de Green:

$$I_{m.k} - (-\, d_0^2)^t I_{k.m+2t} = \int_{(S)} \varphi \{ A_{m,t} (P_{k-1} - d_0 Q_k) + (B_{m,t} (Q_{k-1} + d_0 P_k) \}\, ds. \tag{51}$$

Posons

$$M_{m,t} = \int_{(S)} \varphi\, (A_{m,t}^2 + B_{m,t}^2)\, ds$$

et reportons-nous aux notations définies au Nr. 12.

Nous déduirons de l'équation (51) en nous appuyant sur l'inégalité de M. Schwarz:

$$|\, I_{m.k} \,| < d_0^{2t} \sqrt{I_{k.k}\, I_{m+2t.m+2t}} + \sqrt{M_{m,t}\, I'_{k-1.k-1}}$$

d'où

$$I_{m.k}^2 < 2\, d_0^{4t}\, I_{k.k}\, I_{m+2t.m+2t} + 2\, M_{m,t}\, I'_{k-1.k-1},$$

ce qui donne:

$$\frac{I_{m.k}^2}{I_{m.m}\, I_{k.k}} < 2\, \frac{d_0^{4t}\, I_{m+2t.m+2t}}{I_{m.m}} + 2\, \frac{M_{m,t}}{I_{m.m}}\, \frac{I'_{k-1.k-1}}{I_{k.k}} \tag{52}$$

Supposons pour un moment que la suite (50) ait zéro pour limite. On pourrait alors prendre le nombre t assez grand pour que l'on ait:

$$2\,\frac{d_0^{4t}\,I_{m+2t.\,m+2t}}{I_{m.\,m}} < \frac{\varepsilon}{2},$$

si petit que soit le nombre positif ε. Ayant choisi t de façon que cette inégalité soit satisfaite, on aura, à cause de l'équation (44), pour des valeurs assez grandes de k

$$2\,\frac{M_{m,t}}{I_{m.\,m}}\,\frac{I'_{k-t.\,k-t}}{I_{k.\,k}} < \frac{\varepsilon}{2}$$

et l'équation (52) nous donnerait alors

$$\frac{I_{m.\,k}^2}{I_{m.\,m}\,I_{k.\,k}} < \varepsilon$$

On aurait donc, pour une valeur arbitrairement attribuée à m

$$\lim \left\{ \frac{I_{m.\,k}^2}{I_{m.\,m}\,I_{k.\,k}} \right\}_{k=\infty} = 0\,.$$

Or nous avons vu au Nr. 12 que cette circonstance ne peut se présenter. Donc la limite de la suite (50) est différente de zéro, lorsque l'équation (39) a lieu. *C. Q. F. D.*

Nr. 14. Désignons par R un nombre positif dont le carré soit égal à la limite de la suite (43). Nous avons vu que

$$R^2 \geqq d_0^2.$$

Je dis que, lorsque l'équation (39) est vérifiée, l'on a:

$$R^2 > d_0^2. \tag{53}$$

En effet, si l'on avait

$$R^2 = d^2,$$

on trouverait, en raisonnant comme au numéro précédent, que

$$\lim\,(d_0^{2k}\,I'_{k.\,k})_{k=\infty} > 0\,,$$

mais cela serait incompatible avec l'équation (44) et l'inégalité

$$\lim\,(d_0^{2k}\,I_{k.\,k})_{k=\infty} > 0\,,$$

démontrée au numéro précédent.

Reportons-nous maintenant au Nr. 12 et posons

$$u' = \sum_{k=0}^{\infty} u'_k\,\eta^k. \tag{54}$$

Les équations (40) et (21) nous donneront:

(55) $$(\eta + i d) u = \eta u' + i d_0 u_0 .$$

Or le rayon de la convergence de la série (54) est égal à R et R vérifie l'inégalité (53). L'équation (55) exprime par conséquent que, pour $\eta = - i d_0$, la fonction u a un pôle simple et que le résidu correspondant v nous est donné par la formule

(56) $$v = \sum_{k=0}^{\infty} (-i d_0)^{k+1} u'_k + i d_0 u_0 .$$

D'ailleurs

$$\Delta u' + \xi u' = 0 ,$$
$$\frac{du'}{dN} = (h_0 + \eta) \varphi u' + (\psi + i d_0 u_0) \varphi \eta ,$$
$$\Delta u_0 + \xi u_0 = 0 ,$$
$$\frac{du}{dN} = h_0 \varphi u_0 + \varphi \psi ,$$

ce qui donne

$$\Delta (\eta u' + i d_0 u_0) + \xi (\eta u' + i d_0 u_0) = 0 ,$$
$$\frac{d (\eta u' + i d_0 u_0)}{dN} = (h_0 + \eta) \varphi (\eta u' + i d_0 u_0) + \varphi \psi (\eta + i d_0) ,$$

d'où, en posant $\eta = - i d_0$,

$$\Delta v + \xi v = 0 ,$$
$$\frac{dv}{dN} = c_0 \varphi v .$$

La fonction v est donc une fonction fondamentale à moins qu'elle ne soit identiquement nulle. Il est très aisé de voir qu'elle ne l'est pas. En effet, il résulte des équations (56) et (40) que

$$v = - \lim \{ (-i d_0)^{k+2} u_{k+1} \}_{k=\infty} ;$$

or cette limite ne peut être identiquement nulle parce que, dans ce cas, la suite (50) aurait zéro pour limite et nous avons vu qu'il n'en est pas ainsi.

L'ensemble des résultats établis dans ce travail nous amène aux conclusions suivantes:

1) Etant donnée une surface *(S)* vérifiant les hypothèses énoncées dans l'introduction et une fonction continue φ définie sur cette surface, constamment positive et différente de zéro, il correspondra à tout nombre réel ξ une suite infinie

$$\lambda_1 \geqq \lambda_2 \geqq \lambda_3 \geqq \dots \qquad (57)$$

de nombres réels, négatifs à partir d'un certain rang et jouissant des propriétés que voici:

A) On aura à partir d'un certain rang

$$-\lambda_p > M' \sqrt[3]{p} \qquad (58)$$

où M' est un nombre positif indépendant du nombre p.

B) la suite (57) correspond terme à terme à une suite de fonctions réelles

$$v_1 , v_2 , v_3 \dots \qquad (59)$$

et chaque fonction v_k prise dans cette suite vérifie à l'intérieur de la surface *(S)* l'équation:

$$\Delta v_k + \xi v_k = 0$$

et satisfait à la condition aux limites

$$\frac{dv_k}{dN} = \lambda_k \varphi v_k ;$$

on aura, en outre:

$$\int_S \varphi v_k^2 \, ds = 1$$

et

$$\int_{(S)} \varphi v_k v_i \, ds = 0,$$

pour $k \quad i$.

C) Si une fonction v vérifie l'équation

$$\Delta v + \xi v = 0$$

à l'intérieur de la surface *(S)* et si elle satisfait à la condition aux limites

$$\frac{dv}{dN} = \lambda \varphi v$$

où λ représente une constante, le nombre λ fera partie de la suite (57) et la fonction v elle-même sera une combinaison linéaire et homogène à coefficients constants d'un nombre fini de fonctions prises dans la suite (59).

2) La fonction u définie par les équations (15) et (16) considérée comme fonction du paramètre h est une fonction méromorphe dont les pôles font tous partie de la suite (57). Enfin les résidus correspondants à ces pôles sont chacun une combinaison linéaire

et homogène à coefficients constants d'un nombre fini de fonctions prises dans la suite (59).

En résumé, nous avons établi l'existence des fonctions fondamentales et déduit quelques unes des propriétés de ces fonctions.

Pour abréger, je n'ai pas établi que la suite (57) est infinie, mais on comblera aisément cette lacune.

---

10. M. C. Żorawski présente l'étude de M. S. KĘPIŃSKI: **O całkach rozwiązań równań różniczkowych z sobą sprzężonych, rzędu 2-go, posiadających trzy punkty osobliwe; ciąg dalszy.** ***Ueber Integrale der sich selbst adjungierten Differentialgleichungen 2-er Ordnung, mit drei singulären Punkten; Fortsetzung*****).** *(Sur les intégrales des solutions des équations du second ordre, équivalentes à leur adjointe, avec trois points singuliers).*

Diese Note ist eine Fortsetzung der unter demselben Titel erschienenen Arbeit [1]) und bezieht sich auf die Integrale der Lösungen einer sich selbst adjungierten Differentialgleichung:

$$(1) \qquad A_2 y'' + A_2' y' + A_0 y = 0$$

$$A_2 = (z - e_1)^2 (z - e_2)^2 (z - e_3)^2 = a_0 + a_1 z + .. + a_6 z^6,$$

$$A_0 = c_0 + c_1 z + .. + c_4 z^4,$$

$$l_i' + l_i'' = -1, \qquad i = 1, 2, 3.$$

Diese Integrale besitzen folgende Formen:

a) Integrale erster Gattung:

$$j_i = \int_y^x y_i \, dz, \qquad i = 1, 2.$$

b) Integrale zweiter Gattung:

$$Z_i(t) = \int_y^x \frac{y_i}{(z-t)^2} \left[F_A(z,t) + \tfrac{1}{2}(z-t)^2 F_h''(z,t) \right] dz,$$

c) Integrale dritter Gattung:

[1]) Bulletin international de l'Acad. des Sciences de Cracovie, Fevrier 1899. Diese Arbeit bezeichne ich im Folgenden mit (I).

$$Q_{ik} = \int_y^x \int_\eta^\zeta \frac{y_i \upsilon_k}{(z-\zeta)^3} \left[F_A^3(z,\zeta) + \tfrac{1}{2}(z-\zeta)^2 F_h^1(z,\zeta) \right] dz\, d\zeta,$$

wo $F_A^3(z,\zeta)$ die dritte Polare von A_2 und $F_h(z,\zeta)$ die erste Polare von

$$h = A_0 - \tfrac{1}{6} A_2''$$

bedeutet.

§ 1.

In der erwähnten Arbeit (I) sind diese Functionen in Hinsicht auf ihr Verhalten in der Umgebung verschiedener Punkte untersucht worden. Insbesondere ist die Function Q_{ik} in den Punkten

$$x = a,\ \zeta = b$$

1) $a \gtreqless b$

2) $a = b \gtreqless e$, $\qquad i = 1,\ 2,\ 3$

in Potenzreihen entwickelt worden. Der Verfasser vervollständigt seine Untersuchung, indem er noch die Entwickelung dieser Functionen Q_{ik} im Falle

$$a = b = e\ (=0)$$

durchführt. Es ist nämlich:

$$V(z,\zeta) = F^3 A_2 + \tfrac{1}{2}(z-\zeta)^2 F_h^1 = A_2 + \tfrac{1}{2} A_2'(\zeta - z) + \tfrac{1}{2} A_0 (\zeta - z)^2 - \quad (1)$$

$$- \tfrac{1}{2} M(\zeta - z)^2 = \mathrm{A}_2 + \tfrac{1}{2} \mathrm{A}_2'(z-\zeta) + \tfrac{1}{2} \mathrm{A}_0 (z-\zeta)^2 - \tfrac{1}{2} M(z-\zeta)^3,$$

wo

$A_2 = A_2(z)$, $M = M(z) = -\frac{1}{12} A_2''' - \frac{1}{2} A_0'$, Functionen von z und $\mathrm{A}_2 = \mathrm{A}_2(\zeta)$, $M = M(\zeta)$ Functionen von ζ sind. Es sei ferner:

$$\Phi(z,\zeta) = V(z,\zeta)\, y_1 \upsilon_2 z^{-l'} \zeta^{-l''} - \zeta\, \mathrm{A}_2 \upsilon_1 \upsilon_2 - (z-\zeta)[-l' \mathrm{A}_2 \upsilon_1 \upsilon_2 +$$

$$+ \zeta(\mathrm{A}_2 \upsilon_1' \upsilon_2 + \tfrac{1}{2} \mathrm{A}_1' \upsilon_1 \upsilon_2)] + \tfrac{1}{2}(z-\zeta)^2 [l' l'' \zeta^{-1} \mathrm{A}_2 \upsilon\, \upsilon_2 + 2l'(\mathrm{A}_2 \upsilon_1' \upsilon_2 +$$

$$+ \tfrac{1}{2} A_2' \upsilon_1 \upsilon_2)]$$

Weil nun

$$\Phi_{z=\zeta} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z_{z=\zeta}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta_{z=\zeta}} = 0, \qquad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2_{z=\zeta}} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z\, \partial \zeta_{z=\zeta}} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \zeta^2_{z=\zeta}} = 0,$$

ist die Function $\Phi(z,\zeta)$ durch $(z-\zeta)^3$ theilbar, woraus folgt:

$$\frac{Vy_1 \mathfrak{v}_2}{(z-\zeta)^3} = \frac{A_2 \mathfrak{v}_1 \mathfrak{v}_2}{(z-\zeta)^3} z^{l'} \zeta^{l''+1} + \frac{l' A_2 \mathfrak{v}_1 \mathfrak{v}_2 z^{l'} \zeta^{l''} + (A_2 \mathfrak{v}_1 \mathfrak{v}_2 + \frac{1}{2} A_2' \mathfrak{v}_1 \mathfrak{v}_2) z^{l'} \zeta^{l''+1}}{(z-\zeta)^2} -$$

$$-\frac{\frac{1}{2} l' l'' A^2 \mathfrak{v}_1 \mathfrak{v}_2 z^{l'} \zeta^{l''-1} + l' (A_2 \mathfrak{v}_1' \mathfrak{v}^2 + \frac{1}{2} A_2' \mathfrak{v}_1 \mathfrak{v}_2) z^{l'} \zeta^{l''}}{(z-\zeta)} + z^{l'} \zeta^{l''} \mathfrak{P}(z,\zeta);$$

$\mathfrak{P}(z,\zeta)$ ist eine Reihe, welche nach Potenzen der in der Klammer stehenden Grössen mit positiven ganzen Exponenten fortschreitet.

Zu bemerken ist, dass:

$$-\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial z \, \partial \zeta} \frac{A_2 \mathfrak{v}_1 \mathfrak{v}_2 z^{l'+1} \zeta^{l''+1}}{(z-\zeta)} = \frac{A_2 \mathfrak{v}_1 \mathfrak{v}_2 z^{l'} \zeta^{l''+1}}{(z-\zeta)^3} +$$

$$\frac{-l' A_2 \mathfrak{v}_1 \mathfrak{v}_2 z^{l'} \zeta^{l''} + (A_2 \mathfrak{v}_1' \mathfrak{v}_2 + \frac{1}{2} A_2' \mathfrak{v}_1 \mathfrak{v}_2) z^{l'} \zeta^{l''+1}}{(z-\zeta)^2} -$$

$$-\frac{\frac{1}{2} l' l'' A_2 \mathfrak{v}_1 \mathfrak{v}_2 z^{l'} \zeta^{l''-1} + l' (A_2 \mathfrak{v}_1' \mathfrak{v}_2 + \frac{1}{2} A_2' \mathfrak{v}_1 \mathfrak{v}_2) z^{l'} \zeta^{l''}}{z-\zeta} -$$

$$-\frac{1}{2} (l' z + l'' \zeta) \frac{z^{l'} \zeta^{l''}}{(z-\zeta)^2}$$

Es ist also:

$$\frac{V y_1, v_2}{(z-\zeta)^3} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \zeta} \frac{A_2 \mathfrak{v}_1 \mathfrak{v}_2 z^{l'+1} \zeta^{l''}}{z-\zeta} + \frac{1}{2} \frac{z^{l'} \zeta^{l''}}{(z-\zeta)^2} (l' z + l'' \zeta) +$$

$$+ z^{l'} \zeta^{l''} \mathfrak{P}(z,\zeta)$$

und

$$Q_{12} = -\frac{1}{2} \frac{A_2 \mathfrak{v}_1 \mathfrak{v}_2 z^{l'+1} \zeta^{l''}}{z-\zeta} + \frac{1}{2} \iint (l' z + l'' \zeta) \frac{z^{l'} \zeta^{l''}}{(z-\zeta)^2} \partial z \, \partial \zeta +$$

$$+ C + z^{l'+1} \zeta^{l''+1} \mathfrak{P}(z,\zeta).$$

Um den Werth des Integrals

$$\iint (l'z + l''\zeta) \frac{z^{l'} \zeta^{l''}}{(z-\zeta)^2} \, dz \, d\zeta$$

zu finden, setzen wir

$$l' = -\frac{p'}{q}, \; l'' = -\frac{p''}{q} \qquad (p' + p'' = q),$$

$$z = z'^q \quad \zeta = \zeta'^q$$

und erhalten

$$\iint (l'z + l''\zeta) \frac{z^{l'}\zeta^{l''}}{(z-\zeta)^2} dz d\zeta = -$$

$$- q \iint (p' z'^{2q-p'-1}\zeta'^{p'-1} + p'' z'^{p''-1}\zeta'^{2q-p''-1}) \frac{dz' d\zeta'}{(z'^q - \zeta'^q)^2}.$$

Wenn ε eine primitive Einheitswurzel q-ten Grades bedeutet, ist

$$z'^q - \zeta'^q = (z' - \zeta')(z' - \varepsilon\zeta') \ldots (z' - \varepsilon^{q-1}\zeta'),$$

woraus folgt

$$\left[\frac{z'^q - \zeta'^q}{z' - \varepsilon^n\zeta'}\right]^2 = z'^{2q-2} + 2\varepsilon^n z'^{2q-3}\zeta' + \ldots + \varepsilon^{(2q-2)n}\zeta'^{2q-2}$$
$$n = 0, 1, \ldots p-1,$$

und

$$\sum_{n=o}^{q-1} \varepsilon^{n(p'+1)} \left[\frac{z'^q - \zeta'^q}{z' - \varepsilon^n\zeta'}\right]^2 = q(p' z'^{2q-p'-1}\zeta'^{p'-1} + p'' z'^{p''-1}\zeta'^{2q-p''-1}),$$

oder

$$-q(p' z'^{2q-p'-1}\zeta'^{p'-1} + p'' z'^{p''-1}\zeta'^{2b-p''-1}] \frac{1}{(z'^q - \zeta'^q)^2} = -\sum_{n=o}^{q-1} \frac{\varepsilon^{n(p''+1)}}{(z' - \varepsilon^n\zeta')^2}.$$

Es ist also

$$\tfrac{1}{2} \iint (l' z + l'' \zeta) \frac{z^{l'}\zeta^{l''}}{(z-\zeta)^2} = -\tfrac{1}{2} \sum_{n=o}^{q-1} \varepsilon^{np''} \log(z' - \varepsilon^n \zeta')$$

Setzt man nun $z' = \sqrt[q]{\zeta}$, $\zeta' = \sqrt[q]{\zeta}$, so bekommt man endlich:

$$Q_{12} = -\tfrac{1}{2} \frac{A_2 \upsilon_1 \upsilon_2 z^{l'+1}\zeta^{l''}}{z-\zeta} - \tfrac{1}{2} \sum_{n=o}^{q-1} \varepsilon^{np''} \log\left(\sqrt[q]{z} - \varepsilon^n \sqrt[q]{\zeta}\right) +$$
$$+ C + z^{l'+1}\zeta^{l''+1}\mathfrak{P}_1(z, \zeta) \tag{3}$$

und analog

$$Q_{21} = -\tfrac{1}{2} \frac{A_2 \upsilon_1 \upsilon_2 z^{l''+1}\zeta^{l'}}{z-\zeta} - \tfrac{1}{2} \sum_{n=o}^{q-1} \varepsilon^{np'} \log\left(\sqrt[q]{z} - \varepsilon^n \sqrt[q]{\zeta}\right) +$$
$$+ C + z^{l'+1}\zeta^{l''+1}\mathfrak{P}_2(z, \zeta) \tag{4}$$

Es bleibt also noch das Integral

$$Q_{ii} = \iint \frac{V y_i \upsilon_i}{(z-\zeta)^3} dz\, d\zeta$$

zu untersuchen. Indem man beachtet, dass die Function:

$$\Phi = V y \upsilon z^{-l} \zeta^{-l} - A_2 \upsilon^2 \zeta^{-2l} - (z-\zeta)[-l A_2 \upsilon^2 + \zeta(A_2 \upsilon \upsilon^1 +$$

$$+ \tfrac{1}{2} A_2' \upsilon^2)\zeta^{-2l-1} + \tfrac{1}{2}(z-\zeta)^2 [ll' A_2 \upsilon^2 \zeta^{-1} + 2l(A_2 \upsilon \upsilon' + \tfrac{1}{2} A_2' \upsilon^2)]\zeta^{-2l-1},$$

$$(l' = -l - 1)$$

und ihre Ableitungen:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z}, \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta}, \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}, \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial \zeta}, \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \zeta^2}$$

für $z = \zeta$ zu Null werden. erhält man

$$\frac{V y \upsilon}{z-\zeta} = -\tfrac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \zeta} \frac{A_2 \upsilon^2 z^{l+1} \zeta^{-l-1}}{z-\zeta} + z^l \zeta^l P(z, \zeta).$$

woraus folgt:

$$(5) \qquad Q_{ii} = -\tfrac{1}{2} \frac{A_2 \upsilon_i^2 z^{l_i'+1} \zeta^{l_i''}}{z-\zeta} + C + z^{l_i'+1} \zeta^{l_i'+1} \mathfrak{P}(z, \zeta)$$

Hier giebt's also keine logarithmische Unstetigkeit.

§. 2.

Der Inbegriff aller Differentialgleichungen, welche mit der gegebenen zur selben Art (im Sinne von Fuchs und Poincaré) gehören, spielen in diesen Forschungen eine ähnliche Rolle, wie der Inbegriff aller zur selben Riemann'schen Fläche gehörenden algebraischen Gleichungen. Die erste und wichtige Frage bezieht sich also auf die Reduction der Integrale aller zur selben Art gehörenden Functionen.

Diese Functionen sind charackterisirt durch:

$$(6) \qquad Y = r_0(z)\, y + r_1(z)\, y',$$

wo $r_0(z)$, $r_1(z)$ beliebige rationale Functionen von z sind und es handelt sich um die Reduction der Integrale

$$\int Y dz.$$

Weil das Integral:

$$\int r_1(z)\, y'\, dz = r_1(z)\, y - \int r_1'(z)\, y\, dz$$

ist, kann man sich nur auf die Reduction der Integrale

$$\int R(z)\, y\, dz$$

beschränken, wo $R(z)$ rationale Function ist. Indem man die Function in die Summe der rationalen Brüche zerlegt, bekommt man Integrale der Form

$$I_p = \int z^p\, y\, dz, \quad J_p = \int \frac{y}{(z-a)^p}\, dz. \qquad p = 0,\ 1,\ 2, \ldots$$
$$I_0 = J_0 = j.$$

Die Reductionsformeln folgen aus der Identität:

$$[A_2 y' (z-a)^p]' = (A_2 y'' + A_2' y')(z-a)^p + p\, A_2 y' (z-a)^{p-1} =$$
$$= - A_0 y (z-a)^p + p\, A_2 y' (z-a)^{p-1}.$$

Nach der Integration ergiebt sich:

$$\int [A_0 (z-a)^2 + p\, A_2' (z-a) + p\, (p-1)\, A_2]\, (z-a)^{p-2} =$$
$$= A_2 (z-a)^{p-1} [py + (z-a)\, y'] \tag{7}$$

Für $a = o$ und $p = 0,\ 1,\ 2. \ldots$ folgen die Gleichungen:

$$\int A_0\, y\, dz = - A_2\, y'$$
$$\int (A_0 z + A_2')\, y dz = A_2 (y - zy')$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

oder:

$$c_o j + c_1 I_1 + c_2 I_2 + c I_3 + c_4 I_4 = - A_2 y'$$
$$d_o j + d_1 I_1 + d_2 I_2 + d_3 I_3 + d_4 I_4 + d_5 I_5 = A_2 (y - zy') \tag{A}$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

Vermittels dieser Gleichungen kann man die Integrale I_4, I_5,... 1⁰) durch die rationale (ganze) Function $G(z,\ y,\ y')$ und 2) die Summe der Integrale j, I_1, I_2, I_3 mit constanten Coefficienten ausdrücken.

Weil aber

$$Z = \tfrac{1}{4} (a_3 - c_1) j + \tfrac{1}{2} 2a_4 - c_2) I_1 - \tfrac{1}{2} a_5 I_2 - I_3$$

ist, ergiebt sich der Satz:

(1) Die Integrale $I_p = \int z^p y\, dz$ kann man durch rationale (ganze) Function $G(z,\ y,\ y')$ und durch die Summe

der Integrale j, Z, I_1, I_2 mit constanten Coefficienten ausdrücken.

Auf demselben Wege gelangt man zum folgenden Satze:

(2) Die Integrale $J_\nu = \int \frac{I}{(z-a)^\nu} dz$ lassen sich durch eine rationale Function $R(z, y, y')$ und durch die Summe der Integrale j, Z, I_1, I_2, J_1, J_2 mit constanten Coefficienten ausdrücken.

Indem man nun beachtet, dass die Integrale I_1, I_2 principiel von den Integralen J_1, J_2 nicht verschieden sind, dass sie sich sogar in einander transformiren lassen, bekommt man den Satz:

Jedes Integral

$$\int Y dz = \int [r_0(z) y + r_1(z) y'] dz$$

lässt sich durch eine rationale Function $R(z, y, y')$ und durch die Summe der Integrale j, Z, J_1, J_2 (I_1, I_2) mit constanten Coefficienten darstellen.

Die Integrale I_1, I_2, J_1, J_2 besitzen algemein zu reden logarithmische Unstetigkeiten, welche in gewissen Fällen auch algebraisch werden können, in keinem Falle sind sie aber überall endlich. Daraus folgt der Satz:

Wenn in der Differentialgleichung (1) $l'_i < 1$, $l''_i < 1$ und $l'_i \gtrless l''_i$, $l'_i + l''_i = -1$ ist, existieren unter den Integralen

$$\int Y dz$$

nur zwei

$$j_1 = \int y_1 dz, \quad j_2 = \int y_2 dz$$

erster Gattung (überall endliche) linear unabhängige[1]).

Die Sätze (1, 2) vereinfachen sich noch, wenn man einen der singulären Punkte z. B. e_3 im Unendlichen annimmt.

[1]) Als diese Arbeit schon geendet war, bemerkte ich, dass H. Hirsch im 54 B. der Mathem Anm. für die algemeine Differentialgleichung die Anzahl der überall endlichen Integrale gefunden hat. Dieses Resultat für die sich selbst adjungirten Diffgl. war mir schon früher bekannt und ich hoffe bald darauf zurück zukommen. Ich bemerke nur dass H. Hirsch volständige Reduction nicht durchführt.

Dann ist:

$$A_2 = (z - e_1)^2 (z - e_2)^2, \quad A_0 = c_0 + c_1 z + c_2 z^2$$

$$I_1 = Z = \int z y \, dz$$

und die Gleichungen (A) reducieren sich auf:

$$c_o j + c_1 Z + c_2 I_2 = - A_2 y'$$

$$d_o j + d_1 Z + d_2 I_2 + d_3 I_3 = A_2 (y - z y')$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

woraus folgt:

Die integrale $I_\nu = \int z^\nu y \, dz$ lassen sich durch rationale (ganze) Function $G(z, y, y')$ und durch die Summe der Integrale j, Z mit constanten Coefficienten darstellen.

Die Integrale $J_\nu = \int \frac{y}{(z - a)_\nu} dz$ lassen sich durch rationale Functionen $R(z, y, y')$ und durch die Summe der Integrale z, J_1 J_2 mit constanten Coefficienten darstellen.

---

11. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Le Secrétaire dépose sur le bureau les dernières publications de la Classe:

T. Browicz. „Budowa przewodów żółciowych międzykomórkowych i ich stosunek do naczyń krwionośnych włoskowatych“ *(La structure des conduits biliaires intercellulaires et leur rapport avec les vaisseaux sanguins capillaires).— (Bau der intercellulären Gallengänge und ihr Verhältnis zu den Blutcapillaren).*

L. Bruner. „Studya dynamiczne nad bromowaniem ciał aromatycznych“ *(Etudes dynamiques sur la bromuration des corps de la série aromatique). — (Dynamische Untersuchungen über die Bromierung aromatischer Körper).*

Wł. Kulczyński. „Arachnoidea in colonia Erythraea a Dre K. M. Levander collecta“. (Accedunt tabulae duae).

Wł. Satke. „Kierunek, droga i szybkość wiatru w Krakowie“ *(La direction le chemin et la vitesse du vent à Cracovie). — (Die Richtung, der Weg und die Geschwindigkeit des Windes in Krakau).*

St. Tołłoczko. „Studya doświadczalne nad kryoskopijnemi własnościami nieorganicznych rozczynników“ *(Etudes expérimentales sur les propriétés cryoscopi*

ques des dissolvants anorganiques). — (Kryoskopische Untersuchungen in anorganischen Lösungsmitteln).

K. Żorawski. „O pewnem zagadnieniu z teoryi podobnego odwzorowania powierzchni“ *(Sur une problème de la représentation conforme). — (Ueber ein Problem der Theorie der conformen Abbildung von Flächen).*

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem.-przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.

Kraków, 1901. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

5 Marca 1901.

PUBLICATIONS DE L'ACADEMIE
1873—1900

Librairie de la Société anonyme polonaise
(Spółka wydawnicza polska)
à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« *(Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires)*, in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« *(Classe de philologie. Séances et travaux)*, in 8-vo, volumes II—XXXI (vol. I épuisé). — 238 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« *(Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux)*, in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XL, (vol. I. II. XIV épuisés, 61 pl.) — 256 k.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *(Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne)*, in 4-to, vol. I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). — 77 k.

»Sprawozdania komisyi językowej.« *(Comptes rendus de la Commission de linguistique)*, in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *(Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne)*, in 8 vo, 10 vol. — 57 k.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 4 k. Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski. 6 k. Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 3 c. — Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *(Bibliothèque des auteurs polonais du XVI et XVII siècle)*, in 8-vo, 38 livr. 46 k. 40 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed Piekosiński. 20 k. — Vol. II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A. Sokołowski et J. Szujski; A. Lewicki. 32 k. Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. — Vol. IV, Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. — Vol. V, VII, Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński 20 k. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed. Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 10 k. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408—1530) ed. B. Ulanowski. 10 k. — Vol. XV, Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol. II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski 6 k. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński: 6 k. — Vol VII, X, XIV, XVII Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 14 k. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokolowski 4 k. — Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed. V. Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 156 k.

Vol. I, Andr. Żebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546—1553. 10 k. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674, ed. Kluczycki. 20 k. —

Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (e. archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674—1683 ed. Waliszewski. 30 k. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler. 30 k. — Vol. VI, Acta Regis Ioannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 10 k. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507 1795 ed. Piekosiński. 40 k. Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 10 c. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 6 k.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III—VI. — 102 k.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I, in 8-vo. — 15 k.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *(Anciens monuments du droit polonais)* in 4-to, vol. II—X. — 72 k.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 12 k. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 6 k. Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 6 k. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507—1531 ed. Bobrzyński. 6 k. – Vol. VII, Acta expedition. bellic. ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 12 k. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ulanowski. 16 k. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405—1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 6 k. — Vol. X, p. 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 2 k.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 8 k.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *(Mémoires)*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches, vol. I épuisé). — 170 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« *(Séances et travaux)*, in 8-vo, 33 vol. (241 planches). — 273 k.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *(Comptes rendus de la Commission de physiographie)*, in 8-vo, 29 volumes (III VI — XXXIII, 59 planches, vol. I. II. IV V épuisés). — 234 k. 50 h.

»Atlas geologiczny Galicyi.« *(Atlas géologique de la Galicie)*, in fol., 7 livraisons (35 planches) (à suivre). — 58 k.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *(Comptes rendus de la Commission d'anthropologie)*, in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 125 k.

»Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« *(Matériaux anthropologiques, archéologiques et ethnographiques)*, in 8-vo, vol. I—III, (25 planches, 10 cartes et 60 gravures). — 20 k.

Świętek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« *(Les populations riveraines de la Raba en Galicie)*, in 8-vo, 1894. — 8 k. Górski K., »Historya piechoty polskiej« *(Histoire de l'infanterie polonaise)*, in 8-vo, 1893. — 5 k. 20 h. »Historya jazdy polskiej« *(Histoire de la cavalerie polonaise)*, in 8-vo, 1894. — 7 k. Balzer O., »Genealogia Piastów.« *(Généalogie des Piasts)*, in 4-to, 1896. — 20 k. Finkel L., »Bibliografia historyi polskiej.« *(Bibliographie de l'histoire de Pologne)* in 8-vo, vol. I et II p. 1—2, 1891—6. — 15 k. 60 h. Dickstein S., »Hoëne Wroński, jego życie i dzieła.« *(Hoëne Wroński, sa vie et ses oeuvres)*, lex. 8-vo, 1896. — 8 k. Federowski M., »Lud białoruski.« *(L'Ethnographie de la Russie Blanche)*, in 8-vo. 1897. — 7. k.

»Rocznik Akademii.« *(Annuaire de l'Académie)*, in 16-o, 1874—1898 25 vol. (1873 épuisé) — 30 k.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« *(Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888)*, 8-vo, 1889. — 4 k.

N^R 3. 12,229. 1901.

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
DE CRACOVIE

CLASSE DES SCIENCES MATHEMATIQUES ET NATURELLES

MARS

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1901.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ÉTÉ FONDÉE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE:

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR: S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est le polonais; c'est dans cette langue que paraissent ses publications.

Le Bulletin international paraît tous les mois, à l'exception des mois de vacances (août, septembre) Il est publié en deux séries, dont la première est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie, et la seconde aux travaux de la Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles. Chaque série contient les procès-verbaux des séances ainsi que les résumés des mémoires et les communications présentés à l'Académie.

Le prix de l'abonnement est 6 k. = 8 fr.

Séparément les livraisons se vendent à 80 h. = 90 centimes.

Nakładem Akademii Umiejętności

pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem.-przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.

Kraków, 1901. — Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

JUN 24 1901

BULLETIN INTERNATIONAL

DE L'ACADEMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.

III. CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

Nº 3. Mars 1901.

Sommaire: 12. H. HOYER. Sur la structure du tégument d'Hippocampe
13. E GODLEWSKI (jun.). Etude du développement des faisceaux musculaires striés. (Note prélimin).
14. J. SIEMIRADZKI. Sur la faune des argiles plastiques de l'oolithe inférieure du Royaume de Pologne.
15. J, SIEMIRADZKI. Sur l'âge des calcaires rocheux dans la région Cracovie-Wieluń.
16. L. MARCHLEWSKI et J. SOSNOWSKI. Synthèse d'un nouveau système anulaire quadruple, Cumarophènasine et ses dérivés.
17. L. NATANSON. Sur la double réfraction accidentelle dans les liquides.
18. S. ZAREMBA. Sur la théorie de l'équation de Laplace et les méthodes de Neumann et de Robin.
19. F. KRZYSZTAŁOWICZ Les caractères histologiques des syphilides en comparaison avec des dermatoses cliniquement semblables.
20. H. HOYER. Sur la continuité des fibrilles contractiles dans les cellules musculaires du coeur.
21. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Séance du lundi 4. Mars 1901

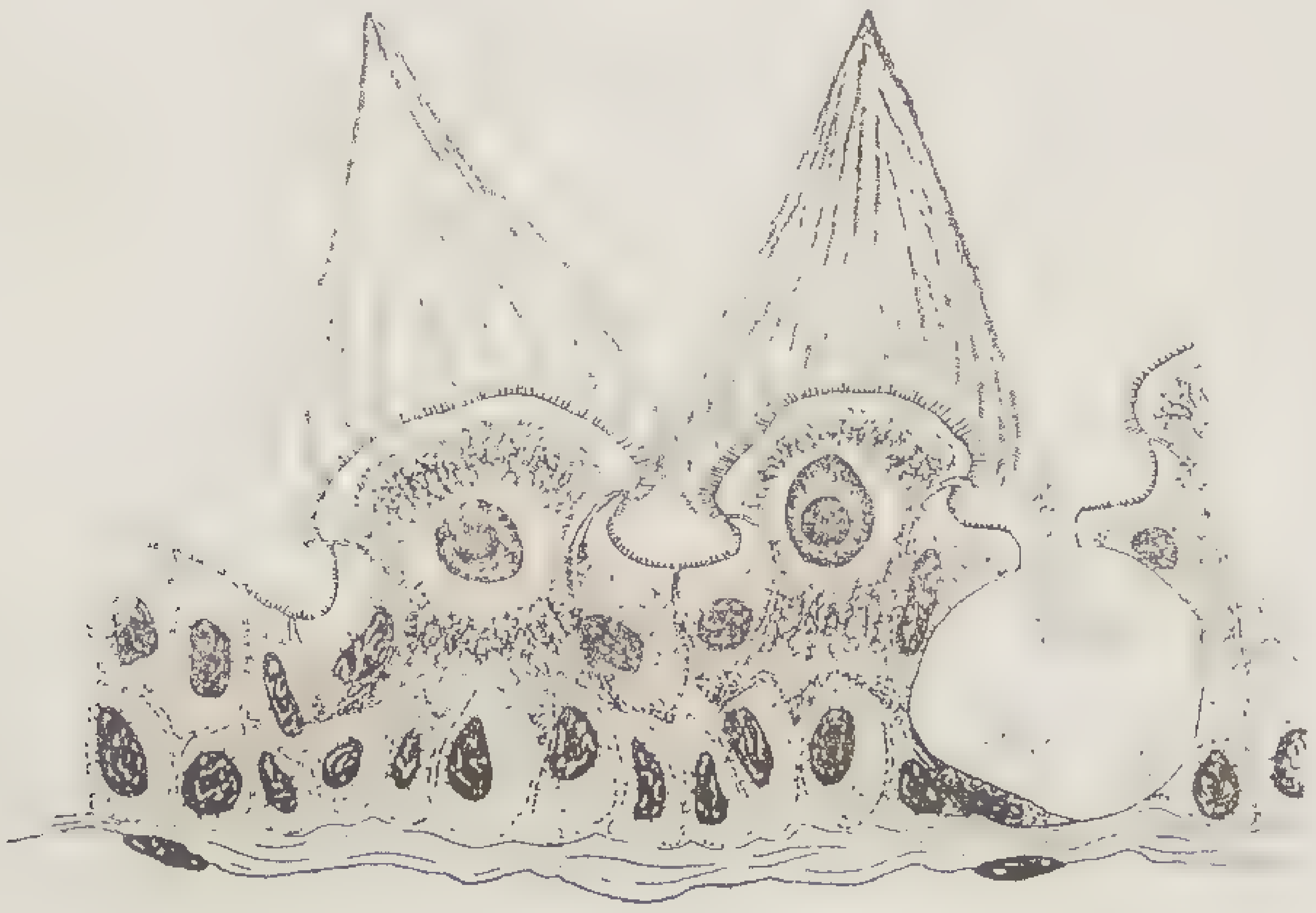
PRÉSIDENCE DE M. E. GODLEWSKI.

12. M. A. Wierzejski présente le travail de M. H. HOYER: **O budowie skóry pławikonika. (Hippocampus).** *(Ueber den Bau des Integuments von Hippocampus). (Sur la structure du tégument d'Hippocampe).*

Die beiden Schichten des Integuments, die Cutis und Epidermis, haben folgenden Bau. Die Cutis besteht in ihren tiefen Schichten aus longitudinal und in Lamellen angeordneten Bindegewebsfasern, in den oberflächlichen Theilen durchflechten sich die Fasern und verlaufen longitudinal, transversal und radial. Gegen das Epithel wird die Cutis von einer gleichmässigen bindegewebigen Grenzlamelle abgeschlossen. Inmitten der Cutis liegen die die Schuppen ersetzenden Knochenschilder. Unter der Grenzlamelle befindet sich eine Schicht von Chromatophoren mit dunkelbraunem Pigment. An den schon makroskopisch in der Haut von Hippocampus guttulatus sichtbaren weissen Punkten, fehlen die braunen Pigmentzellen, oder

dieselben werden durch Chromatophoren mit weissen Körnchen ersetzt.

Die Epidermis besteht aus 2—4 Schichten von Epithelzellen, welche mit einander mittelst deutlicher, aber sehr feiner Intercellularbrücken verbunden sind. Die unterste der Grenzmembran aufsitzende Epithellage bietet nichts Aussergewöhnliches dar, dagegen finden sich in den folgenden Schichten höchst auffallende Differenzierungen. Zahlreiche Zellen derselben wandeln sich in einzellige Drüsen um. Dieselben werden durch das in ihrem Protoplasma secernierte Product immer mehr ausgedehnt und dadurch an die Oberfläche der Epidermis gedrängt. Schliesslich treten die Epithelzellen der obersten Lage unter dem Einflusse des Druckes auseinander, und das Secret entleert sich nach aussen (siehe Fig.). Nach den mikrochemischen Reactionen zu urtheilen ist das Product kein Mucin. Verfasser hält es vielmehr für eine zum Schutze dienende giftige Substanz.



Durchschnitt durch die Epidermis von Hippocampus guttulatus Cuv. Zwei Flammenzellen mit ihren cuticularen Kappen, dazwischen Deckzellen. Rechts eine sich entleerende Drüsenzelle

Die interessantesten Verhältnisse bietet die oberflächlichste Lage der Epithelzellen. Dieselben werden zum ersten Male im Jahre 1869 von F. E. Schulze beschrieben, später werden sie, so weit festgestellt werden konnte, nur noch von Schäff 1886 erwähnt. Von anderen Autoren nimmt keiner welche Notiz von der Be-

obachtung Schulze's, die in histologischer und morphologischer Beziehung interessant genug ist, um eingehender gewürdigt zu werden.

Während die oberflächlichste Lage der Epithelzellen bei jungen 7 mm. langen Embryonen ganz glatt ist und nicht die geringste Andeutung eines Cilienbesatzes oder einer Cuticularbildung zeigt, besteht dieselbe bei erwachsenen Thieren aus zweierlei in verschiedener Weise differenzierten Zellen. Die einen stellen die Flammenzellen F. E. Schulze's dar, die anderen zwischen jenen liegenden Zellen nennt Verfasser Deckzellen. Erstere besitzen die Form eines Hutpilzes, ragen über das Niveau der Haut hinaus und sind mit einer verhältnismässig hohen cuticularen Kappe versehen. Da der Zellleib sammt Kappe die Form eines Flammenkegels besitzt, so wurden diese Gebilde von Schulze Flammenzellen genannt.

Der Kopftheil der Flammenzellen, dem die cuticalare Kappe aufsitzt, ist mit deutlichen concentrisch angeordneten Leisten versehen, die von der Seite betrachtet als feine Stäbchen zum Vorschein treten. Die in Entwickelung begriffenen Flammenzellen sind noch schmal, der Rand des Kopftheils ragt noch nicht seitlich über, und die cuticulare Kappe stellt einen ganz minimalen Kegel dar. Verfasser schliesst hieraus, dass beim weiteren Wachsthum der Zelle der überragende Rand des Kopftheils durch Ausstülpung aus dem Innern der Zelle gebildet wird. Durch die Annahme einer derartigen Entwickelung wird die Entstehung der concentrischen Leisten verständlich. Für die Ausstülpung spricht noch ferner die ausserordentlich hohe Lagerung des Kerns und das Verhältnis der Flammenzellen zu den Deckzellen. Letztere bedecken nämlich mit einem Theile ihres Leibes den Stiel der ersteren und endigen an der Unterfläche des Randes vom Kopftheil dort, wo die concentrischen Leisten aufhören. Die Deckzellen sind also beim Wachsthum der Flammenzelle mit emporgezogen worden. Aus der Existenz der concentrischen Leisten lässt sich auch leicht die von Schulze bereits beschriebene Lamellierung des cuticularen Kegels erklären. Letztere Gebilde finden sich unter den Vertebraten lediglich auf dem Hautepithel der Species Hippocampus und stellen nach der Ansicht des Verfassers sammt dem Excret der beschriebenen Drüsenzellen einen Schutzapparat für die Thiere dar, zumal wenn man berücksichtigt, dass die cuticularen Kappen sich von ihrer Unterlage ausserordentlich leicht ablösen. Die Deckzellen zeigen an ihrer Oberfläche eben-

falls einen Besatz von feinen Leisten, jedoch producieren dieselben keine Cuticula. Verfasser sieht darin den Ueberrest der Zellbrücken, mittelst deren die Zellen in den tieferen Lagen sich mit einander verbanden.

---

13. M. K. Kostanecki présente le travail de M. E. GODLEWSKI (jun.): **Początkowe stadya rozwoju tkanki mięsnej.** ***(Ueber die Entwickelung des quergestreiften muskulösen Gewebes).*** (Vorl. Mitth.) *(Etude du développement des faisceaux musculaires striés).* (Note prélimin).

In der vorliegenden vorläufigen Mittheilung will ich einige Resultate meiner im anatomischen Institute in München ausgeführten Arbeit über die Histogenese der quergestreiften Muskelzellen kurz zusammenstellen; die Besprechung der Literaturangaben und die eingehende Beschreibung meiner Untersuchungen, die noch nicht abgeschlossen sind, will ich mir für die ausführliche Abhandlung vorbehalten. Bei der Untersuchung der Entwickelung des muskulösen Theiles des Zwerchfells bei Säugethierembryonen (Meerschweinchen, Kaninchen, Schaf, Maus) habe ich bemerkt, dass die Myoblasten in die bindegewebige Anlage des Diaphragmas hineinwachsen, und die Differenzierung dieser muskelbildenden Zellen in definitive Muskelzellen erst hier, also im Diaphragma, zu Stande kommt. Bezüglich der Entwickelung des muskulösen Theiles des Zwerchfells sei hier nur des Processes der Umwandlung der Myoblasten in quergestreifte Muskelzellen nach meinen bisherigen Untersuchungen in kürze Erwähnung gethan. Kollmann, Kästner, Maurer, Schaffer, Engelmann, M. Heidenhain, Mac Callum, Hoyer, Solger u. a. haben in ihren Arbeiten viele Thatsachen bezüglich der Histogenese der quergestreiften Muskulatur angegeben. In seiner letzten gründlichen Arbeit hat Charles Russel Bardeen[1]) einige wesentliche Umstände bei der Histogenese der Muskelzellen bei Schweinsembryonen hervorgehoben. Trotz der zahlreichen Arbeiten auf diesem Gebiete, wie

[1]) Bardeen: „The development of the musculature of the body wall in the pig, includig its histogenesis and its relations to the Myotomes and the skeletal and nervous apparatus". Contributions to the Science of Medicine, dedicated by his Pupils to William Henry Welch, upon the Twenty-fifth Anniversary of his Doctorate and Volume IX of the Jons Hopkins Hospital Reports.

der von Kollmann, Kaestner, Schaffer, Maurer, Engelmann, Heidenhain, Nicolaides, Mac Callum, Hoyer, Solger schienen mir die ersten Entwickelungsphasen der contractilen Substanz in mancher Hinsicht einer eingehenden Untersuchung bedürftig.

I.

Das Material zu dieser Arbeit verdanke ich der Güte des Herrn Privatdocenten Dr. Ludwig Neymayer, dem ich hiefür und überhaupt für das rege Interesse, das er meiner Arbeit entgegenbrachte, meinen verbindlichen Dank ausspreche.

Die Methodik der Untersuchung war die folgende: Die Embryonen wurden theils in van Gehuchten-Carnoy's Flüssigkeit, theils in Sublimat-Eisessig fixiert. Die ganzen Embryonen wurden in Paraffin (52^0 Schmelzpunkt) eingebettet und in continuirliche Serien von 10 μ und in manchen Fällen von 5 μ Dicke zerlegt, mit Wasser angeklebt und auf dem Objectträger gefärbt. Zum Färben bediente ich mich vorwiegend des M. Heidenhain'schen Eisen-Hämatoxylin-Verfahrens. Das Protoplasma wurde mit Eosin oder Bordeaux R. nachgefärbt; manche Schnitte wurden auch mit Hämalaun-Eosin oder Vanadium-Hämatoxylin (nach Cohn) gefärbt. Das Heidenhain'sche Eisen-Hämatoxylin-Verfahren hat nach meiner Ansicht bei derartigen Untersuchungen den grossen Vortheil, dass es die ersten Anlagen der Fibrillen und die Differenzierungsprocesse in der feineren Structur derselben ausgezeichnet ersichtlich macht.

Dabei hat es sich gezeigt, dass bei der Heidenhain'schen Färbung, verbunden mit Nachfärbung des Protoplasmas (mit Eosin oder Bordeaux R), die Nerven in ihrem Verlauf sehr präcis und schön zur Darstellung gebracht werden können. Ich werde darauf in der ausführlichen Mittheilung eingehender zurückkommen.

Für das Stadium der Metamorphose der Myoblasten in definitive Muskelzellen ist die genaue Kenntnis der feineren Structur der muskelbildenden Zellen von grösster Wichtigkeit.

Diejenigen Zellen, welche als Myoblasten in die bindegewebige Zwerchfellsanlage hineinwachsen, zeichnen sich durch längliche, manchmal ovale oft auch elliptische Gestalt ihres Zellleibes aus. Es sind fast ausschliesslich einkernige Zellen, oft mit langen protoplasmatischen Ausläufern (Fig. 1). Der Kern ist bläschen-

förmig, oft länglich oval; das Chromatin ist in einer dünnen Schicht an der Kernperipherie ausgebreitet, und im Inneren desselben sind kleine Chromatinbrocken zerstreut.

An einem günstigen Durchschnitt der Zelle ist oft ein oder mehrere Kernkörperchen zu sehen. Im Protoplasma der muskelbildenden Zellen, welches den Kern umgiebt, finden sich gewöhnlich in grosser Menge rundliche Körnchen von verschiedener Grösse, die sich mit der Heidenhain'schen Färbung deutlich veranschaulichen lassen. Oft finden sich Zellen, deren Inneres dicht mit solchen Körnchen vollgestopft ist. Sehr präcis ist das bei denjenigen Zellen zu sehen, deren Kerne in Mitose begriffen sind (Fig. 2). Dass die Körnchen im Stadium der Kerntheilung so deutlich hervortreten, ist auch dadurch zu erklären, dass im Inneren der achromatischen Figur sich nur flüssiges, durch helleres Aussehen ausgezeichnetes Protoplasma ansammelt. Alle Körnchen rücken infolge dessen peripherwärts, so dass die mitotische Figur von grobkörniger Protoplasmamasse umgeben ist. Dieses körnige Aussehen ermöglicht die Unterscheidung der Myoblasten von den anderen Zellen. Die scheinbare Zunahme der Quantität der Körnchen hat schon Bardeen in den Myoblasten in der Phase der mitotischen Theilung beobachtet. Auch hat er dieses Kennzeichen in den Fällen benutzt, wo die Diagnose zwischen den Myoblasten und den bindegewebigen Zellen zweifelhaft war: „When untergoing mitotic division, howewer, the myoblasts are larger and contain more deeply staining granules then the dividing connective tissue cells".

Die Umwadlungsperiode der Myoblasten in definive Muskelzellen wird nun durch die Verlängerung der Myoblasten eingeleitet. Die muskelbildenden Zellen nehmen jetzt spindelförmige Gestalt an, der Kern verlängert sich ebenfalls, so dass die Längsachsen des Kernes und des Zellleibes zusammenfallen.

In dieser Zeit leitet sich auch eine Differenzierung in der feinen inneren Structur des Protoplasmas ein.

Die oben erwähnten Körnchen, welche zuerst zerstreut den ganzen Zellleib anfüllten, ordnen sich nun (Fig. 3 a rechts und b links) zu Reihen an. Im inneren centralen Theil des Protoplasmas des Myoblasten bilden sich Körnchenreihen, die nach Art von Perlschnüren angeordnet erscheinen. Durch das Hämalaun-

Eosin-Verfahren lassen sich diese Körnchen in Reihen angeordnet ebenfalls veranschaulichen.

Diese Körnchenreihen rücken alsdann mehr peripherwärts, und die Zahl der Körnchen vergrössert sich in jeder Kette bedeutend, so dass die Körnchen dicht bei einander zu liegen kommen. Im nächsten Stadium sind schon die einzelnen Körnchen nicht mehr sichtbar, sie verschmelzen zu continuirlichen feinen Fädchen (Fig. 4), welche jedoch für sich isoliert im Zellleibe wahrnehmbar sind. Die Fädchen färben sich wie die Körnchen bei Anwendung der Heidenhain'schen Methode intensiv und erscheinen dunkelblau oder schwarz in roth durch Eosin tingiertem Protoplasma. Wenn man jedoch die Farbe sehr stark extrahiert und das Protoplasma intensiv mit Eosin nachfärbt, so gewinnt man den Eindruck, als ob plasmatische Fädchen (roth gefärbt) vorlägen. Bei derartiger Behandlung können in den Myoblasten die Körnchen im Protoplasma roth gefärbt werden. Wir sehen also, dass auch die Färbungsreaction den genetischen Zusammenhang zwischen den Fädchen und Körnchen bestätigt.

Was die Zahl solcher primitivsten Fasern anbetrifft, so fällt es auf, dass man oft einige solcher Fädchen auf einmal in einem Myoblasten entstehen sehen kann (Fig. 4). Mehr als drei oder vier habe ich jedoch bei den von mir untersuchten Embryonen in einem Zellleibe nicht bemerkt. Mit dem Erscheinen der primitivsten Fasern kann man gleichzeitig eine quantitative Abnahme der Körnchen im Protoplasma der Myoblasten feststellen, so dass nach Ausbildung der Fädchen das Protoplasma mehr homogen aussieht. In späteren Stadien, in welchen sich der Leib der muskelbildenden Zellen noch mehr in die Länge streckt und eine schmale spindelförmige Gestalt annimmt, sieht man nun das Auftreten von Mitosen in den Myoblasten. Die einkernigen Zellen werden oft zu vielkernigen, und die Kerne lagern sich im centralen Theile des Zellleibes.

Die oben beschriebenen primitivsten, nicht segmentierten Fibrillen erfahren zu dieser Zeit eine weitere Differencierung ihrer feinsten Structur. In einer jeden solchen Fibrille differencieren sich zwei Arten einer Substanz, welche bei Heidenhain'scher Färbung präcis veranschaulicht werden können. Man gewinnt nämlich den Eindruck, als ob durch quere Segmentierung der ursprünglich einheitlichen, continuirlichen primitivsten Fibrille, die einzelnen

Segmente sich ausbilden, welche in Reihen gruppiert hinter einander liegen. Wenn jedoch durch intensive Nachfärbung das Protoplasma gut tingiert wurde, so sieht man (Fig. 5—7) die einzelnen Segmente durch ein protoplasmatisches schmales Band mit einander verbunden.

Wir sehen dann die einzelnen mittels der Eisenalaun-Hämatoxylin-Methode dunkelblau gefärbten Segmente wie eingebettet in einem rothen Bande liegen.

In dieser queren Segmentierung der Fibrillen in zwei tinktoriell verschiedene Substanzen muss die erste Anlage der Querstreifung gesehen werden. Solche quergestreiften Fibrillen in den muskelbildenden Zellen hat Bardeen[1]) in seiner Fig. 34 d abgebildet. Etwas spätere Stadien sind von ihm in seinen Figuren 37 und 38 dargestellt.

Er äussert sich darüber folgendermassen: »Occasionaly fibril bundles with cross striations are seen in these cells". An dieser Stelle sei auf eine interessante Analogie dieser primitivsten quergestreiften Muskelfibrillen mit den „mitotischen Zugfasern" hingewiesen, die Eisen[2]) in jüngster Zeit bei der Spermatogenese von Batrachoceps in folgender Weise beschreibt: „These fibers show from the beginning a different structure from any of the other classes of fibers being from their first appearens beaded (Figs 41—55). Each fiber is composed of a thin outer sheath which is too small to allow of its structure being perseived. Inside of this sheath the protoplasm of the fiber is distinctly beaded in a manner that greathy reminds us of the cytoplasmic arrangement of the muscle fiber". Die Analogie in den eben erst angelegten Fibrillen der Muskelzellen, in denen schon die Querstreifung vorhanden ist, illustriert am besten der Vergleich meiner Figg. 5, 6, 11 und 12 mit den Abbildungen 110—113 und 115—116 von Eisen.

In den weiteren Stadien vermehrt sich die Zahl der primitivsten Fibrillen. Was diesen Process der Vemehrung der Fibrillen anbelangt, so sprechen meine Beobachtungen dafür, dass die Fibrillen sich durch Längsspaltung und zwar immer aus drei oder vier ursprünglich angelegten (Fig. 4) Stammfibrillen vermehren.

[1]) l. c.

[2]) Journal of Morphology Vol. XVII. Nr. 1. 1900.

Die Fibrillen, die man im Leibe einer muskelbildenden Zelle antrifft, stehen in ihrer ganzen Ausdehnung immer in demselben Entwickelungsstadium: es sind z. B. neben einer schon segmentierten Fibrille nie die Anlagen zur Ausbildung von neuen Fibrillen (Körnchen in Reihen) wahrzunehmen. Die Vermuthung von M. Heidenhain[1]): „dass die Fibrillen durch Spaltung sich vermehren« — ist meiner Ansicht nach höchst wahrscheinlich. Man kann nämlich in älteren Zellen vielfach Fibrillen sehen. die sich in ihrem Verlauf dichotom gabeln. Von der Gebelungsstelle ab erscheinen die zwei Fibrillen bedeutend schmäler als die Stammfibrille.

Die Dicke der Fibrillen in einem Myoblasten kann sehr verschieden sein; ich bringe diese Erscheinung in Zusammenhang mit der Art ihrer Vermehrung: in der Vermehrungsperiode wachsen die Fibrillen in die Dicke, sie liegen oft neben anderen schmalen, die wahrscheinlich unmittelbar aus Längsspaltung hervorgegangen sind (Fig. 7). Die Fibrillen nehmen schliesslich immer mehr Raum im Zellleibe ein. Ihre Lage in der Zelle ist vorwiegend peripher (Fig. 6); hat ihre Zahl schon bedeutend zugenommen. so liegen sie dicht bei einander (Fig. 7) während in dem medialen. hellen. plasmatischen Raum („Hohlraum“, die durch wiederholte Theilung sich vermehrenden Kerne liegen (Fig. 6. 7).

In den Myoblasten und den jungen Muskelzellen habe ich bis jetzt nur indirecte Kerntheilung beobachten können. Es ist mir jedoch bekannt und ich[2]) habe a. a. O. darüber näher berichtet, dass in späteren Stadien der histogenetischen Processe auch die Amitose vorkommt.

Dieses eben geschilderte Stadium in der Entwickelung der Muskelzellen beschreibt Bardeen ähnlich: „Bands of fibrils in which cross striation is marked are more frequently met with. These bundles of striated fibrils lie usually near the periphery of the cell“.

Ueber die weiteren Entwicklungsvorgänge der Muskelzellen, die Ausbildung der Muskelfasern die Verlagerung der Kerne vom centralen in den peripheren Theil der Fasern. ferner das Verhältnis der Amitose zur Mitose bei dem Wachsthum der Muskelele-

[1]) Anat. Anz. Bd. 16.

[2]) Bull. Acad. des Sc. Cracovie April 1900.

mente etc. werde ich in der ausführlichen Mittheilung eingehender berichten.

II.

Nachdem eine Übersicht über die Histogenese der Skeletmuskulatur gewonnen war, lag es nahe auch die Entwickelung des Herzmuskels verschiedener Säugethiere zum Vergleiche heranzuziehen Hiezu diente dasselbe Material: Embryonen von Kaninchen, Mäusen, Meerschweinchen und Schafen. Bis jetzt habe ich Gelegenheit gehabt jüngste Stadien zu untersuchen, wo sich in der Herzwand die sternförmigen Zellen mit langen Ausläufern befinden.

Die Zellen liegen ziemlich weit von einander entfernt, manche von ihnen stehen selbst in den dünnsten Schnitten (5 μ Dicke) mit einander durch lange, sehr feine Ausläufer in Zusammenhang. Die Zellen, die sonst in jeder Hinsicht den Bindegewebszellen gleichen unterscheiden sich von diesen Elementen durch die Anhäufung von feinem körnchenartigen Protoplasma. Die Mehrzahl dieser Körnchen ist jedoch bedeutend kleiner als ich es bei Myoblasten des Diaphragmas beschrieben habe. Das ist auch die Ursache, weshalb der Farbstoff sich bei dem M. Heidenhain'schen Eisen-Hämatoxylin-Verfahren aus ihnen leicht extrahieren lässt und die Körnchen danach mit Eosin roth gefärbt bleiben (Fig. 8). Im Laufe der Entwickelung vermehren sich diese Zellen sehr stark und kommen dadurch näher an einander zu liegen (Fig. 9); sie anastomosieren durch Auslaüfer mit einander und können so als ein einheitlicher Zellenverband, eine Art von „Syncytium“ betrachtet werden. Ob ein wirkliches „Syncytium durch vollständige Verschmelzung der Zellen (Fig. 10—13) vorliegt, oder ob durch specifische Färbungsmethoden sich noch Zellgrenzen nachweisen lassen, das sind Fragen, die ich zur Zeit noch nicht entscheiden kann. Auf Grund meiner bis jetzt hergestellten Präparate scheint mir ersteres wahrscheinlicher zu sein. Dieselbe Behauptung hat schon Weisman auf Grund der histogenetischen Untersuchungen der Vögel. Amphibien und Saügethierembryonen ausgesprochen.

Ich möchte hier zum Vergleich auf eine Abbildung (Fig. 13) Heidenhain's verweisen, der in der Abhandlung: „Ueber das wahre Wesen der faserförmigen Differenzirung“ [1]) einen Tangen-

[1]) Anat. Anz. Bd. 16. 1899.

tialschnitt durch die Herzwand eines 3 tägigen Entenembryos abbildet: Dort sind auch keine Zellgrenzen angedeutet. Ein analoger Vorgang wie bei der Verschmelzung der Herzzellen bei den Säugethieren scheint sich auch bei der Entwickelung der Muskulatur von Evertebraten abzuspielen. So äussert sich Pedaschenko[1] bei der Schilderung der Embryonalentwickelung von Lernea branchialis folgendermassen: „Die Quermuskeln erscheinen im ersten Momente ihrer Bildung als regelrechte Querreihen vollständig isolierten Zellen (Fig. 110). Auf späteren Stadien bestehen sie aus Strängen, welche durch Verschmelzung dieser Zellen enstanden sind (Fig. 151)".

Die Entwickelung der Myoblastfibrillen des Herzens verläuft analog derjenigen der Skeletmuskeln, wie sie oben für die Zwerchfellmuskulatur beschrieben wurde. In dem Protoplasma noch weit von einander entfernter Herzzellen, sowie auch in späteren Stadien, wenn die Herzmyoblasten zu einer einheitlichen Plasmamasse sich vereinigt haben, sieht man die plasmatischen Körnchen sich reihenweise anordnen und die primitivsten Fibrillen bilden (Fig. 9, 10). In früheren Stadien liegen dieselben im Inneren des Protoplasmas und rücken dann, wenn die Verschmelzung der Myoblasten sich einleitet, mehr und mehr an die Oberfläche der Zellen. Die verschiedenen Lagebeziehungen der Fibrillen zum Zellleib treten besonders deutlich an Querschitten hervor, wo die Fibrillen ebenfalls quer oder schief angeschnitten sind.

Die Entwickelung der Fibrillen lässt sich aber auch noch in älteren Stadien verfolgen, so die ersten Entwickelungsphasen derselben in Form feinster Fäserchen noch zu einer Zeit, wenn die Herzzellen bereits dicht aneinander gedrängt liegen und eine einheitliche Plasmamasse zu bilden scheinen. Da zeigt es sich nun, dass die Fibrillen verschiedensten Calibers vollkommen unabhängig von den einzelnen Zellterritorien von Zelle zu Zelle verlaufen, ohne dass dieselben die geringste Spur einer Unterbrechung erkennen lassen.

[1] D. D. Pedaschenko: „Embryonalentwickelung und Metamorphose von Lernaea branchialis L.". Travaux de la Société Impériale des Naturalistes de St. Petersburg. Vol. XXVI Livr. 4. 1898.

Diese Fibrillen sind ursprünglich sehr fein und kurz (Fig. 9), nehmen jedoch mit fortschreitender Entwickelung an Länge zu und wachsen in die Dicke (Fig. 10). Diese feinen primitivsten neu aus den kleinen Körnchen ausgebildeten Fibrillen entfärben sich leicht bei längerem Differencieren (Eisenalaun) und bleiben nur mit plasmatischem Farbstoff tingiert. Daneben liegen jedoch oft gröbere Fibrillen, die mit Eisenhämatoxylin intensiv gefärbt sind. Diese Art von Fibrillen ist auch bedeutend länger. In Bezug auf die Richtung im Verlauf der Fibrillen kann man auf den ersten Blick eine grosse Unregelmässigkeit bemerken (Fig. 9—11). Manchmal sieht man sie gerade gestreckt verlaufen, sehr oft aber, besonders in den späteren Entwickelungsphasen, wo ihre Länge schon beträchtlicher ist, ziehen sie in Krümmungen und Schleifen an den Kernen vorüber, oder von einer Ebene in die andere. Oft kommen Kreuzungen der Fibrillen vor und es entsteht dadurch ein Fibrillengitter in der plasmatischen Masse.

Nachdem die Fibrillen ausgiebige Vergrösserung in die Dicke und Länge erfahren haben, beginnt die Differencierung ihrer inneren Structur (Fig. 11), ein Vorgang, der sich mit der M. Heidenhain'schen Färbung veranschaulichen lässt. Man gewinnt auch hier, wie in den Skeletmuskeln den Eindruck, als ob durch quere Segmentierung eine Anzahl von kleinen kurzen Segmenten sich bilde, welche in einer Reihe hinter einander liegen. Diese dunkel blau gefärbten Segmente sind auch in den Herzmuskelfibrillen durch ein deutliches, feines, roth tingiertes Band mit einander verknüpft.

Die Fig. 11, wo die Fibrillen in dieser Entwickelungsphase in der plasmatischen Masse abgebildet sind, illustriert deutlich diese Thatsache. Diese Segmente sind ursprüglich dünn und kurz. In Fig. 12, welche ein etwas späteres Stadium darstellt, sieht man wie sie in weiter fortgeschrittenem Wachsthum an Dicke und Länge zugenommen haben.

Bei der Beschreibung des Differenzierungsvorganges in den Fibrillen der Skeletmuskeln habe ich hervorgehoben, dass die in einem Zellleibe bei einander liegenden Fibrillen genau auf derselben Entwickelungsstufe stehen. So lange sich die Fibrillen in den weit von einander liegenden Herzzellen befinden, kann man dieselbe Thatsache auch im Herzmuskel constatieren. Nachdem jedoch die Fibrillen in späteren Entwickelungsphasen in das aus der Ver-

einigung der Herzzellen entstandene „Zellensyncytium“ eingebettet liegen, trifft man dieselben von verschiedenem Caliber und auf verschieden vorgerückten Entwickelungsstadien; eine Thatsache, auf die auch Heidenhain hingewiesen hat.

Einen Umstand will ich hier noch bei der Schilderung des Differenzierungsprocesses im Herzmuskel hervorheben: diese Segmentierung scheint nämlich gleichzeitig in jeder Fibrille der ganzen Länge nach zu Stande zu kommen. Beim Durchmustern meiner Präparate habe ich nie Gelegenheit gehabt eine Fibrille zu finden, die nur theilweise segmentiert, oder mit andern Worten, nur eine bestimmte Strecke weit gleichmässig tingiert gewesen wäre.

Die Differenzierung der Fibrillen, die Bildung der hintereinander liegenden dunkelblau tingierten Segmente, welche durch die roth gefärbte Substanz vereinigt sind, bildet die Anlage der Querstreifung im Muskelgewebe.

Im weiteren Fortgang der Entwickelung nimmt man die Fibrillen in immer grösserer Anzahl wahr (Fig. 12, 13). Auch im Herzen erfolgt die Vermehrung derselben durch Längsspaltung, wie das auch M. Heidenhain vermuthet, welcher die neuen Fibrillen durch Längsspaltung der ursprünglich angelegten primitivsten Fibrillen entstehen lässt. Meine Praeparate können diese Vermuthung nur stützen. Ich habe oft Gelegenheit gehabt in Herzmuskelzellen verhältnismässig dicke Fibrillen zu sehen, welche sich an einem Ende gabelten. Durch Verschieben des Winkels, welcher zwischen zwei neuen Fibrillen aufgetreten ist, kann die Spaltung der Fibrille in zwei schmälere Tochterfibrillen sich vollziehen. Welche Momente diesen Spaltungsprocess bewirken, wodurch die Fibrillentheilung hervorgerufen wird ob endlich diese Vorgänge sich mit der hypothetischen Spaltung der Strahlung während der Mitose (von Kostanecki, Rabl) analogisieren lassen — darauf will ich an dieser Stelle nicht eingehen.

Die Fibrillen legen sich später in dicken Bündeln parallel nebeneinander (Fig. 13). Zwischen den einzelnen Bündeln stecken die Kerne, deren Grösse sehr verschieden ist. Die Mitosen sind sehr oft zu treffen. Solger[1]) hat zuerst berichtet, dass die Kerne im Herzmuskelgewebe (Schwein) durch mitotische und amitotische

[1]) Münchener Medicinische Wochenschrift 1891. Nr. 50.

Kerntheilung sich vermehren. Hoyer[1]) hat näher die karyokinetische Kerntheilung „im Myocard von Kälbern, die im ersten Jahre stehen" beobachtet und beschrieben. Hoyer war der erste, der „an den ruhenden Kernen des protoplasmatischen Achsenfadens" ein Centrosoma oder Diplosoma nachgewiesen hat. Danach hat wieder Solger[2]) im Myocard von jungen Schweinen und eines 14-tägigen Kalbes die mitotischen und amitotischen Kerntheilungsweise beschrieben und abgebildet.

In der Histogenese des Herzens bleibt schliesslich noch die Frage offen, ob bei fortschreitender Entwickelung die einzelnen Zellterritorien wieder deutlich nachweisbar werden, das heisst, ob und wann sich die Zellgrenzen mit gewöhnlichen Methoden wieder zur Darstellung bringen lassen.

III.

Ich glaube im Vorhergehenden nachgewiesen zu haben, dass die erste Anlage der Querstreifung auf eine Menge von kleinen plasmatischen Körnchen zurückzuführen ist. Die Körnchen bilden durch ihre regelmässige reihenartige Aneinanderlagerung sehr feine primitivste Fibrillen. Durch Wachsthum, Verdichtung und Differenzierung der inneren Structur der Fibrillen, in welchen sich zwei Substanzarten unterscheiden lassen (blau gefärbte Segmente in roth tingierten Plasmabändern), entsteht die Querstreifung der Fibrillen. Im Herzen sind sie von Zellterritorien absolut unabhängig. Die Vermehrung der Fibrillen kommt am wahrscheinlichsten durch die Längsspaltung der ursprünglich angelegten zu Stande (M. Heidenhain).

Der Histogenese des Herzens hat Mac Callum[3]) einige Bemerkungen gewidmet. Nach seinen Beobachtungen ist die Entstehung der quergestreiften Substanz im Herzen auf ein Netzwerk im Protoplasma der embryonalen Zellen zurückzuführen, welche fünf

[1]) Bulletin international de l'Academie des Sciences de Cracovie Novemb. 1899.

[2]) Anatom. Anzeig. Bd. XVIII. S. 116. 1900.

[3]) Anatom. Anz. Bd. 13.

Entwickelungsstadien durchmachen müssen. In dem ganzen Entwickelungsverlauf stellen sich die Herzzellen dar als:

„1. Cells with a simple irregular network;
2. Cells with a regular network consisting of large sarcoplasmic discs;
3. Cells in which the large sarcoplasmic discs have been broken up with the formation of the small sacroplasmic discs.
4. Cells in which fibril bundles have formed at the junction of the small sarcoplasmic discs with one another;
5. Adult cells“.

Die spätesten Stadien habe ich bis jetzt nicht in meine Untersuchung einbezogen. Was jedoch die ersten Entwickelungsphasen anbetrifft, so habe ich das Netzwerk erst in secundären Stadien gesehen und in den vorhergehenden Bemerkungen darauf hingewiesen. Wahrscheinlich hat Mac Callum als erstes Stadium dasjenige bezeichnet, in welchem durch reihenartige Anordnung der Körnchen die primitivsten Fibrillen sich ausgebildet haben, welche in verschiedenen Richtungen verlaufend wirklich ein Netzwerk im Protoplasma bilden. Meiner Ansicht nach ist jedoch dies Netzwerk als ein secundäres Gebilde zu betrachten.

Wie die Resultate von Bardeen, scheinen auch die von mir erlangten Ergebnisse den Hypothesen, welche von M. Heidenhain aufgestellt wurden, eine Stütze zu verleihen. Die Körnchen, welche in muskelbildenden Zellen wahrnehmbar sind, können als erste Anlagen der conctractilen Substanz betrachtet werden. Das wären die Elemente, welche Engelmann vermuthet, und mit dem Namen „Inotagmen“ belegt hat. M. Heidenhain hat sich dieser Vermuthung angeschlossen und äussert sich folgendermassen: „Wir hätten also im Muskell fibrilläre Längsreihen unsichtbarer Elemente von molecularem Querschnitte, Inotagmenreihen, oder, wenn man will, Molecularfibrillen“.

Auch andere cytologische Arbeiten stehen mit diesen Anschauugen im Einklang. Die oben citirte Abhandlung von Eisen, wo sogar eine andere Färbungsmethode angewandt wurde (Benda'sches Verfahren), spricht auch für die Richtigkeit dieser Hypothese. Es ist, wie erwähnt wurde, Eisen gelungen, in der Structur der contractilen Fasern, die bei der Mitose hervortreten, die reihenartige Anordnung der kleinen Körnchen aufs deutlichste nachzuweisen. Ich glaube in gewissem Sinne in meinen histogenetischen

Untersuchungen einen Beweis für diese Vermuthung gefunden zu haben, ganz abgesehen davon, ob die Körnchen als „Inotagmen" selbst oder Conglomerate derselben anzusehen sind.

Die hauptsächlichen Resultate dieser Arbeit wurden der Academie am 12. Februar mitgetheilt.

Aus dem anatomischen Institut der Universität in München.

Erklärung der Abbildungen auf Tafel.

Sämmtliche Abbildungen waren von Herrn C. Krapf vermittelst des Abbe'schen Zeichenapparates mit Zeiss Comp. Ocul. Nr. 6 (nur Fig. 6 mit Ocular Nr. 4) und Apochrom. Immers. 2 mm. Apert. 1·3 entworfen.

Fig. 1. Schafembryo 13 mm. Carnoy — van Gehuchten's Fixierungflüssigkeit Myoblast mit körnigem Protoplasma.

Fig. 2. Dasselbe Praeparat. Myoblast in einer „Telophase". Die Tochterzellen sind durch Zwischenkörper vereinigt.

Fig. 3. Dasselbe Praeparat. Plasmatische Körnchen ordnen sich reihenweise an. Die perlschnurartige Anordnung ist in a rechts, in b links wahrnehmbar.

Fig 4. Meerschweinchenembryo 10 mm. Fixierung: Sublimat-Eisessig. Myoblast mit continuierlichen unsegmentierten primitivsten Fibrillen.

Fig. 5. Kaninchenembryo 8·5 mm. Fixierung: Carnoy — van Gehuchten's Flüssigkeit. Myoblast mit den differenziersten, segmenterten Fibrillen.

Fig. 6. Derselbe Embryo wie in Fig. 4. Myoblasten mit peripher liegenden, segmentierten Fibrillen. Die Kerne in den „Hohlräumen".

Fig. 7. Derselbe Embryo. Zahlreiche segmentierte Fibrillen.

Fig. 8. Derselbe Embryo wie in Fig. 1. Herzzellen durch feine Ausläufer mit einander verbunden.

Fig. 9. Derselbe Embryo. Verschmelzungsprocess der Herzzellen. Hie und da ordnen sich plasmatische Körnchen reihenweise an.

Fig. 10. Material wie Fig. 5. Continuierliche grösste theils unsegmentierte Fibrillen.

Fig. 11. Derselbe Embryo. Die Fibrillen in der Differenzierungsperiode.

Fig. 12. Kaninchen 10 mm. Carnoy — van Gehuchten's Flüssigkeit. Segmentierte Fibrillen im Herzen.

Fig. 13. Schafembryo wie Fig. 1. Herz. Zahlreiche differenzierte Fibrillen zu Bündeln geordnet.

14. M. F. Kreutz présente une notice de M. SIEMIRADZKI: **O faunie kopalnej tak zwanych iłów Parkinsoniowych w Królestwie Polskiem** (Wiadomość tymczasowa). ***(Sur la faune des argiles plastiques de l'oolithe inférieure du Royaume de Pologne).*** *(Ueber die Fauna der Parkinsoni Thone in Polen).*

L'auteur donne de nouveaux détails paléontoloiques sur la faune des argiles plastiques de l'oolithe inférieure de Pologne, désignées ordinairement comme „argiles à Parkinsonia Parkinsoni". L'auteur y a pu constater la présence de 4 horizons différents, notamment: 1) à la base des argiles noires pyriteuses à Harpoceras Sowerbyi, puis viennent des argiles bleuâtres à sphaerosiderites, contenant à la base 2) des fossiles caractéristiques de la zone à Stephanoceras Humphresianum (Stephanoceras Humphresianum, St subcoronatum Opp, Belemnites giganteus), dans la partie supérieure: 3) une riche faune où prédominent de nombreux individus de Parkinsonia Parkinsoni, 4) le tout est recouvert par une transgression du bathonien inférieur à Oppellia fusca sous la forme d'argiles noires micacées à sphaerosiderites, contenant une faune riche et caractéristique de cet étage. L'étage de l'Oppelia aspidoides est représenté, comme l'avait reconnu déjà Neumayr, à Balin, par la partie inférieure des oolithes ferrugineuses, dites „de Balin" qui, au nord de Częstochowa, sont nettement divisées à Pierzchno en deux horizons — à l'ouest du village, le bathonien à Oppelia aspidoides, à l'est, — l'oolithe ferrugineuse à Macr. macrocephalum et Cosmoceras Jason.

---

15. M. F. Kreutz présente le travail de M. J. SIEMIRADZKI: **O wieku wapieni skalistych w pasmie krakowsko-wieluńskim.** ***(Sur l'âge des calcaires rocheux dans la région Cracovie-Wieluń).*** *(Ueber das Alter der Krakauer Feldsenkalke).*

L'auteur ayant constaté dans un travail antérieur la présence de la zone à Oppelia tenuilobata à Podgórze, près Cracovie, donne de nouveaux détails sur la division des calcaires rocheux du district de Cracovie, appuyé sur l'étude des richissimes collections de feu le prof. Louis Zejszner, nouvellement acquises par le

Musée Dzieduszycki à Léopol. Il résulte de ces collections que les deux étages du calcaire rocheux distingués par F. Roemer et E. Tietze: L'étage inférieur à Perisphinctes Tiziani et Rhynchonella cracoviensis (corallien, Crenularisschichten) et l'étage supérieur à Rhynchonella moravica et Cidaris florigemma (couches de Wangen, epicorallien) sont recouverts par une transgression kiméridienne, qui s'étend vers l'ouest, au delà de Krzeszowice et de Brodła. De nombreux fossiles, entre autres plusieurs échantillons d'Oppelia tenuilobata et de nombreux échantillons de Rhynchonella pinguis, recueillis aux environs de Tenczynek, appuient l'opinion de l'auteur. Le calcaire kiméridien à facies spongieux change vers le nord de caractère, passant graduellement aux assises de facies astartien, reconnues par Roemer sous le nom de couches à Rhynchonella inconstans. Plusieurs échantillons de Haploceras Staszyci, trouvés aux environs de Cracovie, et un individu du Perisphinctes Calisto de Rudno laissent aussi supposer la présence du tithonien inférieur, reconnu plus au Nord, près de Radomsk, sous la forme d'argiles à Perisphinctes virgatus.

---

16. M. L. MARCHLEWSKI et M. J. SOSNOWSKI présente son travail: **Synteza nowego układu czteropierścieniowego, Kumarofenazyn i pochodne.** *(Synthese eines neuen Ringsystems, Cumarophenazin und Derivate). (Synthèse d'un nouveau système anulaire quadruple, Cumarophènasine et des dérivés).*

Durch Condensation von Acetylisatin mit o-Phenylendiamin erhält man, wie Marchlewski und Buraczewski bewiesen haben, o-Acetaminophenylhydroxychinoxalin, welches beim Verseifen mit Leichtigkeit die freie Aminbase liefert. Letztere unterliegt einer interessanten Umwandlung unter dem Einfluss von salpetriger Säure bei Anwesenheit von Alkohol und bei erhöhter Temperatur: es verliert nämlich die Elemente des Ammoniak und liefert einen Körper von der Formel $C_{14}H_{18}N_2O$. Letzterer wird mit dem Namen Cumarophenazin bezeichnet, da er als Azin des inneren Anhydrids der noch unbekannten o-Hydroxybenzoylbenzoësäure betrachtet werden kann. Unter dem Einfluss von siedenden Alkalien liefert Cumarophenazin o-Hydroxyphenylhydroxychinoxalin, welches leicht

sulfoniert werden kann. Es wird die erhaltene Sulfosäure sowie auch ihr Natriumsalz und Baryumsalz näher beschrieben.

o-Aminophenylhydroxymethylchinoxalin verwandelt sich bei analoger Reaction in Methylcumarophenazin um, welches im Gegensatz zum Cumarophenazin, welches gelb ist, weiss erscheint. Mit Alkalien gekocht geht Methylcumarophenazin in o-Hydroxyphenylhydroxymethylchinoxalin über, welches sehr leicht eine Sulfosäure liefert.

Die Cumarophenazine flourescieren in Alkohol gelöst blau, verhalten sich demnach diesbezüglich analog wie die anderen von Friedländer, Kostanecki, v. Pechmann u. a. untersuchten Derivate des Cumarons bezw. des Cumaranons.

---

17. M. L. NATANSON présente son travail: **O podwójnem załamaniu światła w cieczach odkształcanych.** ***(Sur la double réfraction accidentelle dans les liquides).*** *(Ueber die temporäre Doppelbrechung des Lichtes in bewegten reibenden Flüssigkeiten).*

La double réfraction accidentelle, dans une substance transparente, est celle qui se produit par l'effet d'une déformation et qui disparait aussitôt que l'action déformante cesse d'agir. Constatée, dans les corps solides, depuis près d'un siècle elle a été observée en 1873, par M. E. Mach [1], dans les corps plastiques et, presque en même temps, par Clerk-Maxwell [2], dans certains liquides très-visqueux. En 1881, A. Kundt s'attaqua [3] au problème de la double réfraction dans les liquides et lui fit faire des progrès importants. Ce physicien soumettait les liquides qu'il étudiait à des déformations sans cesse renouvelées et par là permanentes; de cette manière il a pu constater la double réfraction (également permanente) dans un nombre assez considérable de liquides. Dans le même mémoire Kundt, partant de certains théorèmes d'Hydrodynamique établis

[1] Optisch-akustische Versuche, Prag 1873.

[2] Proceedings of the Royal Society. Nr. 148. 1873. Scientific Papers, Vol. II, p. 379. 1890.

[3] Wiedemann's Annalen, Bd. XIII, p. 110. 1881.

par Sir G. G. Stokes[1]), a cherché à développer la théorie de la méthode expérimentale qu'il avait adoptée. Le mérite d'avoir exécuté, sur la double réfraction accidentelle dans les liquides, les premières mesures numériques, appartient à M. G. de Metz[2]) qui d'ailleurs a conservé dans ses expériences le principe dont Kundt avait fait usage. La même méthode a servi à M. K. Umlauf[3]), à M. J. E. Almy[4]), à M. Bruce V. Hill[5]) et leur a permis d'obtenir des résultats relativement exacts, malgré les nombreuses difficultés inhérentes à ce genre de recherches. Enfin, dans un mémoire récent dû à M. R. Reiger[6]), se trouvent publiées des expériences très-intéressantes sur la double réfraction accidentelle dans certains corps plastiques; la méthode adoptée par M. Reiger se rapproche plutôt de celle qui, dès le début, avait permis à M. Mach et à Maxwell de démontrer la réalité du phénomène en question.

Dans la présente Communication, nous nous proposons de discuter la théorie de la double réfraction accidentelle dans les liquides; toutefois, nous nous bornerons à examiner cette partie du problème que l'on peut espérer de résoudre par les seuls moyens de l'Hydrodynamique; nous n'essayerons pas d'entrer dans les considérations, tirées de la Théorie de l'Optique, que demanderait, pour être complète, la théorie de ce phénomène.

§ 1. Grâce aux travaux dont nous avons donné un rapide aperçu, le cas particulier, discuté par Stokes et réalisé dans les expériences de Kundt, a pris le plus d'importance; c'est ce cas, par conséquent, qui engagera notre attention. Imaginons un cylindre qui peut être mis en rotation autour de son axe. A une distance assez faible de sa surface, imaginons, centrée sur le même axe, une paroi cylindrique immobile. L'espace annulaire limité par la surface du cylindre et la paroi est rempli du liquide que l'on désire étudier. Nous désignerons par a le rayon intérieur, par b le rayon extérieur de l'espace annulaire, par r le rayon (toujours à partir de l'axe)

[1]) Transactions of the Cambridge Philosophical Society, Vol. VIII, 1845. Mathematical and Physical Papers, Vol. I, p. 102. 1880.
[2]) Wiedemann's Annalen, Bd. XXXV, p. 497. 1888.
[3]) Wiedemann's Annalen, Bd. XLV, p. 304. 1892.
[4]) Philosophical Magazine, (5), Vol. XLIV, p. 499. 1897.
[5]) Philosophical Magazine, (5), Vol. XLVIII, p. 485. 1899.
[6]) Physikalische Zeitschrift, Jahrg. II., Nr. 14, p. 213. 1901.

d'un point M choisi arbitrairement au sein du liquide. Soit q la vitesse du point M, h sa vitesse angulaire. Convenons de prendre l'axe des z dans la direction de l'axe de rotation du cylindre; les axes des x et des y seront menés, dans un plan perpendiculaire à Oz, de manière arbitraire. Soit Θ la valeur de l'angle que forment entre elles la direction de r et de Ox et s la vitesse de rotation du cylindre; cette rotation sera supposée uniforme. Le mouvement qu'elle communique aux molécules du liquide se fera évidemment dans des trajectoires circulaires dont le plan est perpendiculaire à l'axe des z. Nous admettrons que la vitesse q d'une molécule dépend uniquement de sa distance r de cet axe:

$$q = q(r); \quad q(b) = 0; \quad q(a) = s; \tag{1}$$

elle ne dépend pas du temps t en sorte que le mouvement peut s'appeler permanent. En pratique, le mouvement réel d'un liquide ne pourra qu'approcher du cas idéal que nous nous contenterons de discuter ici.

D'après ce qui vient d'être dit, nous avons:

$$h = \frac{q}{r} = \mp \frac{d\Theta}{dt}; \tag{2}$$

$$\text{et} \qquad \Theta = \mp ht, \tag{3}$$

en convenant de compter l'angle Θ à partir du moment $t = 0$; le signe $\mp$ a été introduit pour exprimer que le mouvement du cylindre et, partant, celui des molécules du liquide peut prendre deux directions contraires par rapport aux axes des coordonnées.

Dans nos calculs, il nous sera parfois utile de supposer que le liquide dont il s'agit est incompressible; de plus, nous y négligerons l'influence des forces extérieures telle que la gravité par exemple. D'ailleurs le rôle de ces hypothèses accessoires dans nos raisonnements n'aura que peu d'importance.

§ 2. La composante, parallèle à l'axe des z, de la vitesse du point M est égale à zéro. Les deux autres composantes ont pour valeur:

$$u = \pm q \sin \Theta; \quad v = \mp q \cos \Theta. \tag{1}$$

Le signe double $\pm$ dans ces équations a la même signification que dans les égalités (2) et (3) au paragraphe précédent; il est bien

entendu qu'il doit être pris dans le même ordre consécutif partout où il se présente.

Désignant par F une fonction quelconque des variables r, Θ, nous aurons

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{x}{r}\frac{\partial F}{\partial r} - \frac{y}{r^2}\frac{\partial F}{\partial \Theta}; \tag{2 a}$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{y}{r}\frac{\partial F}{\partial r} + \frac{x}{r^2}\frac{\partial F}{\partial \Theta}. \tag{2 b}$$

Les équations (2), jointes aux égalités (1), permettent de calculer les valeurs des composantes de la vitesse de déformation apparente[1]. Parmi ces composantes, celles que nous aurons à considérer sont les suivantes:

$$e = \frac{\partial u}{\partial x} = \pm\left(\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r}\right)\sin\Theta\cos\Theta \tag{3}$$

$$f = \frac{\partial v}{\partial y} = \mp\left(\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r}\right)\sin\Theta\cos\Theta \tag{4}$$

$$c = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = \pm\left(\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r}\right)(\sin^2\Theta - \cos^2\Theta). \tag{5}$$

§ 3. Dans un mémoire antérieur (auquel nous venons de faire allusion) nous avons donné la définition de ce que nous appelons la déformation véritable. Soient

$$\varepsilon^*,\ \varphi^*,\ \psi^*,\ \alpha^*,\ \beta^*,\ \gamma^* \tag{1}$$

les composantes, rapportées aux axes Ox, Oy, Oz, de cette déformation. Nous rapporterons la même déformation à trois nouveaux axes Ox_1, Oy_1, Oz_1 pris de la manière suivante: l'axe Ox_1 se dirige, à tout instant, suivant la direction de la vitesse q; l'axe Oy_1 suivant la direction du rayon r; quant à l'axe Oz_1 il coïncide avec l'axe de rotation, c'est à dire avec l'axe Oz. Rapportée à ces axes, la déformation véritable a pour composantes

$$\varepsilon^*_q,\ \varphi^*_r,\ \psi^*_z,\ \alpha^*_{rz},\ \beta^*_{zq},\ \gamma^*_{qr}. \tag{2}$$

[1]) Pour la justification de ce terme nous renvoyons le lecteur à notre Mémoire précédent „Sur les lois de la viscosité“ (Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie, Février 1901).

Parmi ces composantes, la seule que nous aurons à considérer est γ^*_{qr}. Pour calculer sa valeur nous avons l'égalité bien-connue

$$\gamma^*_{qr} = 2\,\varepsilon^* \cos(x_1 x)\cos(y_1 x) + 2\,\varphi^* \cos(x_1 y)\cos(y_1 y) + \\ + 2\,\psi^* \cos(x_1 z)\cos(y_1 z) + \\ + \alpha^* \{ \cos(x_1 y)\cos(y_1 z) + \cos(y_1 y)\cos(x_1 z) \} \\ + \beta^* \{ \cos(x_1 z)\cos(y_1 x) + \cos(y_1 z)\cos(x_1 x) \} \\ + \gamma^* \{ \cos(x_1 x)\cos(y_1 y) + \cos(y_1 x)\cos(x_1 y) \}. \tag{3}$$

Dans celle-ci, d'après les conventions qui viennent d'être arrêtées nous poserons:

$$\cos(x_1 x) = \pm \sin\Theta\,; \quad \cos(y_1 x) = \cos\Theta\,; \quad \cos(z_1 x) = 0\,; \tag{4a}$$

$$\cos(x_1 y) = \mp \cos\Theta\,; \quad \cos(y_1 y) = \sin\Theta\,; \quad \cos(z_1 y) = 0\,; \tag{4b}$$

$$\cos(x_1 z) = 0 \quad ; \quad \cos(y_1 z) = 0 \quad ; \quad \cos(z_1 z) = 1\,, \tag{4c}$$

en sorte que l'équation (3) prend la forme

$$\gamma^*_{qr} = \pm 2\,(\varepsilon^* - \varphi^*)\sin\Theta\cos\Theta \pm \gamma^*(\sin^2\Theta - \cos^2\Theta). \tag{5}$$

§ 4. Les composantes de la déformation véritable peuvent s'exprimer en fonction des composantes de la vitesse de déformation apparente. Nous avons, en effet,

$$\varepsilon^* - \tfrac{1}{3}\Delta^* = k_{xx}\,\varepsilon^{-t/T} + \varepsilon^{-t/T}\int dt\,\varepsilon^{t/T}(e - \tfrac{1}{3}\,\tilde{\omega})\,; \tag{1}$$

$$\varphi^* - \tfrac{1}{3}\Delta^* = k_{yy}\,\varepsilon^{-t/T} + \varepsilon^{-t/T}\int dt\,\varepsilon^{t/T}(f - \tfrac{1}{3}\,\tilde{\omega})\,; \tag{2}$$

$$\gamma^* = k_{xy}\,\varepsilon^{-t/T} + \varepsilon^{-t/T}\int dt\,\varepsilon^{t/T}\,c\,, \tag{3}$$

si par k_{xx}, k_{yy}, k_{xy} l'on désigne trois constantes, par ε la base des logarithmes népériens, par T la durée du temps de la relaxation, par $\tilde{\omega}$ la somme $e+f+g$, par Δ^* la somme $\varepsilon^* + \varphi^* + \psi^*$. Ces équations se laissent justifier à l'aide de considérations tirées de notre Communication précédente. Comparées aux égalités

$$p_{xx} - p_0 = -2n\,(\varepsilon^* - \tfrac{1}{3}\Delta^*) - k\Delta^* \tag{4}$$

$$p_{yy} - p_0 = -2n\,(\varphi^* - \tfrac{1}{3}\Delta^*) - k\Delta^* \tag{5}$$

$$p_{xy} = -n\gamma^* \quad \text{et} \tag{6}$$

$$p - p_0 = -k\Delta^* \tag{7}$$

qui expriment la loi de Hooke généralisée (ainsi qu'il est dit dans

le mémoire cité), elles conduisent directement. dans le cas où l'on peut prendre $h = k$, aux équations (9) et (10), § 8., du mémoire précédent.

Dans les équations (1), (2), (3) négligeons les termes qui contiennent k_{xx}, k_{yy} et k_{xy}; dès lors, en tenant compte de ces équations dans l'égalité (5) du paragraphe précédent, nous trouverons:

$$\begin{aligned} \gamma^{*}_{r} &= \pm 2 \sin \Theta \cos \Theta \, \varepsilon^{-t/T} \int dt \, \varepsilon^{t/T} (e-f) \\ &\pm (\sin^2 \Theta - \cos^2 \Theta) \, \varepsilon^{-t/T} \int dt \, \varepsilon^{t/T} c . \end{aligned} \tag{8}$$

§ 5. Moyennant les équations (3), (4). (5) du § 2., ainsi que l'égalité (3), § 1. l'égalité précédente (8) se transforme et devient

$$\begin{aligned} \gamma_{qr} = \Big\{ & (\sin^2 \Theta - \cos^2 \Theta) \, \varepsilon^{-t/T} \int dt \, \varepsilon^{t/T} (\sin^2 ht - \cos^2 ht) \\ & \mp 4 \sin \Theta \cos \Theta \, \varepsilon^{-t/T} \int dt \, \varepsilon^{t/T} \sin ht \cos ht \Big\} \left\{ \frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \right\} . \end{aligned} \tag{1}$$

Les intégrales qui entrent dans cette expression se calculent aisément. On trouve en définitive

$$\gamma_{qr} = \frac{T}{1 + 4 h^2 T^2} \left(\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \right). \tag{2}$$

Supposons le liquide traversé par un rayon de lumière dirigé parallèlement à l'axe de rotation. La double réfraction qui se produit, rapportée à l'unité de longueur, doit se proportionner. d'après la théorie de F. E. Neumann, à la valeur de cette composante γ^{*}_{qr} de la déformation véritable. Ainsi l'effet optique observable dépendra, en premier lieu, des circonstances cinématiques de l'expérience, de la vitesse de rotation par exemple, de la nature de la fonction $q\,(r)$ etc. En second lieu, il variera avec la durée que présente, pour le liquide en question, le temps T de relaxation. Il dépendra enfin d'un coefficient purement optique; mais il serait difficile. sinon impossible, d'avancer *a priori* des conclusions positives quelconques sur la nature et la valeur exacte de ce coefficient. Si même l'on supposait que sa valeur, pour les différents liquides, ne soit pas excessivement différente (certains cas tout-à-fait particuliers étant exceptés) on n'arriverait qu'à la conclusion, déjà entrevue par Maxwell, savoir: la double réfraction observée en opérant sur différents liquides, mais dans des conditions cinématiques identiques, dépend surtout de la durée T du temps de relaxation du liquide. Or la

viscosité d'un liquide ne dépend pas seulement de cette même durée T; elle est également déterminée par la valeur d'une constante absolument différente, la rigidité momentanée de la substance. En résumé, rien ne nous autorise à supposer que la double réfraction accidentelle dans un liquide dépendît uniquement de sa viscosité [1])

§ 6. L'équation (2) du paragraphe précédent contient le terme

$$\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \tag{1}$$

déjà considéré par Kundt dans le mémoire cité plus haut. Pour le calculer, ce physicien eut recours aux formules qu'avait données Stokes pour le cas de mouvement permanent dont l'expérience optique est la réalisation. Sir G. G. Stokes, évidemment, était parti, dans son analyse, des équations classiques du mouvement d'un fluide doué de viscosité. Dans le cas particulier qui nous occupe on voit tout de suite que les équations généralisées que nous avons développées dans notre Communication précédente ne peuvent assigner au terme (1) que la même valeur que Stokes a trouvée; celà tient à ce que nous supposons que le mouvement du liquide tend de plus en plus à devenir permanent. Cette prévision se vérifie aisément. Posons $w = 0$, $X = 0$, $\omega = 0$ dans la première équation du mouvement, § 10 de la Communication précédente. Nous aurons

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) =$$

$$= -\frac{\partial p}{\partial x} - \varepsilon^{-t/T}\left(\frac{\partial C'_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial C'_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial C'_{zx}}{\partial z}\right) + \tag{2a}$$

$$+ \varepsilon^{-t/T}\int dt\, \varepsilon^{t/T} \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right).$$

Dans cette équation, les termes

$$\frac{\partial u}{\partial t} \quad \text{et} \quad \varepsilon^{-t/T}\left(\frac{\partial C'_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial C'_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial C'_{zx}}{\partial z}\right) \tag{3}$$

tendent, par hypothèse, vers zéro. D'après les égalités données plus haut, au § 2,

[1]) Schwedoff, Journal de Physique (2) Vol. VIII, p. 342, 1889. Rapports présentés au Congrès International de Physique réuni à Paris en 1900, Vol. I., p. 479. 1900

$$(4)\qquad u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{q^2\cos\Theta}{r};$$

enfin le dernier terme du second membre de l'équation (2 a) a pour valeur

$$(5)\qquad \pm\mu\left(\frac{d^2q}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dq}{dr}-\frac{q}{r^2}\right)\frac{\sin\Theta-hT\cos\Theta}{1+h^2T^2}.$$

En vertu de ces résultats l'équation (2 a) nous apprend que le mouvement du fluide, si réellement il tend vers le cas-limite du mouvement permanent, doit vérifier de plus en plus exactement les égalités

$$(6)\qquad -\rho\frac{q^2}{r}+\frac{\partial p}{\partial r}=0$$

$$(7)\qquad \frac{d^2q}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dq}{dr}-\frac{q}{r^2}=0$$

qui sont précisément celles que Stokes a données. En intégrant et tenant compte des égalités (1), § 1., l'on déduit de l'équation (7)

$$(8)\qquad \frac{dq}{dr}-\frac{q}{r}=-\frac{2sab^2}{r^2(b^2-a^2)};$$

$$(9)\qquad h=\frac{sa(b^2-r^2)}{r^2(b^2-a^2)}.$$

§ 7. Soit N le nombre de tours qu'accomplit le cylindre dans l'intervalle de temps pris pour unité. Soit R un coefficient optique, Δ la double réfraction rapportée à l'unité de longueur. Posons

$$(1)\qquad \frac{4\pi a^2b^2}{r^2(b^2-a^2)}=A;\quad \frac{16\pi^2a^4(b^2-r^2)^2}{r^4(b^2-a^2)^2}=B.$$

Moyennant les relations (8) et (9) du paragraphe précédent l'équation (2) au § 5. donne l'égalité définitive:

$$(2)\qquad \Delta=\frac{ANRT}{1+BN^2T^2}.$$

D'après cette égalité, la quantité Δ/N ne saurait être constante, ainsi qu'on l'avait parfois supposé; cette quantité doit diminuer lorsque N augmente.

§ 8. Les résultats numériques donnés dans le mémoire, cité plus haut, de M. Umlauf, peuvent probablement compter parmi les

plus exacts qu'on ait publiés jusqu'à présent sur la double réfraction accidentelle des liquides. La régularité de ces résultats n'est pourtant pas la même pour les différentes substances étudiées. En y regardant de près on voit sans peine que les nombres les plus dignes de confiance sont ceux qui ont été obtenus dans le cas de la gomme adragante (Gummi Tragacanthae); c'est ce que confirme, d'ailleurs, en propres termes, M. Umlauf (à la page 311 du Volume cité des Annalen). Voici les résultats de la série correspondante d'expériences; nous les avons complétés par les nombres inscrits à la dernière colonne du tableau ci-dessous. Pour calculer cette colonne, nous avons admis, dans la présente série, $T = 0.0014$ sec.; quant au coefficient B, nous l'avons calculé par la formule (1), § 7., à l'aide des indications données par M. Umlauf sur les dimensions de son appareil.

N	Δ	Δ/N	$\Delta(1+BN^2T^2)/N$
26.0	74.10^{-4}	285.10^{-6}	309.10^{-6}
36.6	97.	265.	309.
43.5	103.	237.	293.
54.0	114.	211.	288.
58.1	120.	207.	295.
65.2	132.	202.	309.

La manière dont se comportent, d'après ces résultats, les expressions: Δ/N et $\Delta(1+BN^2T^2)/N$ s'accorde parfaitement avec nos prévisions. Il convient de remarquer que la température du liquide n'était jamais rigoureusement constante dans ces expériences; elle oscillait dans des limites contenues entre 13,2° C. et 15.7° C.

Il n'est pas bien certain que les résultats trouvés par M. Umlauf pour un nombre d'autres liquides justifiassent leur utilisation dans un calcul aussi délicat que le nôtre. Voici cependant une série d'expériences qui se rapporte au Collodion (page 309 du mémoire cité):

N	Δ	Δ/N	$\Delta(1+BN^2T^2)/N$
25	320.10^{-4}	128.10^{-5}	$152.4.10^{-5}$
31	356.	118.	152.6.
35	387.	111.	152.5.

Voici une autre série se rapportant au même corps (p. 314):

N	Δ	ΔN	$\Delta(1+BN^2T^2)/N$
25	211.10^{-4}	844.10^{-6}	108.10^{-5}
32	232.	725.	106.
35	261.	746.	116.

Ces deux séries ont été exécutées avec deux appareils différents; le coefficient B n'y était par conséquent pas le-même. La température du liquide variait dans les limites d'environ deux degrés, la moyenne étant de 16° C. Pour calculer les nombres de la dernière colonne nous avons admis: $T = 0.00219$ sec. La comparaison des deux séries a été déjà faite par M. Umlauf lui-même. La moyenne des nombres qui figurent à la dernière colonne est $152.5.10^{-5}$ pour le premier tableau et 110.10^{-5} pour le second; le rapport de ces deux moyennes entre elles est donc 1.387. Si l'on calcule le rapport des valeurs qu'aurait dû prendre, d'après (1), § 7., dans ces deux séries d'expériences, le coefficient A, on trouve 1.561.

Les résultats des expériences de M. G. de Metz se prêtent encore moins facilement à ce genre de calcul Voici la seule série d'expériences qu'il nous a été possible d'utiliser. Elle se rapporte à l'huile de ricin à 25° C. (de Metz. *l. c.*, p. 504). Pour calculer les nombres de la dernière colonne on a posé: $T = 0{,}0013$ sec.

N	Δ	ΔN	$\Delta(1+BN^2T^2)/N$
6.90	47.10^{-3}	68.10^{-4}	69.10^{-4}
8.10	52.	64.	65.
8.33	53.	64.	64.
8.57	55.	64.	65.
8.82	57.	65.	65.
11.77	78.	66	68.
12.00	79.	65.	67.
13.04	83.	64.	66.
13.64	82.	60.	62.
20.00	108.	54.	58.
20.83	113.	54.	58.
30.77	150.	49.	57.
35.71	175.	49.	60.
38.46	181.	47.	59.
41.66	194.	47.	61.
55.55	249.	45.	69.

Il serait certainement téméraire de prétendre que les valeurs du temps de relaxation T que, pour quelques liquides, nous venons de trouver, se rapprochent très-sensiblement de la vérité. Cependant l'ordre de grandeur que nous avons été amenés à leur assigner ne semble pas impossible.

---

18. M. K. Żorawski présente le travail de M. S. ZAREMBA: **O teoryi równań Laplace'a i o metodach Neumanna i Robina.** ***(Sur la théorie de l'équation de Laplace et les méthodes de Neumann et de Robin).*** *(Ueber die Laplace'sche Gleichung und die Methoden von Neumann und Robin).*

Nr. 1. Désignons par σ la densité d'une simple couche répandue sur une surface fermée *(S)*, par ds un élément de la surface *(S)*, par r la distance de cet élément à un point quelconque (x, y, z) de l'espace et par u le potentiel Newtonien défini par la formule:

$$u = \frac{1}{4\pi}\int_{(S)} \sigma \frac{ds}{r} \tag{1}$$

où l'indice *(S)* indique que l'intégration doit être étendue à toute la surface *(S)*. Cela posé considérons l'intégrale

$$I = \int_{(D)} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 \right\} d\tau \tag{2}$$

étendue à tous les éléments $d\tau$ du domaine *(D)* limité par la surface *(S)* et l'intégrale

$$I' = \int_{(D')} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 \right\} d\tau' \tag{3}$$

étendue à tous les éléments $d\tau'$ de l'espace *(D')* extérieur à la surface.

Les travaux récents sur les méthodes de Neumann et de Robin et, en première ligne, le mémoire capital écrit par M. Poincaré sur ce sujet conduisent à la conclusion suivante: la démonstration de la légitimité des méthodes de Neumann pour résoudre le problème de Dirichlet et de Robin pour déterminer la densité d'une couche électrique sans action sur les points intérieurs à la surface portant cette couche, ainsi que la démonstration directe de

l'existence des fonctions fondamentales de M. Poincaré se ramènent au théorème suivant:

Désignons par $\sigma_1, \sigma_2 \ldots \sigma_p$, p simples couches réelles données, linéairement indépendantes, répandues sur la surface *(S)* et par $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_p$, p facteurs réels indéterminés. Posons ensuite:

$$\sigma = \sum_{k=1}^{p} \alpha_k \sigma_k \tag{4}$$

et envisageons le rapport

$$\frac{I'}{I} \tag{5}$$

des intégrales définies par les équations (2) et (3).

Il sera possible de disposer des indéterminées α_k de façon à vérifier l'inégalité:

$$\left| \frac{I'}{I} - 1 \right| < \varepsilon_p \tag{6}$$

où ε_p est un nombre positif ne dépendant que de la surface *(S)* et de l'entier p, tendant vers zéro lorsque p croît indéfiniment.

Le but de cette note est de démontrer ce théorème en faisant au sujet de la surface *(S)* les hypothèses suivantes:

1) Cette surface peut se composer d'un nombre quelconque de nappes entièrement séparées mais elle admet en chaque point un plan tangent déterminé.

2) Décrivons une sphère (Σ) de rayon ρ en prenant pour centre un point quelconque O situé sur la surface *(S)* et appelons *(S')* la portion de la surface *(S)* situé à l'intérieur de la sphère (Σ) Aucune parallèle à la normale en O à la surface *(S)* ne pourra rencontrer la portion *(S')* de cette surface en plus d'un seul point pourvu que

$$\rho \leqq \rho_1$$

où ρ_1 représente une longueur fixe indépendante de la position du point O sur *(S)*.

3) L'angle aigu formé par les normales élevées en deux points quelconques pris sur *(S)* est toujours inférieur au produit d'une constante A par la distance de ces points.

Nr. 2. Conservons les notations du numéro précédent et envisageons l'intégrale:

$$I' = \int_{(D')} u^2 \, d\tau' \tag{7}$$

étendue à tout l'espace extérieur à la surface (S).

Cette intégrale peut n'avoir pas de sens si les fonctions σ_i sont quelconques et si les facteurs α_i ne sont assujettis à aucune condition, mais. quels que soient les fonctions σ_i. il suffit que les α vérifient certaines n équations linéaires et homogènes pour que l'on ait

$$\frac{\mathcal{J}'}{I'} > M' n^2 \tag{8}$$

où M' est une constante positive ne dépendant que de la surface (S). C'est ce que je vais brièvement démontrer

Considérons une sphère (S_1) de rayon R, assez grand, pour que toute la surface (S) soit située à l'intérieur de cette sphère. Cette sphère partagera l'espace (D') extérieur à la surface (S) en deux régions: l'une (D'_1) comprise entre (S) et (S_1). l'autre (D'_2) extérieure à (S_1). Décomposons chacune des intégrales $\mathcal{J}'$ et I' en deux parties se rapportant respectivement aux régions (D'_1) et (D'_2) de l'espace et posons, en mettant cette décomposition en évidence

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{J}' = \mathcal{J}'_1 + \mathcal{J}'_2 \\ I' = I'_1 + I'_2 \end{array} \right. \tag{9}$$

On a. à l'extérieur de la sphère (S_1) et sur cette sphère elle-même

$$u = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Pi_k}{r^{2k+1}} \tag{10}$$

où Π_k est un polynôme sphérique de degré k et où r représente la distance du point (x, y, z) au centre de la sphère (S), point que je suppose être pris pour origine des coordonnées.

Il est évident qu'en assujettissant les α_i à vérifier certaines t^2 équations linéaires et homogènes. on fera disparaître les t premiers termes de la série (10). Les α_i vérifiant ces conditions. on s'assurera aisément que l'intégrale I'_2 aura un sens et que l'on aura:

$$\frac{\mathcal{J}'_2}{I'_2} > \frac{(t+1)(2t-1)}{R^2} \tag{11}$$

D'autre part un théorème bien connu, dû à M. Poincaré, nous apprend, qu'il suffira que les α_i vérifient certaines nouvelles m équa-

tions linéaires et homogènes pour que l'on ait, outre l'inégalité (11), encore l'inégalité

$$\frac{\mathcal{J}'_1}{I'_1} > M'' m^{\frac{2}{3}} \tag{12}$$

En résumé, il suffit que les α_i vérifient un certain système de $n = t^2 + m$ équations linéaires et homogènes pour que les inégalités (11) et (12) soient vérifiées à la fois. En établissant entre t et m, une relation convenable, on déduira aisément des inégalités (11 et (12) l'inégalité (8) qu'il s'agissait précisément de démontrer.

Nr. 3. Désignons par $\tilde{\omega}$ une fonction continue réelle définie sur la surface (S), par μ un nombre positif, par r, comme au Nr. 1. la distance d'un point quelconque de l'espace (x, y, z) à l'élément ds, de la surface (S), considérons la fonction

$$v = \frac{1}{4\pi} \int_{(S)} \tilde{\omega} \frac{e^{-\mu r}}{r} ds \tag{13}$$

et envisageons les intégrales

$$W = \int_{(D)} \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 + \mu^2 v^2 \right\} d\tau \tag{14}$$

$$W' = \int_{(D')} \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 + \mu^2 v^2 \right\} d\tau' \tag{15}$$

étendues à tout le domaine (D), limité par la surface (S) et à tout le domaine (D') extérieur.

Nous nous proposons de déterminer une limite supérieure et une limite inférieure du rapport:

$$\frac{W'}{W} \tag{16}$$

Désignons pour un moment par F une fonction quelconque définie dans tout l'espace, soit B un point pris sur la normale élevée en un point quelconque A de la surface (S) et soient enfin $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ les cosinus directeurs de cette normale considérée comme un axe dirigé vers l'intérieur de la surface. Cela posé, considérons l'expression:

$$\lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_3 \frac{\partial F}{z}$$

où x, y, z représentent les coordonnées du point B. Nous désignerons par $\left(\frac{dF}{dN}\right)_i$ la limite de l'expression précédente lorsque B tend vers A en restant constamment à l'intérieur de la surface (S) et nous représenterons par $\left(\frac{dF}{dN}\right)_e$ la limite de la même expression lorsque B tend vers A en restant constamment extérieur à cette surface. Cela posé, envisageons une suite infinie de fonctions, continues dans tout l'espace, vérifiant les équations suivantes:

$$\left\{\begin{aligned} &\left(\frac{dv_0}{dN}\right)_e - \left(\frac{dv_0}{dN}\right)_i = \varpi \\ &\left(\frac{dv_k}{dN}\right)_e - \left(\frac{dv_k}{dN}\right)_i = \left(\frac{dv_{k-1}}{dN}\right)_e \quad (k = 1, 2, 3 \ldots) \end{aligned}\right. \tag{17}$$

et

$$\Delta v_k - \mu^2 v_k = 0 \quad (k = 0, 1, 2 \ldots) \tag{18}$$

Supposons en outre que ces fonctions s'annulent à l'infini.

Il est très aisé de prouver que les équations précédentes définissent sans ambiguité les fonctions v_k et que l'on a

$$v_0 = \frac{1}{4\pi}\int_{(S)} \varpi \frac{e^{-\mu r}}{r} ds \tag{18a}$$

$$v_k = \frac{1}{4\pi}\int_{(S)} \left(\frac{dv_{k-1}}{dN}\right)_e \frac{e^{-\mu r}}{r} ds \quad (k = 1, 2, 3 \ldots)$$

On verra immédiatement, en comparant l'équation (18 a) à l'équation (13) que l'on a

$$v_0 = v \,. \tag{19}$$

Considérons maintenant les intégrales:

$$W_{k,j} = \int_{(D)} \left\{ \frac{\partial v_k}{\partial x}\frac{\partial v_j}{\partial x} + \frac{\partial v_k}{\partial y}\frac{\partial v_j}{\partial y} + \frac{\partial v_k}{\partial z}\frac{\partial v_j}{\partial z} + \mu^2 v_k v_j \right\} d\tau$$

et

$$W'_{k,j} = \int_{(D')} \left\{ \frac{\partial v_k}{\partial x}\frac{\partial v_j}{\partial x} + \frac{\partial v_k}{\partial y}\frac{\partial v_k}{\partial y} + \frac{\partial v_k}{\partial z}\frac{\partial v_j}{\partial z} + \mu^2 v_k v_j \right\} d\tau'$$

étendues à l'espace (D) limité par la surface (S) et à l'espace extérieur (D').

On déduit aisément des équations (17) et (18) au moyen du théorème de Green que l'égalité

$$j + k = j' + k'$$

entraîne les égalités

$$W_{k.j} = W_{k'.j'} \text{ et } W'_{k.j} = W'_{k'.j'}$$

Il est donc permis d'introduire les notations définies par les équations:

$$W_{k.j} = W_{k+j}, \quad W'_{k.j} = W'_{k+j}.$$

On trouve

(20) $$W_k + W'_k = W'_{k-1}$$

et cette équation sera vérifiée, même pour $k = 0$, si l'on pose:

$$W'_{-1} = \int_{(S)} \varpi \, v_0 \, ds$$

où l'intégration doit être étendue à toute la surface (S).

Les W_j et les W'_j d'indices pairs sont évidemment positifs. Donc, en vertu de l'équation (20) il en est de même des W'_j d'indices impairs. Par conséquent tous les W'_j sont positifs.

Posons $k = 2n + 1$, l'équation (20) nous donnera:

$$W'_{2n} = \int_{(D)} \left\{ \frac{\partial v_n}{\partial x} \frac{\partial v_{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial v_n}{\partial y} \frac{\partial v_{n+1}}{\partial y} + \frac{\partial v_n}{\partial z} \frac{\partial v_{n+1}}{\partial z} + \mu^2 v_n v_{n+1} \right\} d\tau$$

$$+ \int_{(D')} \left\{ \frac{\partial v_n}{\partial x} \frac{\partial v_{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial v_n}{\partial y} \frac{\partial v_{n+1}}{\partial y} + \frac{\partial v_n}{\partial z} \frac{\partial v_{n+1}}{\partial z} + \mu^2 v_n v_{n+1} \right\} d\tau'$$

d'où, en s'appuyant sur l'inégalité de Schwarz:

$$W'^2_{2n} < (W_{2n} + W'_{2n})(W_{2n+2} + W'_{2n+2})$$

ce qui donne, en tenant compte de la relation (20):

(21) $$W'^2_{2n} < W'_{2n-1} \, W'_{2n+1}$$

D'ailleurs:

$$W'_{2n+1} = \int_{(D')} \left\{ \frac{\partial v_n}{\partial x} \frac{\partial v_{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial v_n}{\partial y} \frac{\partial v_{n+1}}{\partial y} + \frac{\partial v_n}{\partial z} \frac{\partial v_{n+1}}{\partial z} + \mu^2 v_n v_{n+1} \right\} d\tau'$$

on en déduit, en faisant de nouveau usage de l'inégalité de M. Schwarz:

(22) $$W'^2_{2n+1} < W_{2n} \, . \, W'_{2n+2}$$

Il résulte des inégalités (21) et (22) que la suite

$$\frac{W'_{-1}}{W'_0}, \quad \frac{W'_0}{W'_1}, \quad \frac{W'_1}{W'_2}, \tag{23}$$

sera décroissante. D'ailleurs cette suite est à termes positifs. Donc elle sera convergente.

Cherchons une limite inférieure de la limite de la suite précédente. On trouve immédiatement que la limite de la suite en question est au moins égale à l'unité mais ce résultat ne saurait nous suffire.

J'observe que la limite de la suite (23) est au moins égale au rayon de convergence de la série

$$f = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{dv_k}{dN}\right)_e \eta^k \tag{24}$$

En effet multiplions la série précédente par $v_0\, ds$ et intégrons en étendant l'intégration à toute la surface (S). Il viendra:

$$\int_{(S)} f v_0\, ds = \sum_{k=0}^{\infty} W'_k \eta^k \tag{25}$$

Cela prouve que le rayon de convergence de la série (25) est au moins égal à celui de la série (24). Or le rayon de convergence de la série (25) est manifestement égal à la limite de la suite (23). Donc cette limite est, comme nous voulions l'établir, au moins égale au rayon de convergence de la série (24). J'ajoute que l'on pourrait aisément prouver que la limite de la suite (23) est précisément égale au rayon de convergence de la série (24); mais peu importe.

Désignons par δ_k le maximum de la valeur absolue de l'expression $\left(\frac{dv_k}{dN}\right)_e$. On démontrera aisément l'inégalité:

$$\delta_k < \left(\frac{1}{2} + \frac{A}{\mu}\right) \delta_{k-1}$$

où A est un nombre positif ne dépendant que de la surface (S). Par conséquent le rayon de convergence de la série (24) sera au moins égal à

$$\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{A}{\mu}} = \frac{2}{1 + \frac{2A}{\mu}}$$

Nous en concluons que

$$\lim.\left\{\frac{W'_j}{W'_{j+1}}\right\}_{j=\infty} \geqq \frac{2}{1+\frac{2A}{\mu}}.$$

Cela posé, il résulte de cette inégalité et de ce que la suite (23) est décroissante que l'on aura:

$$\frac{W'_{-1}}{W'_0} > \frac{2}{1+\frac{2A}{\mu}} \tag{26}$$

Faisons dans l'équation (20) $k=0$. Il viendra

$$W_0 + W'_0 = W'_{-1},$$

d'où, en tenant compte de l'inégalité (26):

$$\frac{W_0}{W'_0} > \frac{1-\frac{2A}{\mu}}{1+\frac{2A}{\mu}}. \tag{27}$$

Nr. 4. Considérons maintenant une suite infinie de fonctions

$$\varphi_0,\ \varphi_1,\ \varphi_2 \cdot\cdot$$

continues, même à la traversée de la surface (S), vérifiant les équations

(27 a)
$$\left(\frac{d\varphi_0}{dN}\right)_e - \left(\frac{d\varphi_0}{dN}\right)_i = \tilde{\omega}.$$

$$\left(\frac{d\varphi_k}{dN}\right)_e - \left(\frac{d\varphi_k}{dN}\right)_i = -\left(\frac{d\varphi_k}{dN}\right)_i \quad (k=1,2,\ldots)$$

$$\Delta\varphi_k - \mu^2\varphi_k = 0 \quad (k=0,1,2,\ldots)$$

et s'annulant à l'infini.

Désignons par $\psi_{j.k}$ et $\psi'_{j.k}$ les intégrales qui se déduisent des intégrales $W_{j.k}$ et $W'_{j.k}$ en y remplaçant les fonctions v_j et v_k par les fonctions φ_j et φ_k.

On établira aisément, par des calculs tout à fait analogues à ceux qui ont été développés au numéro précédent que l'on peut introduire les changement de notations définis par les équations

$$\psi_{j.k} = \psi_{j+k} \quad \psi'_{j.k} = \psi'_{j+k},$$

et que les intégrales ψ_k sont toutes positives.

On démontrera ensuite que la suite

$$\frac{\psi_{-1}}{\psi_0}, \ \frac{\psi_0}{\psi_1}, \ \frac{\psi_1}{\psi_2}, \ldots$$

où

$$\psi_{-1} = \int_{(S)} \varpi \, \varphi_0 \, ds,$$

est convergente et décroissante, on déterminera une limite inférieure de la limite de cette suite et l'on arrivera finalement à l'inégalité

$$\frac{\psi_0'}{\psi_0} > \frac{1 - \frac{2A}{\mu}}{1 + \frac{2A}{\mu}} \tag{28}$$

où la lettre A représente le même nombre que dans l'inégalité (27).

D'ailleurs

$$\varphi = \frac{1}{4\pi} \int_{(S)} \varpi \, \frac{e^{\mu r}}{r} \, ds$$

On en conclut, en se reportant aux équations (18 a) et (19), que l'on a

$$v = v_0 = \varphi_0$$

On aura donc

$$\begin{cases} W = W_0 = \psi_0 \\ W' = W_0' = \psi_0', \end{cases} \tag{29}$$

comme on le reconnaît de suite en se rappelant les définitions des intégrales W_0, W_0', ψ_0 et ψ_0' et en se reportant aux équations (14) et (15) qui servent de définitions aux intégrales W et W'.

Donnons à μ une valeur assez grande pour que l'on ait

$$\frac{2A}{\mu} < 1.$$

Les équations (29) et les inégalités (28) et (27) nous donneront

$$\frac{1 - \frac{2A}{\mu}}{1 + \frac{2A}{\mu}} < \frac{W}{W'} < \frac{1 + \frac{2A}{\mu}}{1 - \frac{2A}{\mu}}$$

d'où

$$\left| \frac{W'}{W} - 1 \right| < \frac{\frac{8\,A}{\mu}}{1 - \frac{4\,A^2}{\mu^2}}. \tag{30}$$

Assujettissons maintenant μ à vérifier l'inégalité

$$\mu \geqq 2\sqrt{2}\,A, \tag{31}$$

l'inégalité (30) nous donnera:

$$\left| \frac{W}{W'} - 1 \right| < \frac{16\,A}{\mu}. \tag{32}$$

Nr. 5. Un dernier lemme nous est nécessaire avant de pouvoir aborder la démonstration du théorème faisant l'objet du présent travail. Désignons par $f\,(x, y, z)$ une fonction continue et bien déterminée, définie dans tout le domaine (D) intérieur à la surface (S) ou dans tout le domaine (D') extérieur à cette surface, admettant des dérivés premières continues en chaque point non situé sur la surface (S) mais bien entendu intérieur au domaine dans lequel cette fonction est définie. Supposons enfin que, dans le cas où la fonction $f\,(x, y, z)$ serait définie dans le domaine (D'), elle se réduise à zéro à l'infini. Considérons ensuite une fonction w s'annulant sur la surface (S), vérifiant dans tout le domaine où la fonction $f\,(x, y, z)$ est définie l'équation

$$\Delta\, w - \mu^2 w + f(x, y, z) = 0, \tag{33}$$

et assujettie en outre, dans le cas où elle vérifiérait l'équation précédente à l'extérieur de la surface (S), à prendre la valeur zéro à l'infini.

Il est très aisé de voir que la fonction w, si elle existe, est définie sans ambiguité par les conditions qui lui sont imposées. Je me propose de prouver, en me restreignant pour plus de simplicité au cas où l'inégalité (31) est vérifiée, que la fonction w existe et que sa dérivée suivant la normale à la surface (S) est une fonction finie et continue de la position de la normale.

Il suffira d'envisager le cas où la fonction $f\,(x, y, z)$ est définie dans le domaine (D) et où, par conséquent, la fonction w doit vérifier l'équation (33) à l'intérieur de la surface (S), le second cas pouvant se traiter par une méthode tout à fait semblable.

Désignons par x', y', z' les coordonnées d'un élément $d\tau$ du domaine (D), par r la distance du point (x, y, z) au point (x', y', z') et soit

$$F(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \int_{(D)} f(x', y', z') \frac{e^{-\mu r}}{r} d\tau \tag{34}$$

où l'intégration doit être étendue à tout le domaine (D).

Dans le domaine (D), nous aurons

$$\Delta F - \mu^2 F + f = 0, \tag{35}$$

mais dans le domaine (D') la fonction F vérifiera l'équation

$$\Delta F - \mu^2 F = 0. \tag{36}$$

Posons dans les équations (27 a)

$$\varpi = \left(\frac{dF}{dN}\right)_e .$$

On s'assurera aisément que la série

$$\sum_{k}^{\infty} {}_{o}\, \varphi_k$$

sera convergente et que la somme Φ de cette série jouira des propriétés suivantes:

1) on aura

$$\Phi = \frac{1}{4\pi} \int_{(S)} \varpi \frac{e^{\mu r}}{r} ds, \tag{37}$$

en désignant par ϖ une fonction continue définie sur la surface (S).

2) dans tout l'espace la fonction Φ satisfera à l'équation

$$\Delta \Phi - \mu^2 \Phi = 0, \tag{38}$$

3) on aura enfin

$$\left(\frac{d\Phi}{dN}\right)_e = \left(\frac{dF}{dN}\right)_e . \tag{39}$$

On voit que les fonctions F et Φ vérifient, dans tout l'espace extérieur à la surface (S), les équations (36) et (38) et qu'elles satisfont en outre à la relation (39). Il résulte de là et de la manière dont ces fonctions se comportent à l'infini que l'on aura à l'extérieur de la surface (S) et sur cette surface elle-même

$$\Phi = F.$$

Voici ce que nous en concluons: puisqu'à l'intérieur de la surface (S) la fonction F vérifie l'equation (35) tandis que la fonction Φ satisfait dans les mêmes conditions à l'équation (38) et puisque ces deux fonctions sont continues même à la traversée de la surface (S), la fonction demandée w nous sera donnée par la formule

$$w = F - \Phi .$$

Cela prouve que la fonction w existera et, comme cela résulte immédiatement des formes des fonctions F et Φ, qu'elle admettra une dérivée normale continue. C'est ce qu'il s'agissait de démontrer.

Nr. 6. Nous voici préparés à la démonstration du théorème énoncé au Nr. 1.

Désignons par w' la fonction qui s'annule sur la surface (S) et à l'infini et qui vérifie à l'extérieur de la surface (S) l'équation

(40) $$\Delta w' - \mu^2 w' + \mu^2 u = 0,$$

où μ est un nombre positif vérifiant l'inégalité (31).

Reportons-nous à la formule (1) et posons à l'extérieur de la surface (S)

(41) $$u = w' + v'_1.$$

La fonction v'_1 s'annulera à l'infini, elle prendra sur la surface (S) les mêmes valeurs que la fonction u et elle vérifiera à l'extérieur de la surface l'équation

(42) $$\Delta v'_1 - \mu^2 v'_1 = 0.$$

D'après ce qui a été établi au numéro précédent la dérivée de la fonction w' suivant la normale à la surface (S) sera finie et continue. Or la fonction u jouit évidemment de la même propriété. Il en sera donc de même, à cause de l'équation (41), de la fonction v'_1.

Considérons maintenant le domaine (D) intérieur à la surface (S) et soit w la fonction s'annulant sur (S) et vérifiant dans le domaine (D) l'équation

(43) $$\Delta w - \mu^2 w + \mu^2 u = 0.$$

Soit dans le domaine (D)

(44) $$u = w + v_1.$$

La fonction v_1 prendra sur la surface *(S)* les mêmes valeurs que la fonction u et elle vérifiera à l'intérieur de la surface l'équation

$$\Delta v_1 - \mu^2 v_1 = 0. \tag{45}$$

On reconnaîtra que la fonction v_1 possède, comme la fonction v'_1, une dérivée suivant la normale à la surface *(S)* et que cette dérivée est continue.

Il résulte des propriétés v'_1 et v_1, propriétés qui viennent d'être énumérées, que la fonction continue ϖ entrant dans la formule (13) peut être déterminée de façon que la fonction v définie par cette formule coïncide avec v_1 à l'intérieur de la surface *(S)* et avec v' à l'extérieur de cette surface. Nous supposerons dorénavant que la fonction ϖ est déterminée de façon que les circonstances précédentes aient lieu.

Considérons les intégrales:

$$R = \int_{(D)} \left\{ \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 + \mu^2 w^2 \right\} d\tau$$

$$P = \int_{(D)} \left\{ \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}\frac{\partial w}{\partial z} + \mu^2 u w \right\} d\tau,$$

étendues à tout le domaine *(D)* limité par la surface *(S)* et les intégrales

$$R' = \int_{(D)} \left\{ \left(\frac{\partial w'}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w'}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w'}{\partial z}\right)^2 + \mu^2 w'^2 \right\} d\tau$$

$$P' = \int_{(D)} \left\{ \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial w'}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial w'}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}\frac{\partial w'}{\partial z} + \mu^2 u w' \right\} d\tau$$

étendues à tout l'espace extérieur à la surface.

Envisageons les intégrales (14), (15), (2), (3) et (7) et désignons par I ce que devient l'intégrale (7) quand on étend l'intégration au domaine *(D)* au lieu de l'étendre au domaine *(D')*.

Les équations (41) et (44) donneront:

$$\left\{ \begin{array}{l} W = \mathcal{J} + \mu^2 I - 2P + R \\ W' = \mathcal{J}' + \mu^2 I' - 2P' + R' \end{array} \right. \tag{46}$$

L'équation (43) nous donne en tenant compte de ce que w s'annule sur *(S)*:

(46 a) $$R = \mu^2 \int_{(D)} u\, w\, d\tau$$

d'où

$$R^2 < \mu^4 I \int_{(D)} w^2\, d\tau$$

or il est évident que

$$\mu^2 \int_{(D)} w^2\, d\tau < R,$$

il vient donc

(47) $$R < \mu^2 I$$

Le théorème de Green nous donne:

$$P = \mu^2 \int u w d\tau$$

d'où, eu s'appuyant sur (46 a).

(48) $$P = R$$

Posons

(49) $$t = \mu^2 \frac{I}{\mathcal{J}}$$

La première des équations (46) et les relations (48) et (47) donnent

(50) $$\left| \frac{W}{\mathcal{J}} - 1 \right| < 2t$$

On trouvera par un calcul tout à fait analogue

(51) $$\left| \frac{W'}{\mathcal{J}} - 1 \right| < 2t'$$

en posant

(52) $$t' = \mu^2 \frac{I}{\mathcal{J}}$$

Soit maintenant ε un nombre positif aussi petit que l'on voudra. L'inégalité (32) nous apprend qu'en donnant à μ une valeur assez grande, l'on aura

(53) $$\left| \frac{W}{W'} - 1 \right| < \frac{\varepsilon}{2}$$

Considérons manitenant l'équation (4). Un théorème bien connu, dû à M. Poincaré, nous apprend qu'il suffit d'assujettir les facteurs

α_i à vérifier un certain système de n_1 équations linéaires et homogènes pour que l'on ait

$$\frac{\mathcal{J}}{I} > M\, n_1^{\frac{2}{3}} \tag{54}$$

où M est une constante ne dépendant que de la surface *(S)*.

D'autre part il résulte du théorème exprimé par l'inégalité (8) qu'il n'y a qu'à asssujettir les α à vérifier un certain système de n_2 équations linéaires et homogènes pour que l'on ait

$$\frac{\mathcal{J}'}{I'} > M'\, n_2^{\frac{2}{3}} \tag{55}$$

Si donc l'on a

$$p > n_1 + n_2$$

On pourra disposer des indéterminées α de façon que les inégalités (54) et (55) soient vérifiées l'une et l'autre. Si maintenant les nombres n_1 et n_2 sont assez grands, les inégalités (54) et (55) conduiront au moyen des inégalités (50) et (51) et en tenant compte des équations (49) et (52), à l'inégalité suivante:

$$\left| \frac{W}{W'} - \frac{\mathcal{J}}{\mathcal{J}'} \right| < \frac{\varepsilon}{2}$$

d'où, en s'appuyant sur l'inégalité (53)

$$\left| \frac{\mathcal{J}}{\mathcal{J}'} - 1 \right| < \varepsilon.$$

Ce résultat exprime précisément le théorème énoncé au Nr. 1.

J'ajoute qu'un calcul facile permet de déduire de ce qui précède la proposition plus précise que voici: si le nombre p est supérieur à une certaine limite p_0 ne dépendant que de la surface *(S)*, il sera toujours possible de disposer des indéterminées α de façon que l'on ait:

$$\left| \frac{\mathcal{J}}{\mathcal{J}'} - 1 \right| < \frac{B}{p^{\frac{1}{6}}} \tag{56}$$

où B est un nombre positif ne dépendant que de la surface *(S)*.

Un résultat analogue à celui que nous venons d'obtenir pour l'équation de Laplace peut être démontré pour l'équation plus générale

$$\Delta u + \xi u = 0$$

où ξ est un nombre réel, mais cette question fera l'objet d'un autre travail.

Ce mémoire a été déposé à l'Académie le 15 février 1901. L'addition qui suit a été présentée à la séance du 4 Mars 1901.

ADDITION.

J'ai dit au commencement du mémoire „Sur les méthodes de Neumann et de Robin et sur la théorie de l'équation de Laplace" que la démonstration générale des méthodes de Neumann et de Robin se déduit aisément du théorème que j'établis dans ce mémoire. Je me propose, dans cette note, de justifier brièvement cette assertion.

Soit (S) une surface fermée remplissant les conditions énoncées dans le mémoire cité. Rapportons l'espace à un système de coordonnées rectangulaires x, y, z et considérons une fonction $\psi(x, y, z)$ des variables x, y, z. Supposons que le point (x, y, z) tende, sans traverser la surface (S), vers un point P situé sur cette surface. La fonction ψ pourra tendre, dans ces conditions, vers une certaine limite. Nous désignérons cette limite par $(\psi)_e$ ou $(\psi)_i$ selon que le point (x, y, z) reste constamment à l'extérieur ou constamment à l'intérieur de la surface (S). Elevons maintenant la normale en P à la surface (S), dirigeons cette normale de l'extérieur vers l'intérieur, désignons par $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ses cosinus-directeurs et envisageons sur elle un point quelconque M. Soient ψ_1, ψ_2, ψ_3 les valeurs en M des dérivées partielles $\frac{\partial\psi}{\partial x}, \frac{\partial\psi}{\partial y}, \frac{\partial\psi}{\partial z}$. Cela posé, faisons, tendre le point M vers le point P, mais en l'assujettissant à rester constamment d'un même côté de la surface (S). L'expression

$$\lambda_1\psi_1 + \lambda_2\psi_2 + \lambda_3\psi_3$$

pourra tendre vers une limite déterminée. Nous désignerons cette limite par $\left(\frac{d\psi}{dN}\right)_e$ si le point M reste à l'extérieur de la surface (S) et par $\left(\frac{d\psi}{dN}\right)_i$ dans le cas contraire.

Désignons par u une fonction vérifiant à l'intérieur de la surface (S) l'équation de Laplace

$$\Delta u = 0$$

et vérifiant la condition aux limites

$$\left(\frac{du}{dN}\right)_i + h(u)_i + f = 0$$

où h est un paramètre indépendant des variables x, y, z, la lettre f désignant une fonction continue, définie sur la surface (3). J'ai établi [1]), après M. Stekloff [2]), mais dans des conditions plus générales que lui que la fonction u considérée comme fonction du paramètre h est une fonction méromorphe n'ayant que des pôles simples, se trouvant tous parmi les termes

$$h_1,\ h_2,\ h_3 \ldots \tag{1}$$

d'une suite réelle et croissante dépendant uniquement de la nature de la surface (S) et dont le premier terme h_1 est nul.

Désignons par ds un élément de la surface (S) et considérons l'intégrale

$$\int_{(S)} f ds$$

étendue à toute la surface (S). On verra très aisément que le nombre $h_1 = 0$ ne fera pas partie des pôles de la fonction u pourvu que l'intégrale précédente soit nulle. Voici la conclusion que l'on peut en tirer en faisant usage de la méthode développée au Ch. II de mon mémoire déjà cité sur les fonctions fondamentales. Soit $\varphi(x, y, z)$ une fonction quelconque continue sur la surface (S) et admettant des dérivées premières continues à l' intérieur de cette surface. Si l'on a

$$\int_{(S)} (\varphi)_i \, ds = 0, \tag{2}$$

l'on aura

$$\int_{(D)} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)^2 \right\} d\tau \geqq h_2 \int_{(S)} (\varphi)_i^2 \, ds \tag{3}$$

[1]) Zaremba. Sur les fonctions dites fondamentales dans la théorie des équations de la physique. Bulletin de l'Académie de Cracovie 1901.

[2]) Stekloff. Sur l'existence des fonctions fondamentales. C. R. de l'Académie des Sciences de Paris, 27 Mars 1899.

où l'intégrale se trouvant au premier membre est une intégrale de volume étendue à tout le domaine (D) limité par la surface (S).

Soit comme plus haut f une fonction continue définie sur la surface (S) et λ un paramètre donné. Proposons nous de déterminer un potentiel de simple couche v relatif à la surface (S) vérifiant l'équation:

$$(4) \qquad \left(\frac{dv}{dN}\right)_e - \left(\frac{dv}{dN}\right)_i = \lambda \left\{ \left(\frac{dv}{dN}\right)_e + \left(\frac{dv}{dN}\right)_i \right\} + 2f.$$

On commencera par développer v suivant les puissances entières et positives de λ; puis en s'appuyant d'une part sur l'inégalité (3) et sur le théorème démontré dans le mémoire auquel cette note se rapporte et d'autre part sur un résultat important dû à M. Liapounoff[1]), on appliquera les méthodes si fécondes de M. Poincaré[2]). On arrivera ainsi au résultat suivant: la fonction v, considérée comme fonction du paramètre λ est une fonction méromorphe dont les pôles sont simples et réels. Ces pôles font tous partie d'une suite infinie

$$(5) \qquad \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots$$

vérifiant les conditions:

$$\lambda_1 = 1, \quad |\lambda_2| > \lambda_1$$

$$\lambda_\varkappa \geqq \lambda_{\varkappa-1} \quad (\varkappa = 3, 4, \ldots)$$

et dépendant uniquement de la nature de la surface (S).

On verra, en outre, que les résidus relatifs aux pôles de la fonction v seront les fonctions fondamentales de M. Poincaré[3]). Cela posé on établira que le nombre $\lambda_1 = 1$ ne sera pas un pôle de la fonction v si l'on a

$$\int_{(s)} f\, ds = 0.$$

[1]) Liapounoff. Sur certaines questions qui se rattachent au problème de Dirichlet. Journal de Mathématiques pures et appliquées 1898.

[2]) Poincaré. Sur les équations de la Physique mathématique. Rendiconti del Circolo matematico di Palermo 1894.

[3]) Poincaré. La méthode de Neumann et le problème de Dirichlet. Acta mathématica 1896.

On tirera de ce qui précède la conclusion suivante: Soit w le potentiel d'une simple couche σ répandue sur la surface (S) et vérifiant la condition

$$\int \sigma \, ds = 0$$

Si l'on désigne par I ou I' la valeur de l'intégrale

$$\iiint \left\{ \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\} dx dy dz$$

suivant que l'intégration est étendue au domaine limité par la surface (S) ou à tout l'espace extérieur, l'on aura

$$\frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_2 + 1} < \frac{J}{J'} < \frac{1 + \lambda_2}{\lambda_2 - 1} \tag{6}$$

Or M. Stekloff a prouvé que les inégalités précédentes suffisent pour étendre les méthodes de Neumann et de Robin à toute surface (S) vérifiant seulement les conditions énoncées dans mon mémoire sur les Méthodes de Neumann etc. L'assertion énoncée au début de ce mémoire est donc justifiée.

---

19. M. K. Kostanecki présente le travail de M. F. KRZYSZTAŁOWICZ: **Porównanie histologicznych cech wysypek kiłowych ze zmianami klinicznie do nich podobnemi.** ***(Les caractères histologiques des syphilides en comparaison avec des dermatoses cliniquement semblables).*** *(Die histologischen Merkmale der syphilitischen Eruptionen im Vergleich mit den klinisch ähnlichen Dermatosen).*

Les recherches microscopiques m'ont donné les résultats suivants:

S y p h i l i s p r i m a i r e. Avant tout il faut remarquer, qu'il y a dans la coupe verticale du derme une infiltration qui va d'un côté de l'érosion à l'autre et qui se trouve, à un endroit du chorion, traversée à l'état normal par un plexus de vaisseaux sanguins, qui court parallèlement à la peau. De cette infiltration qui est, pour ainsi dire, la principale, sortent d'autres infiltrations qui sont beaucoup plus petites et qui, se dirigeant vers le haut, vont à la surface. En outre, on trouve aussi des rejetons qui s'étendent en largeur et en profondeur.

A un plus fort grossissement, il est facile de reconnaître que les infiltrations passent le long des vaisseaux, ce qui explique l'aspect microscopique que j'ai décrit plus haut; car à l'endroit de la section du réseau qui est parallèle à la surface de la peau, et dont les vaisseaux ont une lumière plus large que dans les papilles, l'infiltration est à coupe transversale mieux développée et plus visible; mais par contre, dans les endroits où les vaisseaux courent en sens presque perpendiculaire à la peau et sont un peu plus fins, l'infiltrat, à coupe verticale, est aussi plus fin.

On voit donc de nombreuses cellules d'infiltration occuper les parois des vaisseaux situés entre les faisceaux connectifs. Ces cellules disposées en cercles concentriques, entourent, comme d'un manteau, des groupes entiers de vaisseaux. En examinant d'une manière plus exacte, on peut remarquer sur un vaisseau d'un calibre un peu plus grand, que les cellules d'infiltration occupent les tuniques externes (adventice) et moyennes sur lesquelles elles pèsent quelquefois tellement que la lumière des vaisseaux en est rétrécie et que l'endothélium, qui peut être un peu enflé, s'enfonce toujours davantage à l'intérieur. Je dois donc me borner à parler du rétrécissement de la lumière, occasionné par l'épaississement des parois vasculaires, car je n'ai pas observé d'oblitération dans l'intérieur des vaisseaux.

Il est aussi très important de signaler cette particularité que l'on voit beaucoup de capillaires dans l'infiltration et qu'il semble que c'est par eux que commence l'infiltration. En général, les artères paraissent être plus infiltrées que les veines, et les vaisseaux lymphatiques ne prennent pas une part active à ce processus.

L'infiltration, qui a lieu dans les parois sanguines, se compose principalement de cellules qui se distinguent des cellules environnantes par des caractères spéciaux. Ces cellules ont un grand noyau ovale, de forme régulière; leur protoplasme est granuleux, peu considérable, ayant assez souvent la forme d'un nimbe mince qui n'est visible que d'un côté du noyau. Leur forme est presque toujours ovale ou ellipsoïde, mais aux endroits où elles forment des groupes et où elles sont resserrées dans les espaces interstitiels, elles présentent des surfaces écrasées et, par suite, de forme polygonale. Autour des vaisseaux où l'infiltration est plus abondante, elles sont plus petites et presque rondes; vers le haut, où elles sont moins nombreuses et moins resserrées, elles sont plus grosses et plus ellip-

soïdes. Unna les désigne sous le nom de cellules plasmatiques (Plasmazellen).

A côté de ces dernières, il existe d'autres cellules qui en diffèrent beaucoup: elles ont plus de „spongioplasme" que de „granoplasme", et elles sont de forme et de grandeur différentes. Quand on se préoccupe des prolongements de ces dernières cellules, on peut observer qu'elles communiquent les unes avec les autres par des prolongements fibrillaires qui forment un réseau dans les mailles duquel gisent des cellules plasmatiques.

Les mastzellen d'Ehrlich (les cellules granulifères de Browicz) sont très rares dans les infiltrats; mais elles sont un peu plus nombreuses autour d'eux et assez souvent en très grande quantité autour des vaisseaux, aux environs desquels l'infiltrat est très peu abondant.

Je n'ai observé des cellules géantes dans aucun des cas de chancre syphilitique que j'ai examinés, (Riesenzellen).

Ces faisceaux collagènes semblent être relativement normaux et leur nombre est toujours le même. Aux environs des vaisseaux où existe l'infiltrat, on voit, entre les rangs des cellules, des fibrilles collagènes très fines; les plus gros faisceaux sont repoussés à l'extérieur de l'infiltrat et ils sont un peu oedémateux. On peut dire la même chose des fibres élastiques qui accompagnent partout les faisceaux conjonctifs. Dans l'infiltration il n'y en a pas, mais dans les alentours on en voit en quantité normale.

Il n'y a presque pas du tout de leucocytes dans le stade primaire. On peut en voir en petite quantité sur la surface dépouillée d'épithélium et dans les colonnes épithéliales qui bornent l'érosion, sous forme de petits abcès.

Nous savons par expérience clinique que l'accident primitif est de règle excorié, et très souvent on voit un ulcère plus ou moins profond. Conséquemment l'aspect microscopique montrera aussi certaines lésions qui, d'après mon opinion, ont pour cause l'infection secondaire de la surface dermique privée de sa défense normale. Dans ces cas, la surface de la peau est ordinairement presque totalement dénuée d'épithélium, assez souvent jusqu'à la couche papillaire qui est oedémateuse et couverte de croûtes et dans laquelle on peut trouver encore çà et là des paquets d'épithèles ou des débris de follicules. Dans quelques cas aussi le tissu conjonctif des couches papillaires manque jusqu'à une grande profondeur, et le chorion est infiltré de sérum et de leucocytes; en quelques places il existe

des abcès plus ou moins grands où l'on peut trouver des staphylocoques en petite quantité. A cause du développement des abcès, les tissus périssent: on n'y voit ni le collagène, ni fibres élastiques; autour des abcès, les tissus sont oedémateux, et près des infiltrations spécifiques (autour des vaisseaux), ils contiennent des leucocytes qui se trouvent aussi dans l'intérieur des vaisseaux.

Après cette démonstration, il n'est par difficile d'expliquer l'aspect clinique de l'accident primitif avec les particularités trouvées sous le microscope. Le plus important caractère clinique de la syphilis primaire est l'induration que les auteurs mettent sur le compte de la densité de l'infiltration et de l'hypertrophie du tissu conjonctif; Unna attire aussi l'attention sur cette particularité, que c'est là que naissent l'infiltration des cellules plasmatiques (plasmone) et l'hypertrophie très accentuée du tissu conjonctif (fibrome) et que la pression de ces deux éléments l'un sur l'autre doit provoquer la formation d'une partie dure assez souvent cartilagineuse. L'aspect histologique explique suffisamment ce symptôme d'induration; mais il me semble qu'on ne peut pas passer sous silence cette circonstance que l'infiltration, en entourant les vaisseaux, en provoque le rétrécissement. En conséquence, l'afflux du sang est moins abondant et le reflux plus difficile; ce qui cause une dilatation des vaisseaux lymphatiques dans les parties supérieures.

Cette dernière particularité m'explique la facilité de l'origine des excorations sur l'infiltration. L'oedème de la partie supérieure de la lésion est cause que le moindre traumatisme peut déchirer l'épiderme oedemateux et lâche et produire une excoration par laquelle l'infection secondaire peut survenir très facilement, et, par cela même, produire dans certains cas de la suppuration et même de la nécrose. Je ne veux pas expliquer par l'infection secondaire seule l'origine d'ulcéres, non plus que les cas de gangrène et le phagadénisme qui se produisent chez les alcooliques, chez les individus tuberculeux, les reconvalescents, ou chez les vieillards, - mais chez tous ces sujets on peut soupçonner, presque avec certitude, qu'à côté de l'infection, certaines lésions, qui ne nous sont pas bien connues, se sont produites dans les vaisseaux, — car nous savons que chez ces individus l'artériosclérose commence assez sonvent très tôt.

Dans l'infection mixte, causée par deux virus, la syphilis et le chancre mou, on peut distinguer sous le microscope les caractères

de ces affections. Le centre de l'ulcére correspond dans ces cas au chancre mou: on y trouve beaucoup de leucocytes avec des détritus leucocytaires mêlés à des détritus du tissu conjonctif, les bords d'épithélium épaissi sont toujours saillants et l'infiltration occupe seulement les alentours de cette masse. L'infiltrat a un caractère syphilitique et occupe des vaisseaux autour desquels il y a des cellules plasmatiques, situées dans les espaces interstitiels, et beaucoup de cellules conjonctives hypertrophiques. L'ensemble fait une impression d'abcès à la surface ouverte, entouré comme d'une couenne par une infiltration d'un caractère syphilitique.

L'accident syphilitique primaire peut être plus ou moins microscopiquement voisin de lésions telles que: le chancre mou, le lupus vulgaire ulcéreux, l'épithéliome et enfin l'herpès génital.

La roséole montre au microscope les mêmes lésions dans le derme que les autres syphilides. On remarque une dilatation des vaisseaux, et, autour d'eux, une infiltration composée de cellules conjonctives et de rares cellules plasmatiques. On peut voir très souvent les canaux des glandes sudoripares encapsulés par l'infiltration, mais je ne peuse pas qu'elles participent activement à ce processus. Au contraire. je n'ai pas observé d'infiltration directe autour desglandes. non plus que dans les muscles du derme; mais il y avait toujours un rapport bien marqué entre l'infiltration et une des parois du vaisseau.

Enfin je veux encore attirer l'attention sur le nombre quelquefois surprenant des mastzellen qui se groupent le plus souvent dans les infiltrats initiaux. autour des follicules et des glandes sébacées.

Une roséole syphilitique peut être cliniquement semblable à diverses maladies cutanées qui se manifestent sous cette forme: la pityriasis versicolore, la pityriasis rosée Gibert et certaines formes de la séborrhée, que l'école viennoise appelle „herpes tonsurans".

La papule syphilitique constitue un type qui contient un groupe des manifestations cutanées qui se distinguent les unes des autres par leur forme, leur grandeur, ou par certains caractères cliniques spécifiques. Les cliniciens admettent donc certaines formes principales, telles que: syphilide papuleuse miliaire ou lichen syphilitique, — s. pap. leuticulaire. à larges papules, — papules suintantes, condyloma latum, — s. papulo-squameuse ou psoriasiforme.

Nous appelons **lichen syphilitique**, non seulement une pepite papule, mais toute papule dans laquelle, même macroscopiquement, on peut saisir un rapport entre elle et un follicule. L'infiltration cellulaire syphil. (cellules plasmatiques, cellules conjonctives) s'étend principalement de long des vaisseaux sanguins qui entourent un follicule et une glande sébacée, — mais, à côté, on voit des vaisseaux et des papilles voisines aussi infiltrés. Dans la partie supérieure de la peau, on observe au milieu d'infiltrats abondants des cellules géantes, et, aux bords, des mastzellen.

Je signale comme dignes d'attention les altérations des couches superficielles de l'épiderme; la couche filamenteuse est un peu hypertrophiée, mais la couche cornée est très visiblemont épaissie (hyperkératose). La totalité fait l'impression, abstraction faite de l'infiltration du derme, d'une hyperkératose fortement développée et causant des altérations dans les follicules et dans les glandes sébacées. Nous voyons dans ces cas des vaisseaux dilatés et l'infiltration de cellules plasmatiques et de cellules conjonctives autour des follicules et des glandes sébacées. On peut supposer que la syphilis provoquera l'infiltration spécifique dans ces endroits déjà anormaux, principalement autour des vaisseaux des follicules.

A cause de ce caractère d'agmination des infiltrats autour d'une follicule, le lichen syphil. peut ressembler par son aspect clinique aux autres lésions à cette place localisées, telles que:le lichen pilaire, le lichen scrophuleux, le prurigo et le pityriasis rubra pilaire.

La **grosse papule syphil.** est le type des manifestations syphiliques cutanées de la peau. Sous un faible grossissement, on peut reconnaître qu'une papule grosse est semblable à un accident primitif. Les mêmes infiltrats composés de cellules plasmatiques et de cellules conjonctives hypertrophiées, forment des manteaux autour des vaisseaux sanguins, lorsque les vaisseaux lymphatiques sont dilatés, principalement ceux de la couche papillaire. Ces infiltrats semblent être moins compacts, les cellules plasmatiques sont très visibles et assez souvent de fortes dimensions, et les lumières des vaisseaux ne sont pas si rétrécies que dans le chancre induré.

Les papilles dermiques sont oedemateuses et grossies, et, à leur surface, on observe des couches épithéliales moins abondantes, lorsqu'il se trouve entre les papilles des bourgeons d'épithélium très rétrécis. mais qui s'allongent dans la profondeur de la peau. Les cellules des ces bourgeons sont serrées, amincies, mais avec des

noyaux en division directe. En quelques places la couche granuleuse disparaît, la couche cornée contient des cellules plates nucléées, ce qui est un signe de parakératose et une cause de la desquamation des papules. Les papilles dermiques sont aussi altérées dans leurs formes par l'oedéme et l'infiltration, car, tandis qu'à l'état normal elles sont plus coniques, dans la papule syphil. leur sommet est élargi et de forme plus cylindrique. Par le fait même que j'ai mentionné plus haut, les bourgeons épithéliaux sont très probablement aussi déformés par une pression de ces deux éléments des tissus: les papilles et les bourgeons épithéliaux.

J'ai déjà dit que l'infiltration dans la papule est constituée exclusivement par des cellules plasmatiques et conjonctives hypertrophiées, et on ne peut voir le collagène et les fibres élastiques que çà et là entre les cellules d'infiltration, où ils se présentent sous la forme de fibres très fines — et toute la papule est comme un néoplasme composé d'infiltrats et de tissu hypertrophique. La dilatation des vaisseaux lymphatiques, la légère pression subie par les vaisseaux sanguins, l'amincissement de l'épithélium qui, par suite de la pression physique, s'étend sur une plus grande surface, l'allongement et l'amincissement consécutifs des bourgeons épidermiques qui pénétrent plus profondement dans le derme, — telles sont les causes qui donnent aux papules l'aspect caractéristique d'une saillie à consistance relativement molle et à surface lisse et brillante.

Presque tous les auteurs constatent dans les papules syphilitiques l'existence de cellules géantes: quant à moi, je n'en ai jamais trouvé dans les papules de la période secondaire, mais j'en ai vu dans les tubercules du stade tardif.

Cette papule, décrite plus haut, peut être de diverses grandeurs; son infiltration est plus ou moins abondante; mais elle est toujours composée d'une grande quantité de cellules plasmatiques et de cellules conjonctives hypertrophiées. Ces deux sortes de cellules groupées autour des vaisseaux est le symptôme dominant et très caractéristique de la syphilis, — la papule semble être le représentant le plus complet et le plus sûr de cette maladie, — c'est un symptôme sans complication d'une autre infection ou d'une maladie constitutionnelle.

Les leucocytes sont très rares dans la papule vraie; mais on les rencontre quelquefois en plus grande quantité. Ils sont situés entre les couches superficielles de l'épithélium, mais ils ne forment

ni vésicule, ni pustule à la surface. On doit par conséquent regarder ces cas comme des espèces voisines des formes pustuleuses.

La papule est une forme très banale de plusieurs maladies cutanées; les plus semblables aux papules syphilitiques sont les papules de lichen de Wilson, le lichen simple aigu (eczéma papuleux), le lupus vulgaire tuberculeux, le naevus mou et l'érythéme polymorphe.

Il n'est pas donteux qu'une papule condylomateuse syphil. ne soit une papule déformée par certaines circonstances qui agissent à l'endroit où elle se trouve. Sous l'influence de certaines conditions relatives à sa durée et à sa place, une papule peu saillante et de petite dimension peut augmenter de volume. -- la surface au commencement unie peut facilement s'excorier d'une manière plus ou moins considérable et même s'ulcérer.

Toutes ces papules, saillantes au dessus de la surface, montrent par la coupe un réseau de bourgeons épithéliaux plus ou moins épais et à mailles libres dans le tissu conjonctif. Ces bourgeons sont formés par une grande prolifération de cellules épineuses (acanthose). Sous cette papule, qui est formée de cellules épithéliales, il existe une infiltration de vaisseaux semblable à celle des papules syphilitiques et les vaisseaux lymphatiques sont dilatés. Ce dernier symptôme peut se voir aussi dans les espaces compris entre les bourgeons épithéliaux, où se trouvent aussi des infiltrats de cellules plasmatiques et conjonctives hypertrophiées autour des vaisseaux sanguins. Dans le voisinage de l'épithélium, se voient des mastzellen assez abondantes.

Les cellules épithéliales ne sont pas tout à fait normales. Dans les amas d'épithélium on peut voir, non seulement de grandes cellules bien développées, mais aussi des cellules étroites et serrées les unes contre les autres: les unes se colorent très exactement, les autres ont un protoplasme très dégénéré, quelques unes sont à division. Les espaces intercellulaires des parties inférieures sont presque normaux. ceux de la surface sont dilatés; en quelques endroits, il existe dans les parties superficielles de petits abcès qui renferment beaucoup de leucocytes. La surface d'une papule est couverte d'une croûte dans laquelle on voit des débris de cellules anormalement kératinisées, de nombreux leucocytes et du serum coagulé; çà et là, il y a de grands amas de staphylocoques.

La description qui précède peut s'expliquer facilement par l'action du virus syphilitique d'où résulte une papule à la surface de laquelle se produisent les phénomènes externes: le traumatisme, le ramollissement de l'épithélium, conséquence de l'augmentation de la chaleur et l'intrusion des microbes. Ces divers phénomènes produisent l'hypertrophie énorme de l'épithélium qui se défend de cette manière contre les bactéries. L'épithélium, dans lequel les microbes viennent, s'efforce de défendre les couches plus profondes et le derme, et c'est là l'office qu'il remplit dans l'organisme contre l'intrusion des microbes dans les parties plus profondes.

Quand l'infection dure plus longtemps, on voit entrer en ligne un nouvel élément de défense contre les microbes, c'est à dire les leucocytes. Ils se montrent donc en grand nombre dans les couches épithéliales superficielles, pour tormer, avec les cellules épithéliales mortifiées une croûte à la surface, et, par suite, on voit naître des abcès dans les couches superficielles.

Dans les régions, où les papules condylomateuses se placent le plus souvent (régions génitales et anales), on observe assez fréquemment une maladie cliniquement très semblable à cette dernière espèce de syphilides: c'est le molluscum contagiosum (acné varioliforme Bazin). Mais les différences anatomiques sont si visibles que le diagnostic histologique est certain.

Les papillomes génitaux bénins (condylomta accuminatum), qui se trouvent si souvent aux parties génitales et peuvent être cliniquement très semblables aux condylomes syphilitiques, ont aussi sous le microscope une grande ressemblance avec ces derniers.

La papule syphil. proriatiforme est bien connue cliniquement; sous le microscope on observe autour des vaisseaux des infiltrats qui embrassent ordinairement une plus grande aire. Le derme présente l'aspect de la papule syphilitique que j'ai décrite plus haut. Dans l'épiderme, on voit l'hyperplasie du corps muqueux (acanthose), les bourgeons épithéliaux s'avancent plus profondément dans les espaces interpapillaires et l'épiderme n'augmente pas sur les papilles oedemateuses; le stratum granulosum a presque disparu et les couches cornées sont formées de cellules qui ont conservé les noyaux, c'est à dire qui ne sont pas totalement kératinisées (parakératose). En quelques places, on peut facilement voir entre les couches cornées de petits abcès qui renferment des leucocytes peu nombreux.

Il est à présent facile d'expliquer la ressemblance d'aspect clinique de la syphilide psoriasiforme avec le psoriasis vulgaire. Cette dernière dermatose se distingue par le manque d'une infiltration semblable à celle que nous voyons dans les syphilides; bien qu'on observe aussi autour des vaisseaux un manteau de cellules conjonctives fusiformes.

Toutes les papules syphiliques que j'ai eu l'occasion d'explorer, accusent quelques altérations de l'épiderme et, tout au moins, une dilatation des espaces intercellulaires, ce qui est le signe de l'occupation de ces couches par l'oedème. L'infiltration autour des vaisseaux sanguins ne peut avoir lieu sans exercer une certaine influence sur les couches épithéliales voisines; pour ce motif, il n'est pas étonnant, que dans les papules vastes on voie des bourgeons longs, mais étroits, des cellules pressées et petites et une surface à kératinisation incomplète. C'est un signe, que l'épiderme n'augmente pas normalement à cause du développement de l'infiltration. Mais il faudrait donc supposer que, plus l'infiltration est grande et développée principalement dans les papilles, plus aussi les lésions des couches épithéliales sont grandes et intensives, et que, par conséquent, les lésions psoriasiformes ne devraient se développer que sur les grandes papules. L'exploration histologique donne la preuve du contraire et démontre que les deux processus du derme et de l'épiderme ne sont pas à un si haut degré dépendants. Au moyen du microscope j'ai trouvé, dans les papules psoriasiformes, des infiltrats petits et peu developpés, et les altérations des couches épithéliales y étaient très évidentes.

Les formes vésiculeuses et pustuleuses constituent un troisième groupe de syphilides. A cause de la ressemblance de ces diverses formes avec les autres dermatoses, on leur a donné les noms de ces dernières: l'acné syphil., la syphilide varioliforme, la syphil. impétigineuse, l'ectyma syphil., la syphil. rupioïde.

L'acné syphil., cliniquement si semblable à l'acné vulgaire, a l'aspect microscopique d'une pustule autour du poil, c'est à dire, de la pustule d'impetigo de Bockhart, provoquée par des staphylocoques. Il y a une vésicule superficielle, péripilaire, dont la coupole est formée d'une lame épidermique d'épaisseur variable et dont la cavité est remplie de leucocytes entassés et mêlés à des débris épidermiques. Au sommet de la pustule on voit des colonies de microbes. L'épiderme forme une cupule au fond de laquelle on voit

un manque d'épithélium, et, au-dessous, des fragments de tissu conjonctif, infiltrés de leucocytes. Au-dessous et autour de cette pustule, il y a des vaisseaux du derme dilatés et entourés de manteaux d'infiltration, pareils à ceux que j'ai décrits dans les autres lésions syphil.

La syphilide varioliforme et la s. impetigineuse montrent sous les couches cornées une phlyctène superficielle, plus ou moins grande, remplie de sérum et d'une certaine quantité de leucocytes, qui donnent à la vésicule une teinte plus ou moins jaune. C'est donc l'aspect de l'impétigo vulgaire de Tilbury Fox. Le plancher de la vésicule est rectiligne, et toutes les couches épidermiques situées au-dessous de lui sont oedémateuses, les espaces intercellulaires sont dilatés, et on y voit çà et là des leucocytes. Dans le derme, il y a, comme dans les autres manifestations syphilit., autour des vaisseaux une infiltration qui, comme l'infiltrat dans toutes les formes vésiculeuses ou pustuleuses, se distingue par la présence de leucocytes qui se montrent aussi dans les tissus voisins. Les papilles dermiques sont oedémateuses, les vaisseaux lymphatiques, bien que les vaisseaux sanguins soient dilatés. Le collagène et les fibres élastiques sont en bon état, malgré l'exsudation et l'oedème.

Enfin j'ai cherché dans toutes ces vésicules les microbes qu'elles contenaient, et, dans tous les cas, j'ai trouvé dans l'interieur des pustules des streptocoques ou des staphylocoques.

Quelques unes des pustules syphil. varioliformes appartiennent aux formes que j'ai décrites sous le nom d'acné syphil., mais elles sont plus grandes et plus profondes.

Nous voyons en clinique une syphilide ectymateuse qui se présente ordinairement sous la forme d'une croûte épaissie recouvrant une infiltration: lorsqu'on l'enlève, on aperçoit une ulcération plus ou moins profonde. Sous le microscope, on voit que cette croûte contient, à la surface quelques couches de cellules cornées sous lesquelles le sérum est mêlé avec une certaine quantité de leucocytes, de noyaux de cellules et de fibrine. Aux bords, on voit les couches épineuses oedemateuses et fortement épaissies, qui forment de grands bourgeons se dirigeant des bords vers le centre, en formant un enfoncement qui ressemble à un entonnoir. Sous cette croûte, il y a des papilles dermiques totalement dénuées d'épithélium; elles sont très oedemateuses et infiltrées de leucocytes. De plus, dans les environs de cette lésion, la dilatation des vais-

seaux et la présence d'un grand nombre de leucocytes sont un signe de l'intensité du processus inflammatoire. Par conséquent, les papilles, dénuées d'épiderme et baignant dans l'air leuco-séreux de la vésicule, sont creusées à la surface et forment un bas-fond cratériforme. Ces particularités permettent d'expliquer l'aspect clinique; la profondeur apparente s'explique par une prolifération d'épithélium aux bords de l'ulcère et par la direction que prennent les bourgeons limitrophes en forme d'entonnoir.

Dans l'entourage de l'ulcère, autour des vaisseaux on observe, des infiltrats syphilitiques, déja bien connus: les lumières des vaisseaux sanguins et lymphatiques sont dilatées et remplies de leucocytes qui se trouvent fréquemment aussi dans l'infiltration et aux alentours.

La rupia ne se distingue pas beaucoup, histologiquement parlant, de la lésion précédente. Son processus inflammatoire semble être plus intensif, ses bords plus infiltrés, les tissus plus oedemateux. L'infiltration, dans ces deux dernières formes de syphilides, n'est pas plus grande que dans les papules sèches, d'après ce qu'on peut couclure de l'aspect clinique; les infiltrats entourent les vaisseaux de petits manteaux composés de cellules plasmatiques, grandes et belles, dont le granoplasme semble être en moindre quantité qu'à l'ordinaire. Et l'abondance de l'oedème des tissus, le grand nombre de leucocytes qui se trouvent dans les vaisseaux dilatés et dans les tissus, donnent aux parties ambiantes et au fond de l'ulcération une consistance qui n'est pas dure, comme dans le chancre primitif, mais qui est molle, pâteuse. La même chose explique aussi la différence de l'aspect de l'un et de l'autre ulcère: dans le chancre induré, il existe le plus souvent une érosion superficielle, ordinairement la surface est dénuée d'épiderme, mais les papilles sont bien conservées, car on voit aux côtés de l'infiltration syphilitique une grande prolifération du tissu conjonctif, — dans la syphilide rupioïde, le manque de tissu se montre aux couches superficielles des papilles et l'épithélium proliféré se voit sur les bords de l'ulcération pénétrant dans la profondeur du tissu et donnant à l'ulcére l'aspect d'un manque de tissus, plus profond qu'il ne l'est en réalité.

La ressemblance clinique de ces dernières syphilides, l'ectyma et la rupia, avec l'ectyma vulgaire, est plus visible; ce qu'on peut expliquer par l'examen histologique; car, si on fait abstraction de l'infiltration syphilitique, les autres altérations du derme et de

l'épithélium ne se distinguent anatomiquement en rien. De même que j'ai établi qu'il existe de l'analogie entre la syphilide impétigineuse et l'impétigo vulgaire, de même, dans l'ectyma, les mêmes caractères histologiques appellent l'attention de celui qui examine l'ectyma syphilitique et non syphilitique.

Nous voyons donc que toutes les formes des syphilides vésiculeuses ou pustuleuses ne présentent pas d'autres caractères anatomiques principaux que les papules seches. Cette même infiltration. composée de cellules plasmatiques et de cellules conjonctives hypertrophiées et située autour des lumières vasculaires, caractérise toutes les lésions syphilitiques que j'ai décrites jusqu'a présent. Mais, dans les formes vésiculeuses ou pustuleuses, on voit aussi, à côté de la lésion principale du derme, des altérations de l'épiderme et quelquefois des parties superficielles de papilles. Il se produit même. dans certaines manifestations, des altérations spéciales épidermiques. dans lesquelles les lésions de l'épiderme. quoique ne formant pas de vésicules. rendent ces syphilides trés semblables aux dermatoses non-syphilitiques (psoriasis. seborrhée, condylome).

Et ici une question s'impose: Ces lésions additionnelles. ou. si l'on vent. ces complications des lésions principales. sont-elles la conséquence du virus syphilitique même? ou de conditions existant déja dans l'organisme avant l'infection? et, dans ce dernier cas. il faut encore déterminer si ces conditions dépendent de causes internes présentées par l'organisme malade? Ou enfin, si c'est l'infection externe qui a agi en même temps que l'éruption syphilitique secondaire?

L'examen de toutes les lésions syphilitiques démontre que les infiltrats qui entourent les vaisseaux sanguins sont caractéristiques pour ces manifestations et que les altérations superficielles de l'épiderme sont toujours secondaires et n'ont pas de rapport avec les lésions principales. Mais on ne peut pas nier que la structure et la localisation de l'infiltration syphilitique dans le derme ne puisse favoriser le développement des altérations dans les couches épithéliales.

Mais si le virus syphilitique seul était cause de ces lésions épithéliales, il faudrait admettre en lui une malignité spéciale, ou certaines conditions particulières, qui peuvent produire des altérations dans l'épithélium. Quant à la malignité du virus syphilitique. nous ne pouvons pas nous prononcer. car nous ne connaissons pas

le microbe de la syphilis. Et l'expérience clinique nous apprend quels sont les individus chez lesquels ces formes doivent apparaître. Nous savons en effet que, bien que les formes syphilitiques vésiculeuses ou pustuleuses se présentent très souvent chez les individus cachectiques, les tuberculeux, les alcooliques etc., il est possible de les observer aussi chez les individus bien portants, et de trouver aussi, chez les premiers, des papules larges, assez souvent peu abondantes et sans altération d'aucune sorte à la surface. De même, on peut affirmer que l'état général de l'organisme a une grande influence dans ce processus, mais les altérations de l'épithélium peuvent se produire aussi sans aucune espèce de diathèse, et, d'un autre côté, il est pourtant absolument nécessaire chez les cachectiques qu'il existe des conditions favorables pour que la naissance de ces lésions superficielles puisse avoir lieu.

En examinant toutes les syphilides dans lesquelles on trouve des altérations d'épithélium, on observe avant tout un symptôme très important: c'est que la gravité des altérations superficielles ne correspond pas à l'intensité, à l'étendue des lésions principales du derme. Dans certains cas, l'infiltration autour des vaisseaux peut être très étendue et très développée, tandis que les lésions épidermiques sont à peine visibles; dans d'autres cas, les altérations d'épithélium sont graves, et cependant les infiltrats rares et peu étendus en surface et en profondeur. Cela peut être une preuve que l'intensité des lésions syphilitiques qui existent dans le derme n'est pas la cause de ces complications.

La deuxième particularité, très importante dans cette question, est la structure histologique des vésicules et des pustules dans les syphilides. On trouve que la structure anatomique ne se distingue en rien de celles des lésions non-syphilitiques. La syphilide acnéïque est, comme l'acné vulgaire, une folliculide, mais sans les caractères spécifiques de cette dernière. La syphilide varioliforme a aussi assez souvent la même structure que l'acné, la folliculite ou l'impetigo pustuleux de Bockhart. La syphilide impétigineuse se ne distingue pas non plus dans sa structure de la vésicule de l'impétigo vulgaire de Tilbury Fox, qui consiste, d'après les nouvelles recherches de Sabourand, en une infection streptococcique et secondairement staphylococcique. Ainsi, dans les vésicules récentes, l'exsudation est leuco-séreuse, la vésicule est plus claire et, au moment de l'invasion des staphylocoques, l'afflux des leucocytes augmente.

On voit paraître une pustule et, par suite, une croûte épaisse qui caractérise l'ectyma. Si l'infection s'étend aussi sur les environs de cette croûte, une nouvelle vésicule naît autour de cette manifestation, par conséquent une nouvelle croûte circulaire se forme (rupia). Et ce processus peut agir autant sur la peau, à part cela normale, que sur l'infiltration syphilitique, par consequent l'impetigo, l'ectyma ou la rupia peuvent être syphilitiques ou non-syphilitiques.

Une forme clinique, l'ectyma profond a l'aspect microscopique d'une gomme superficielle. Il ne saurait être question ici d'une croûte née du dessèchement d'une vésicule superficielle, mais d'une mortification qui s'étend sur un certain espace de l'épithélium et des tissus sous-jacents.

Si ces altérations de l'épiderme dans les manifestations syphilitiques ne sont, comme je le suppose, qu'une complication des lésions principales, on doit trouver dans les coupes les mêmes microbes que dans les lésions analogues non-syphilitiques. Et j'ai observé dans ces vésicules et pustules syphilitiques toujours les streptocoques ou les staphylocoques. Bien qu'alors je n'aie pas fait de recherches bactériologiques in vivo, cette rencontre de microbes ne peut être sans une grande valeur. La plupart des syphiligraphes affirment qu'une vésicule déjà existante peut être atteinte par l'infection secondaire. Il faudrait par conséquent en conclure que toutes les vésicules et toutes les pustules analogues non-syphilitiques peuvent naître sans aucune infection externe, ce qui est en contradiction avec l'expérience histologique et avec les recherches bactériologiques, faites sur les altérations épithéliales.

Dans l'histopathologie de la peau, nous connaissons en général, — si je puis m'exprimer ainsi — deux sortes de vésicules. Les unes siègent à la superficie, le plus souvent sous la couche cornée et quelquefois dans la couche épineuse; elles se développent lentement et vont de la surface à la profondeur de l'épithélium. Les autres naissent rapidement dans la couche épineuse ou sous l'épiderme elles sont alors profondes et à cavité multioculaire, provoquée par l'afflux du sérum entre les cellules épithéliales. Le premier type de vésicules donne: l'impétigo vulgaire et pustuleux, l'eczéma, la séborrhée, l'acné, les follicules et la trichophytie; — les vésicules du deuxième type forment: l'érythème bulleux, le prurigo de Hebra, la dermatite herpétiforme de Duhring, le zona, l'herpès labiale, enfin la variole et la varicelle. Nous savons déjà, grâce

à l'expérience clinique, que les vésicules du premier type sont dues à des causes externes et que celles du second type résultent de causes internes, fait qui est aussi affirmé par la structure histologique de ces vésicules. Si nous regardons par le microscope une pustule de variole, de varicelle, de zona et, en même temps, une pustule d'acné, d'impétigo ou d'eczéma, il se glisse une hypothèse qui aura presque tous les caractères de la certitude, c'est que ces dernières dermatoses ont pour cause une infection externe.

Lorsqu'on ne trouve dans les syphilides vésiculeuses ou pustuleuses que des vésicules ayant des caractères de celles qui ont été provoquées par l'infection externe, — je ne peux pas m'empêcher de faire cette hypothèse, que ce n'est pas le virus syphilitique, mais bien certaines conditions de la peau qui sont la cause des altérations de l'épiderme. Et ces conditions favorables au développement de ces lésions consistent probablement en une prédisposition de la peau à contracter certaines infections. Nous savons par expérience clinique qu'il est nécessaire pour provoquer un état morbide, non seulement qu'il y ait intrusion de microbes, mais aussi qu'il y ait une prédisposition momentanée ou certains caractères généraux. Il faut qu'il y ait par conséquent une prédisposition dans la peau, pour que l'infection externe puisse naître de la surface.

Les recherches cliniques nous apprennent que les syphilides pustuleuses paraissent le plus souvent chez les individus affaiblis, c'est-à-dire chez ceux où non seulement la nutrition des organes en général, mais aussi celle de la peau est insuffisante. Cette négligence de la nutrition doit avoir une plus grande influence, lorsque le virus syphilitique entre dans l'organisme et provoque autour des vaisseaux les lésions qui rendent la peau encore plus favorable à l'infection externe. Mais cette prédisposition peut aussi exister chez un individu vigoureux — et dans ce cas la syphilis provoque facilement cette infection secondaire sur ses manifestations — d'autant plus que la structure et la localisation de l'infiltration syphilitique dans le derme favorise le développement des altérations superficielles.

C'est une question de recherches par l'examen clinique d'une part quelles particularités offrent les individus chez lesquels on rencontre ces altéralions épidermiques, de quelles maladies constitutionnelles ils sont atteints, et, d'autre part, de quelle nature est l'infection externe qui provoque ces altérations. Jusqu'à présent on

peut maintenir avec toute certitude que certains états morbides de la peau, comme la tuberculose, l'hyperkératose, la séborhée et l'hyperhémie de la peau, influent sur la formation des manifestations syphilitiques cutanées. Par conséquent, de tout ce qui précède, on peut supposer que le virus syphilitique seul ne provoque pas les altérations de l'épithélium, mais qu'elles sont une conséquence de l'infection externe, — pour l'intrusion de laquelle il a existé une prédisposition dans la peau même, — prédisposition qui a lieu à cause de l'état général de l'organisme ou de l'état morbide de la peau, dans laquelle le virus syphilitique provoque par le développement des infiltrats une négligence dans la nutrition des tissus

Explication des planches.

Fig. 1. Syphilis primaire. Coloration: bleu polychromique et glycerinaether (Unna); faible grossissement: ocul. 1. obj. A A. Zeiss.
Fig. 2. Roséole syphilit., même coloration et grossissement.
Fig. 3. Syphilide papuleuse, même color. et gross.
Fig. 4. Papule saillante, condylomateuse, même color. et gross.
Fig. 5. Syphilide psoriasiforme, même color. et gross.
Fig. 6. Syphilide acnéiforme, même color. et gross.
Fig. 7. Syphilide ecthymateuse, même color. et gross.
Fig. 8. Gomme superficielle de la peau, même color et gross.
Fig. 9. Infiltration syphilitique (papule), même coloration; grossissement: ocul. 2. obj. DD. Zeiss.

---

20. M. K. Kostanecki présente le travail de M. H. HOYER: **O ciągłości włókienek kurczliwych w komórkach mięśnia sercowego.** ***(Ueber die Continuität der contractilen Fibrillen in den Herzmuskelzellen).*** *(Sur la continuité des fibrilles contractiles dans les cellules musculaires du coeur).*

Nach der Ansicht der älteren Histologen sollten die Muskeln aus sogenannten Primitiv-Bündeln oder -Fasern zusammengesetzt sein. Die Primitivbündel sollten wiederum aus einer Vielheit von Zellen bestehen, die bereits frühzeitig mit einander verschmelzen. Nachdem nun nachgewiesen worden war, dass ein Primitivbündel der Skeletmuskeln einer einzigen mehrkernigen Zelle entspricht, so war damit ein tiefgreifender Unterschied zwischen Skeletmuskeln und Herzmuskeln geschaffen. Durch fernere Arbeiten, besonders diejenige von Eberth wurde dann festgestellt, dass die Primitivbündel

des Herzens nicht aus verschmolzenen Zellen bestehen, sondern aus Zellen, die durch eine Kittsubstanz mit einander verbunden sind. Hiermit wurden die Herzmuskelzellen den Skeletmuskelzellen wieder näher gebracht, und zugleich wurde dadurch eine einheitliche Auffassung über den Aufbau der Muskeln im allgemeinen gewonnen. Von wesentlichem Einflusse auf diese neue Auffassung war die Einführung geeigneter Isolationsmethoden und der Versilberungsmethode in die mikroskopische Technik. Mittelst derselben wurde es auch möglich, die verschiedenen Formen der Herzmuskelzellen der verschiedenen Thiere genauer zu erkennen. So behielten denn auch die Beschreibungen der früheren Autoren betreffend die Form der Zellen, ohne dass irgend welche bemerkenswerthen späteren Beiträge geliefert worden wären, bis in neueste Zeit ihre Geltung.

Weniger einheitlich lauten die damaligen Ansichten über die Histogenese der Herzmuskelzellen. So beschreiben die Forscher, dass in den Herzwänden von Hühnerembryonen der ersten Bebrütungstage ein sehr feines aus quergestreiften Fibrillen gebildetes, Netzwerk besteht. Dasselbe stellt beim Zerzupfen Fragmente dar, die den „prétendues cellules musculaires ramifiées et anastomosées" entsprechen (Rouget). Andere (Eckhard) haben die Fasern ebenfalls genau beobachtet, leugnen aber die Existenz von Elementen, die einer Zelle ähnlich sehen. Weismann behauptet hingegen, dass das Herz des Hühnchens bei seiner ersten Anlage aus grossen, polygonalen embryonalen Zellen besteht, welche später Spindelform annehmen. Schliesslich können dieselben mit einander verschmelzen.

Erst in der letzten Zeit wurden die Untersuchungen der Herzmuskelzellen wieder von neuem aufgenommen, nachdem in den vorhergehenden Jahren die Forschung sich hauptsächlich der feineren Structur der contractilen Substanz und den Nervenendigungen zugewandt hatte. So beschreibt Browicz, dass die Kittsubstanz, welche die Muskelzellen des Herzens vom Menschen verbindet gestrichelt ist, und Przewoski erkennt in der Strichelung feine Fäden, welche zwischen den Fibrillen zweier an einander stossenden Zellen ausgespannt sind. Durch spätere Arbeiten anderer Autoren (Mac Callum) werden diese Angaben bestätigt, und die Verbindungsfäden als Intercellularbrücken anerkannt.

In einem anderen, neuen Lichte erscheinen die Herzmuskelzellen in der Mittheilung von V. v. Ebner, welche in der jüngsten Zeit veröffentlicht worden ist. Hiernach wären die bisher an-

genommenen Kittlinien zwischen den Muskelzellen nicht die Grenzen derselben, sondern „Verdichtungsstreifen, welche beim Absterben der Fasern in sehr wechselnder Zahl und Dicke infolge von abnormen Schrumpfungscontractionen auftreten“. Die wirklichen Enden der Muskeln liegen vielmehr an den Faserringen und an den Papillarmuskeln, und die contractile Substanz, d. h. die Fibrillen, verlaufen continuierlich durch die ganze Länge der netzartig zusammenhängenden Muskelfasern des Herzens. Auch zeigt v. Ebner an der Histogenese der Herzmuskelzellen, dass die contractilen Fibrillen von Anfang an über viele Zellen hin continuierlich auftreten, während quer abgestutzte Zellen niemals vorkommen. Auch an den Purkinje'schen Zellen tritt die Continuität der Fibrillen in gleicher Weise zu Tage.

Durch diese wichtigen Befunde werden die ursprünglichen Ansichten über den Bau des Herzmuskels, d. h. seinen Aufbau aus verschmolzenen Zellen, und die neueren Ansichten, welche die Selbständigkeit derselben vertreten, bis zu einem gewissen Grade vereinigt.

Als ich bei meinen Untersuchungen über die Histologie des Herzens die Purkinje'schen Zellen genauer studierte, beobachtete ich an Präparaten, welche nach Heidenhain mit Eisen-Hämatoxylin gefärbt waren, dass die intensiv schwarz gefärbten Fibrillen sich nicht streng an die Zellgrenzen halten, sondern über dieselben hinaus weiter verlaufen. Ich legte jedoch dieser Beobachtung damals keine weitere Bedeutung bei, weil ich mir über die Bedeutung der Purkinje'schen Zellen selbst nicht klar war und ich den Eindruck hatte, dass ich es hier mit abnormen Bildungen zu thun hätte. Erst als ich später an embryonalen Herzen die gleiche Wahrnehmung gemacht hatte, dass nämlich auch hier die Fibrillen ohne die Zellgrenzen einzuhalten, weiter verlaufen, begann ich jene erste Beobachtung entsprechend zu würdigen.

In der Fig. 1 ist ein Längsschnitt durch einen Strang von Purkinje'schen Zellen dargestellt, in welchem letztere zwar als gesonderte Territorien kenntlich sind, aber keine scharf umschriebenen Grenzen besitzen. Im Inneren der Zellen liegt in der Mitte entweder ein einzelner grosser bläschenförmiger Kern, oder derselbe ist gelappt, oder es sind zwei dicht neben einander liegende Kerne vorhanden. In der unmittelbaren Umgebung des einzelnen oder getheilten Kernes erscheint das Protoplasma stets lichter und unter

Fig. 1.

dem Bilde eines sehr feinen weitmaschigen Netzes. Obwohl der helle Hof um die Kerne an allen Präparaten stets sichtbar ist, so habe ich doch den Eindruck, dass derselbe hauptsächlich unter dem Einfluss der fixierenden Reagentien entsteht, indem sich einerseits der Kern und andererseits die consistenteren Randteile des Zellleibes stärker contrahieren. In den peripheren Theilen der Zelle liegen nun die contractilen Fibrillen, welche theils einzeln verlaufen, theils zu kleinen Bündeln angeordnet sind. In ihrem Verlaufe folgen die Fibrillen im grossen und ganzen der Richtung der Zellstränge und beschränken sich, wie gesagt, nicht auf die einzelnen Zellen, sondern überbrücken die Zellgrenzen und laufen in der nächsten Zelle weiter fort. Von diesen Längszügen der Fibrillen zweigen sich jedoch auch seitliche Aeste ab, welche in die anstossenden Nachbarzellen übergehen. Auf Querschnitten durch die Zellstränge sieht man daher auch ausser den punktförmigen Querschnitten der longitudinalen Fibrillen auch quer oder schräg verlaufende Fäserchen, welche die neben einander liegenden Zellen durchqueren. Die Fibrillen selbst setzen sich aus den von den Skeletmuskeln her

bekannten Theilen zusammen. In jeder Fibrille lassen sich die Streifen Z der Rollet'schen Bezeichnungsweise unterscheiden und eine durch die Streifen I von Z getrennte Querscheibe Q. Zuweilen ist auch noch mitten in der Querscheibe ein heller Streifen sichtbar, welcher die letztere in zwei gleiche Theilstücke zerlegt. — Wie anfangs erwähnt wurde, erscheinen die Grenzen der Purkinje'schen Zellen verschwommen, und zwar aus dem Grunde, weil sie von den die Zellen continuierlich durchziehenden Fibrillen verdeckt werden. Bei genauerer Untersuchung und bei tieferer Einstellung entdeckt man jedoch schärfer ausgeprägte Linien, welche den Zellgrenzen entsprechen und die hinter einander liegenden Zellkörper abtheilen. In der Fig. 1 sind dieselben angedeutet, und man sieht, dass sie sich ebenso wie in den ausgebildeten Herzmuskelzellen als gebrochene Linien darstellen. Ich halte diese Befunde für wichtig für die Beurtheilung der Bedeutung der Purkinje'schen Zellen. Auf Querschnitten durch die Zellstränge treten die Grenzen der einzelnen Zellen weit deutlicher hervor, weil die die Zellen verbindenden Querfibrillen viel spärlicher sind als die Längsfibrillen. — Wie bekannt, liegen die Purkinje'schn Zellen unmittelbar unter dem Endocard. Sie sind daselbst in Form eines Netzes angeordnet, dessen gradlinig verlaufende Stränge grössere oder kleinere polygonale Felder umgrenzen. Die Zellsträge sind von einer bindegewebigen Hülle umgeben, die sich ohne Schwierigkeit injicieren lässt, wodurch das Zellnetz noch deutlicher zutage tritt. Von diesem oberflächlichen Netze lösen sich stellenweise Stränge ab, die in die Tiefe des Myocards eindringen. Es ist interessant dieselben weiter zu verfolgen, weil die sie bildenden Zellen in dem Maasse als sie tiefer liegen, immer mehr den Charakter von echten Muskelzellen annehmen, die bindegewebige Hülle allmählich verlieren und mit den umliegenden Muskelzellen in Verbindung treten.

Das Urtheil, welches ich mir auf Grund dieser Befunde über die Bedeutung der Purkinje'schen Zellen gebildet habe, würde folgendermaassen lauten: Die Purkinje'schen Zellen stellen in Entwickelung begriffene muskulöse Elemente dar, die in ihrem Längenwachsthum behindert worden sind, und sich daher mehr in die Breite und Dicke entwickelt haben. Nichts desto weniger haben sich in denselben contractile Fibrillen ausgebildet, welche an der Peripherie der Zellen gelagert von Zelle zu Zelle ununterbrochen verlaufen. Die Verlaufsrichtung der Fibrillen ent-

spricht der Anordnung der Zellen zu Strängen, dabei ist es nicht ausgeschlossen, dass auch Fibrillen in die seitlich liegenden Nachbarzellen übergehen und, wie ich vermuthe, in ihrer Anlage den zwischen echten Herzmuskelzellen bestehenden Anastomosen entsprechen. Die Fibrillen bilden allein die Verbindungsbrücken zwischen den einzelnen Zellen, während letztere im übrigen, besonders in ihren axialen Theilen von einander getrennt bleiben. Bei fortschreitendem Wachsthum des Herzens gehen die Purkinje'schen Zellen allmählich, namentlich in den tieferen Lagen, in Herzmuskelzellen über.

Die Structur der Purkinje'schen Zellen wurde im vorhergehenden eingehender behandelt, weil an denselben die Continuität der Fibrillen zuerst von mir beobachtet wurde, und ferner weil aus dem Dargelegten bereits hervorgeht, wie ich mir die Structur der Herzmuskelzellen und das Verhältnis derselben zu einander in der Textur der Herzwand vorstelle. Ehe ich jedoch meine Ansichten darüber auseinandersetze, mögen zunächst noch einige Beweise für die Existenz der continuirlichen Fibrillen angeführt werden.

In Ermangelung von geeignetem Materiale von Säugethierembryonen benutzte ich zur Untersuchung etwa 3 cm lange Larven von Fröschen, welche bereits vor einigen Jahren in Perenyi'scher Flüssigkeit fixiert und in Alkohol aufbewahrt waren. Aus denselben

Fig. 2.

wurden das Herz auspraepariert und Stücke der Atrienwände, die sehr dünne Häutchen darstellen, in toto nach der Heidenhain'schen Methode gefärbt. Die Bilder, welche derartige Präparate bei der Betrachtung von der Fläche bieten, sind überraschend. Man sieht

nämlich, wie Fig. 2 zeigt, ausserordentlich lange, über das Gesichtsfeld des Mikroskopes hinausreichende ununterbrochene Fibrillenbündel, welche sich in den verschiedensten Richtungen überkreuzen. Die Fibrillen erscheinen in eine sehr fein granulierte Masse eingebettet, in welcher man nicht die geringste Spur von Zellgrenzen wahrzunehmen im Stande ist. Nur die Anwesenheit von grossen Kernen spricht für die Anwesenheit von Zellen. Wenn auch das Verfolgen einer einzelnen Fibrille auf weitere Strecken immerhin noch erschwert ist, so lässt sich doch so viel sagen, dass die einzelnen als continuirlich erkennbaren Stücke der Fibrillen die Länge der durch die gebräuchlichen Reagentien isolierbaren Zellen recht bedeutend übertreffen. Nach Pohl-Pinkus beträgt die Länge der Herzmuskelzellen beim erwachsenen Frosch 200—350 μ. Die Messung der continuierlichen Fibrillen bei den Froschlarven ergab Werthe, welche zwischen 230 und 540 μ. schwankten. Dieselben würden also bezüglich der Länge mit den Zellen des erwachsenen Frosches übereinstimmen; zieht man aber in Betracht, dass es sich in dem vorliegenden Falle um junge Larven handelt, bei denen die vorderen Extremitäten noch unentwickelt sind, so wird man die Länge der Zellen um mindestens die Hälfte kleiner annehmen müssen.

Das Ergebnis der Untersuchung der Froschlarven ist um so interessanter, als hierdurch ermittelt worden ist, dass in den langgestreckten, spindelförmigen Herzmuskelzellen der niederen Wirbelthiere die gleiche Continuität der contractilen Substanz besteht, wie in denen der Säuger, welche wir nunmehr näher betrachten wollen.

Bei Embryonen von Kaninchen, von denen ich leider nur ältere Stadien zur Verfügung hatte, stellen sich die Herzmuskelzellen im mikroskopischen Bilde als kurze Spindeln dar, deren präcise Abgrenzung infolge der zahlreichen von Zelle zu Zelle verlaufenden Fibrillen sehr schwierig ist. Ueberdies durchkreuzen sich dieselben so mannigfach, dass eine Entwirrung des feinen Netzes kaum möglich ist. Immerhin konnte ich an einzelnen Fibrillen feststellen, dass sich dieselben über mehrere Zellen hinaus erstrecken, und bin überzeugt, dass bei der Untersuchung von weit jüngeren Entwickelungsstadien, in denen der Herzmuskelschlauch eben erst angelegt ist, eine bessere Einsicht in diese Verhältnisse erlangt werden könnte.

Untersucht man ferner Praeparate von Herzen von Kälbern oder Schafen an Längsschnitten, so erscheinen darin die Herz-

muskelzellen zu ausserordentlich langen Fasern ausgezogen, so dass man zuerst den Eindruck erhält, als hätten die Zellen inmitten des Myocards keine Enden, sondern endigten, wie es v. Ebner behauptet, an den Faserringen. Ich möchte die Möglichkeit einer derartigen Anordnung der Muskelzellen in den Herzen der Thiere nicht ganz von der Hand weisen; doch glaube ich andererseits bei eingehender Betrachtung der Praeparate stellenweise Querlinien gefunden zu haben, welche ich als Zellenden anzusprechen geneigt bin. Meist erscheint die ganze Faser an der betreffenden Stelle etwas eingeschnürt, aber die Fibrillen werden dadurch keineswegs unterbrochen, sondern gehen über die Einschnürung hinweg in die nächste Zelle über. Eine durchaus falsche Vorstellung von den Herzmuskelzellen beim Kalbe liefern Isolationspraeparate, sei es dass dieselben mittelst 33 % Kalilauge, sei es mit verdünnter Chromsäurelösung gewonnen wurden. Man erhält nämlich niemals die Fasern in ihrer ganzen Länge isoliert, sondern stets nur kürzere oder längere Bruchstücke, wie ein Vergleich derselben mit den Schnittpraeparaten lehrt. Die üblichen Isolationsmethoden liefern nach meinen Erfahrungen am Herzmuskel überhaupt sehr ungenügende Resultate, weil bei der Behandlung mit so stark wirkenden Reagentien, wie es die 33 % Kalilauge oder auch die Chromsäure nach längerer Einwirkung ist, die ohnehin schon bestehende Brüchigkeit der Herzmuskeln ausserordentlich gesteigert wird.

Wenn ich bei den Herzmuskelzellen für die Continuität der Fibrillen eintrete, aber den Zellen selbst eine bestimmte Länge zuzuschreiben geneigt bin (bezüglich der Gestalt der Muskelzellen der niederen Wirbelthiere liegen bisher zu unvollkommene Untersuchungen vor, auch geben meine Untersuchungen an Froschlarven keinen rechten Begriff von der Form der Zellen), so geschieht dies hauptsächlich auf Grund der Erfahrungen, welche ich an den Purkinje'schen Zellen gesammelt habe. Wir haben oben gesehen, dass sich in den Strängen der Purkinje'schen Zellen Zelle an Zelle reiht, und dass die Grenzen derselben theilweise erkennbar sind. In den tiefer liegenden Strängen gehen sie allmählich in Herzmuskelzellen über. Ihre weiteren Schicksale habe ich allerdings nicht verfolgt, doch ist es nicht recht fasslich, wie dieselben so weit auswachsen könnten, dass ihre Enden an die Faserringe zu liegen kämen. Vielleicht bilden die erst spät aus den Purkinje'schen Zellen sich entwickelnden Herzmuskelzellen eine Ausnahme von der v. Ebner

aufgestellten Regel. Mit der v. Ebner'schen Auffassung lässt sich meiner Meinung nach auch die Thatsache schwer vereinigen, dass nämlich am Annulus fibrosus die Herzwand sich ziemlich bedeutend verjüngt. Lägen sämmtliche Muskelenden dort, so müsste die Dicke der Wand am Faserring ziemlich den gleichen Durchmesser besitzen als in den anderen Herzpartien, was nicht der Fall ist.

Auf noch grössere Schwierigkeiten als bei Thieren stösst die Beurtheilung der Zellgrösse beim menschlichen Herzen, und zwar infolge der in oder zwischen den Zellen auftretenden zahlreichen Querlinien oder sogenannten Kittlinien. Von Ebner erklärt dieselben theils als abgerissene Perimysiumhäutchen theils als Verdichtungsstreifen, nicht aber als Zellenden. Bei meinen Untersuchnngen ist es mir allerdings noch nicht gelungen, Kriterien für die Beurtheilung der Kittlinien als Zellenden oder Verdichtungsstreifen oder endlich als Perimysiumhäutchen aufzufinden, doch lässt sich so viel feststellen, dass die Bilder, welche die Kittlinien geben, sich nicht

Fig. 3.

überall gleichen. Wie aus Fig. 3 zu ersehen ist, werden von den Kittlinien oft nur ganz kurze Stücke der Zellen begrenzt, und diese enthalten, was sehr wesentlich ist, m e i s t e n s k e i n e n K e r n. Ueberdies sieht man an den betreffenden Stellen fast stets auf der einen Seite der Kittlinie die Querstreifung der contractilen Substanz sehr dicht zusammengeschoben, auf der anderen Seite dagegen stark gedehnt (Fig. 3). Bei derartigen Bildern von Kittlinien hat

man es wohl sicherlich mit Verdichtungsstreifen zu thun, denn ganz ähnliche Bilder von localen Contractionswellen erhält man künstlich an Skeletmuskeln, wenn man dieselben mit heissen Fixierungsmitteln behandelt. Unter welchen Bedingungen aber diese Streifen am menschlichen Herzen entstehen, ist schwer zu sagen, doch ist es nicht wahrscheinlich, dass dieselben bereits beim Lebenden bestehen, weil kernlose Zellfragmente nach unseren bisherigen Erfahrungen auf die Dauer nicht lebensfähig sind. An anderen Stellen der Schnittpraeparate sieht man Kittlinien von dem Verhalten und in der Anordnung, wie dieselben bisher beschrieben und als Zellenden anerkannt worden sind, und ich glaube, dass dieselben auch als solche anzusehen sind. Sie unterscheiden sich von denen der Thiere insofern, als sie hier breiter, gleichsam auseinandergezogen erscheinen. Trotzdem sind die Fibrillen auch hier nicht unterbrochen und sind in extremen Fällen höchstens stark gedehnt. Sie würden die Strichelung der Kittsubstanz oder die Zellbrücken der Autoren darstellen. Beiläufig sei hier erwähnt, dass in den Herzen von Neugeborenen die Kittlinien spärlicher sind als beim Erwachsenen, hier aber die Continuität der Fibrillen deutlicher zu Tage tritt als beim Erwachsenen.

Beim Abschluss der obigen Erörterungen wäre noch die Frage zu erledigen, in welcher Weise man sich das Zustandekommen der Continuität der Fibrillen erklären könnte, da ein Einwachsen einer Fibrille in die Nachbarzelle nicht recht denkbar ist. Jensen erwähnt in seiner Arbeit „Ueber individuelle physiologische Unterschiede zwischen Zellen der gleichen Art", dass die aus einer Generation stammenden Tochterzellen von Orbitolites während ihrer jungen Entwickelungsstadien im Stande sind, sich mit einander zu vereinigen. Wenigstens fliessen die Pseudopodien eines Individuums mit denen eines anderen bei einer Begegnung leicht zusammen. In späteren Entwickelungsstadien scheint eine derartige Vereinigung fraglich zu sein. Ich glaube, dass man diese Beobachtungen auf die Gewebe der höheren Thiere wohl übertragen darf. Sobald sich in einem embryonalen Gewebe die aus der Theilung der Mutterzelle entstandenen Tochterzellen gesondert haben, so ist die Möglichkeit vorhanden, dass dieselben, falls sie mit einander in engem Contact bleiben, stellenweise mit einander wieder verschmelzen können. Es ist dies für die Herzmuskelzellen um so annehmbarer, weil dieselben in ihrem jüngsten Alter mit der Fähigkeit, sich zu

contrahiern, also mit einer Art von Eigenbewegung ausgestattet sind. Eine Vereinigung mittelst protoplasmatischer Fortsätze könnte wohl leicht stattfinden. Das Auftreten von contractiler Substanz im Protoplasma der einen Zelle könnte dann leicht einen ähnlichen Process in der mit ihr vereinigten Nachbarzelle auslösen und so fort. Ist aber einmal eine oder auch mehrere Fibrillen angelegt, so geht die weitere Vermehrung, wie Heidenhain gezeigt hat, durch Spaltung derselben vor sich.

Es sei hier zum Schlusse noch auf eine Analogie aufmerksam gemacht, die sich unwillkürlich aufdrängt, nämlich auf das ähnliche Verhalten von Nervenfibrillen und Muskelfibrillen. Schon früher hat einmal Apáthy den Satz ausgesprochen: „Die Nervenzelle findet in der Muskelzelle in jeder Hinsicht ihr Gegenbild“. Jetzt wird dieser Ausspruch noch verständlicher, da die Aehnlichkeit zwischen beiden sich noch vergrössert hat: Die in ektodermalen Zellen entstehende Nervenfibrille findet in gewisser Beziehung ihr Analogon in der in mesodermalen Zellen sich bildenden Muskelfibrille.

---

21. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Le Secrétaire dépose sur le bureau les dernières publications de la Classe:

E. Bandrowski. „O działaniu bromonitrobenzolów na parafenylenodwuamin“. *(La réaction des bromonitrobenzens sur paraphénylene-diamine).* — *(Ueber die Einwirkung von Bromnitrobenzolen auf Paraphenylendiamin).*

E. Bandrowski. „O działaniu stężonego kwasu azotowego na bromobenzol“. *(La réaction d'acide azotique conc. sur le brombenzen).* — *(Ueber die Einwirkung von conc Salpetersäure auf Brombenzol).*

A. L. Birkenmajer. „Marco Beneventano, Kopernik, Wapowski a najstarsza karta geograficzna Polski“. *(Marco Beneventano, Kopernik, Wapowski et leur collaboration à la plus ancienne carte géographique de la Pologne).* — *(Marco Beneventano, Copernicus, Wapowski und die älteste geographische Karte von Polen),*

T. Emilewicz. „O fenyliminach oksyacetofenonów“. *(Sur les phénylimines des oxy-acetophénones).* — *(Ueber Phenylimine von Oxyacetophenonen).*

L. Natanson. „O prawach tarcia wewnętrznego“. *(Sur les lois de la viscosité).* — *(Ueber die Gesetze der inneren Reibung).*

M. P. Rudzki. „O wieku ziemi“. *(Sur l'âge de la Terre).* — *(Ueber das Alter der Erde).*

A. Wróblewski. „O soku wyciśniętym z drożdży“. *(Sur le suc pressé de la levure).* — *(Ueber den Hefepresssaft).*

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem.-przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.

Kraków, 1901. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

5 Kwietnia 1901.

PUBLICATIONS DE L'ACADEMIE
1873—1900
Librairie de la Société anonyme polonaise

(Spółka wydawnicza polska)

à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« *Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires*, in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« *(Classe de philologie. Séances et travaux)*, in 8-vo, volumes II—XXXI (vol. I épuisé). — 238 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« *(Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux)*, in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XL, (vol. I. II. XIV épuisés, 61 pl.) — 256 k.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *(Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne)*, in 4-to, vol. I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). — 77 k.

»Sprawozdania komisyi językowej.« *(Comptes rendus de la Commission de linguistique)*, in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *(Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne)*, in 8-vo, 10 vol. — 57 k.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 4 k. Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski 6 k. Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 3 c. — Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *(Bibliothèque des auteurs polonais du XVI et XVII siècle)*, in 8-vo, 38 livr. 46 k. 40 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed Piekosiński. 20 k. — Vol. II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A. Sokołowski et J. Szujski; A. Lewicki 32 k. Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. Vol. IV, Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. — Vol. V, VII, Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński 20 k. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed. Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 10 k. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408—1530) ed. B. Ulanowski. 10 k. — Vol. XV, Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski. 6 k. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński; 6 k. — Vol VII, X, XIV, XVII Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 14 k. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski 4 k. — Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed V. Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 156 k.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546—1553. 10 k. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674, ed. Kluczycki. 20 k. —

Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (e archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674—1683 ed. Waliszewski. 30 k. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler. 30 k. — Vol. VI, Acta Regis Ioannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 10 k. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507—1795 ed. Piekosiński. 40 k. Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 10 c. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 6 k.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III—VI. — 102 k.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I, in 8-vo. — 15 k.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *(Anciens monuments du droit polonais)* in 4-to, vol. II—X. — 72 k.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 12 k. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 6 k. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507—1531 ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VII, Acta expedition. bellic. ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 12 k. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ulanowski. 16 k. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405—1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 6 k. — Vol. X, p. 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 2 k.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 8 k.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *(Mémoires)*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches, vol. I épuisé). — 170 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« *(Séances et travaux)*, in 8-vo, 33 vol. (241 planches). — 273 k.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *(Comptes rendus de la Commission de physiographie)*, in 8-vo, 29 volumes (III VI — XXXIII, 59 planches, vol. I. II. IV V épuisés). — 234 k. 50 h.

»Atlas geologiczny Galicyi.« *(Atlas géologique de la Galicie)*, in fol., 7 livraisons (35 planches) (à suivre). — 58 k.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *(Comptes rendus de la Commission d'anthropologie)*, in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 125 k.

»Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« (*Matériaux anthropologiques, archéologiques et ethnographiques*), in 8-vo, vol. I—III, (25 planches, 10 cartes et 60 gravures). — 20 k.

Świętek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« *(Les populations riveraines de la Raba en Galicie)*, in 8-vo, 1894. — 8 k. **Górski K.**, »Historya piechoty polskiej« *(Histoire de l'infanterie polonaise)*, in 8-vo, 1893. — 5 k. 20 h. »Historya jazdy polskiej« (*Histoire de la cavalerie polonaise*), in 8-vo, 1894. — 7 k. **Balzer O.**, »Genealogia Piastów.« (*Généalogie des Piasts*), in 4-to, 1896. — 20 k. **Finkel L.**, »Bibliografia historyi polskiej.« (*Bibliographie de l'histoire de Pologne*) in 8-vo, vol. I et II p. 1—2, 1891—6. — 15 k. 60 h. **Dickstein S.**, »Hoëne Wroński, jego życie i dzieła.« (*Hoëne Wroński, sa vie et ses oeuvres*), lex. 8-vo, 1896. — 8 k. **Federowski M.**, »Lud białoruski.« (*L'Ethnographie de la Russie Blanche*), in 8-vo. 1897. — 7. k.

»Rocznik Akademii.« *(Annuaire de l'Académie)*, in 16-o, 1874—1898 25 vol. (1873 épuisé) — 30 k.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« *(Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888)*, 8-vo, 1889. — 4 k.

Aug 9, 1901.

Nr 4. 1901.

12,229

BULLETIN INTERNATIONAL

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

DE CRACOVIE

CLASSE DES SCIENCES MATHEMATIQUES ET NATURELLES

AVRIL

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1901.

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADEMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.

III. CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

Nº 4. Avril 1901.

Sommaire: 22. M. NENCKI et J. ZALESKI. Sur les produits de la réduction de l'haemine sur sa constitution et sur celles de ses dérivés.
23. J. GRZYBOWSKI. La microfaune des grès des Carpathes. III. Les Foraminifères des couches à Inoceramus des environs de Gorlice.
24. E. GODLEWSKI et F. POLZENIUSZ. Sur la respiration des graines placées dans de l'eau et sur la production de l'alcool pendant la respiration.
25. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Séance du lundi 1. Avril 1901

PRÉSIDENCE DE M. E. GODLEWSKI.

22. M. L. Marchlewski présente le travail de MM. NENCKI et J. ZALESKI: **Produkty odtlenienia heminy, budowa jej i pochodnych.** *(Ueber die Reductionsproducte des Haemins, die Constitution desselben und seiner Abkömmlinge. Sur les produits de la réduction de l'haemine sur sa constitution et sur celles de ses dérivés).*

Bekanntlich sind die Eigenschaften und die Zusammensetzung des von L. Marchlewski und E. Schunck [1]) entdeckten Phylloporphyrins denen des Haematoporphyrins sehr ähnlich. Während letzteres die Formel $C_{16}H_{18}N_2O_3$ besitzt, ist die Formel des ersteren $C_{16}H_{18}N_2O$. Wie Marchlewski und Schunck annehmen, können beide Substanzen als verschiedene Oxydationsstufen einer und derselben Muttersubstanz betrachtet werden, sie könnten sich zu einander etwa so verhalten wie Purpurin zum Oxyanthrachinon. In der That haben wir [2]) nachgewiesen, dass Haematoporphyrin zwei Wasserstoffe enthält, welche durch Alkylgruppen ersetzt werden können, dass es demnach eine zweifach hydroxylirte Verbindung

[1]) Ann. d. Chem. 284, 81 und 290, 306.
[2]) Z. für physiol. Chemie 30, 428 (1900).

ist. Als nächste Aufgabe, die zugleich als eine der wichtigsten der modernen physiologischen Chemie erscheint, ewies sich die Umwandelung des Phylloporphyrins in Haematoporphyrin oder vice versa. Da erstes sehr schwer zugänglich ist, so wurden die diesbezüglichen Versuche mit dem Haematoporphyrin ausgeführt, und zwar wurde versucht, die Muttersubstanz desselben durch Reduction in Phylloporphyrin umzuwandeln. Hierbei wurde zwar das vorgesetzte Ziel nicht erreicht, dafür aber ein neuer Körper von interessanten Eigenschaften erhalten. Der Versuch wurde, wie folgt, ausgeführt: 5 gr. des rohen Acethaemins wurden mit 75 gr. Eisessig und 75 gr. Jodwasserstoffsäurelösung vom spec. Gew. 1.7 unter heftigem Schütteln auf dem Wasserbade erwärmt. Das Haemin löst sich dabei sehr schnell und die Lösung nimmt die Farbe von Haematoporphyrinlösungen an. Die klare Lösung wird in Wasser gegossen, wobei ein rother jodhaltiger Niederschlag erhalten wird, welcher beim Erhitzen mit Eisessig, Jodwasserstoffsäure und Jodphosphonium Jod verliert und in eine neue Verbindung übergeht, welche krystallisationsfähig ist und krystallisirte Verbindungen mit Alkalien und Säuren liefert. Dieser neue Körper soll mit dem Namen Mesoporphyrin bezeichnet werden, da seine Zusammensetzung der Formel $C_{16}H_{18}N_2O_2$ entspricht, und er demnach zwischen Phylloporphyrin und Haematoporphyrin fällt. Mesoporphyrin kann übrigens weit besser direct aus Haemin erhalten werden unter Umgehung der jodhaltigen Zwischenstufe, worüber im Original nachzusehen ist.

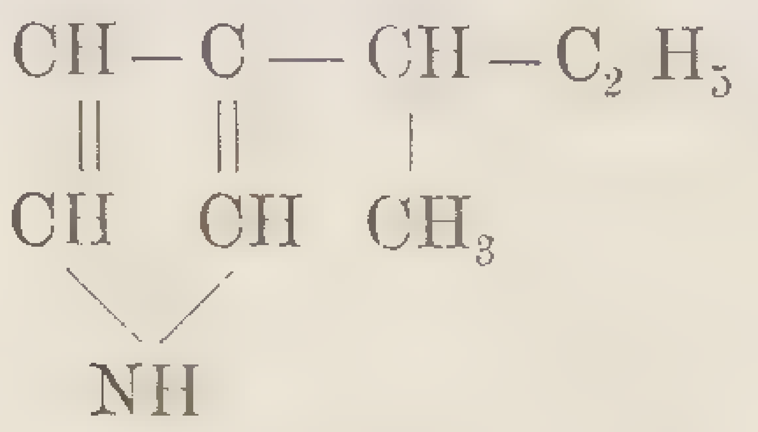
Mesoporphyrin zeigt dem Haematorphyrin ganz ähnliche Eigenschaften, es ist unlöslich in Wasser, sehr schwer in Alkohol und Aether, es schmilzt noch nicht bei bei 340°. Die alkalischen Lösungen haben eine rothbraune Farbe, die sauren ähneln dem des Haematoporhyrins. Es wurde ein krystallinisches Chlorhydrat erhalten, welches analysiert wurde, wie auch ein Nitrat. Mit verd. Salpetersäure eingedampft scheint es einer Zersetzung zu unterliegen, dabei einen neuen Körper von rother Farbe liefernd. Conc. Salpetersäure verursacht einen Farbenumschlag in grün. Aehnlich wirkt auch H_2O_2 bei Anwesenheit von Säuren, wobei grüne Krystalle erhalten werden.

Bei energischerer Reduction, also bei längerem Erwärmen der obigen Mischung, wird anstatt des Mesoporphyrins ein neuer sauerstofffreier Körper erhalten, der mit Wasserdämpfen flüchtig ist, welcher die Zusammensetzung $C_8H_{13}N$ besitzt und als Haemopyrrol bezeichnet werden soll. Haemopyrrol gibt eine schwer lös-

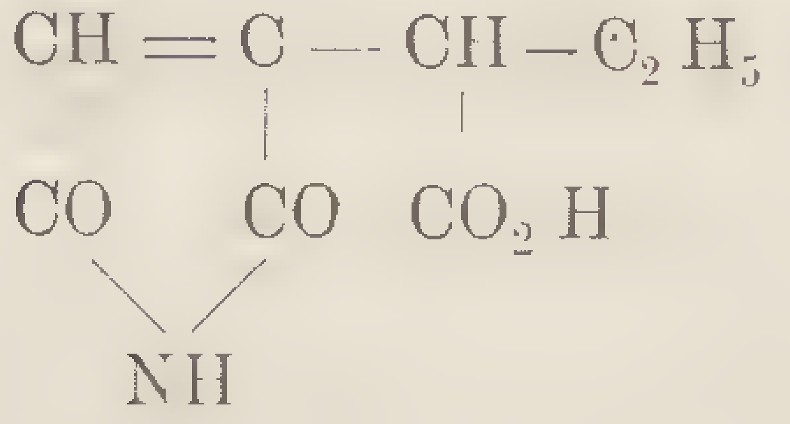
liche Verbindung mit Quecksilberchlorid von der Zusammensetzung $(C_8 H_{12} N)_2$ Hg $(Hg Cl_2)_1$ wie auch ein Picrat von der Formel $C_8 H_{13} N . C_6 H_2 (NO_2)_3 OH$. An der Luft färbt sich Haemopyrrol roth und der entstandene Körper zeigt ein Absorptionsspectrum, welches mit dem des Urobilins identisch ist. Im Organismus verwandelt sich Haemopyrrol ebenfalls in Urobilin um, wie zu erwarten war. Da Urobilin, oder richtiger Hydrobilirubin, durch Reduction von Bilirubin entsteht, nach Maly die Zusammensetzung $C_{32} H_{40} N_4 O_7$ hat, und dieses höchstwahrscheinlich isomer mit dem aus dem Blutfarbstoff enstehenden Urobilin ist, so kann die Oxydation des Haemopyrrols, wie folgt, formuliert werden:

$$4 C_8 H_{13} N + O_{13} = C_{32} H_{40} N_4 O_7 + 6 H_2 O .$$

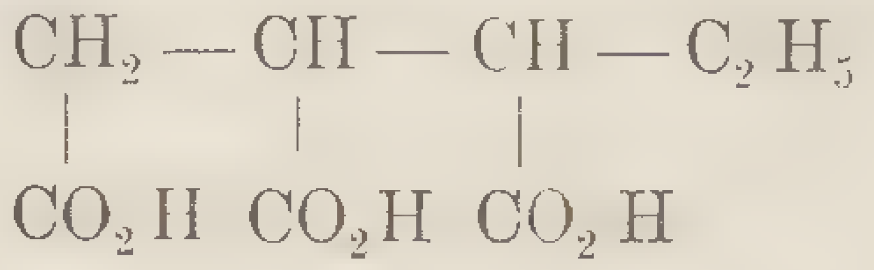
Bezüglich der Constitution des Haemopyrrols kann man in Anbetracht der Versuche von Küster in Bezug auf die Oxydationsproducte des Haematoporphyrins annehmen, es wäre ein Isobutylpyrrol:



Bei der Oxydation dieses könnte zunächst die Verbindung

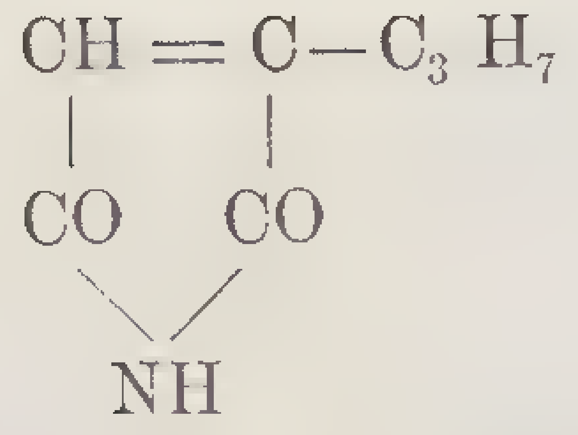


entstehen, welche das Imid der Aethylakonitsäure (Küsters Säure $C_8 H_9 NO_4$) vorstellen würde. Sodann kann man die Bildung der Küster'schen Säure $C_8 H_8 O_5$ vorhersagen und endlich auch die Säure

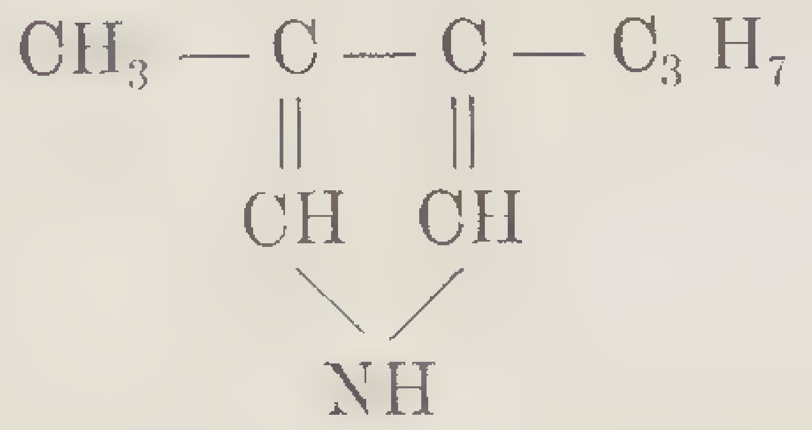


d. h. die Aethyltrikarballylsäure von Auwers.

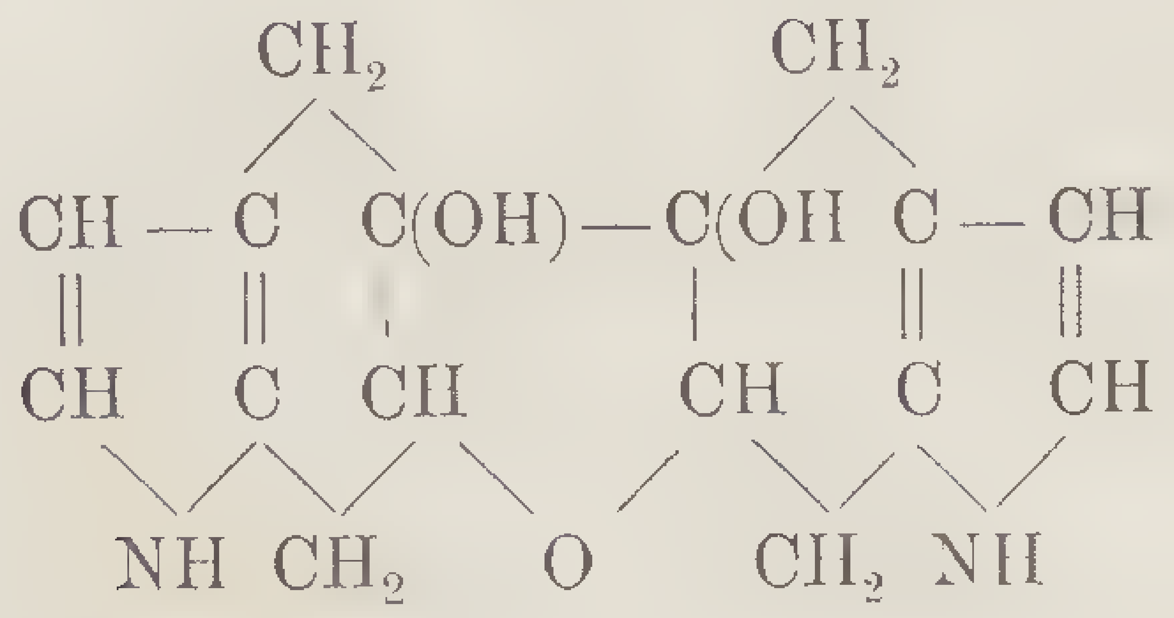
Durch Abspaltung von Kohlensäure könnte aus dem Imid der Formel $C_8 H_9 NO_4$ das Imid der Propylmaleinsäure gebildet werden:



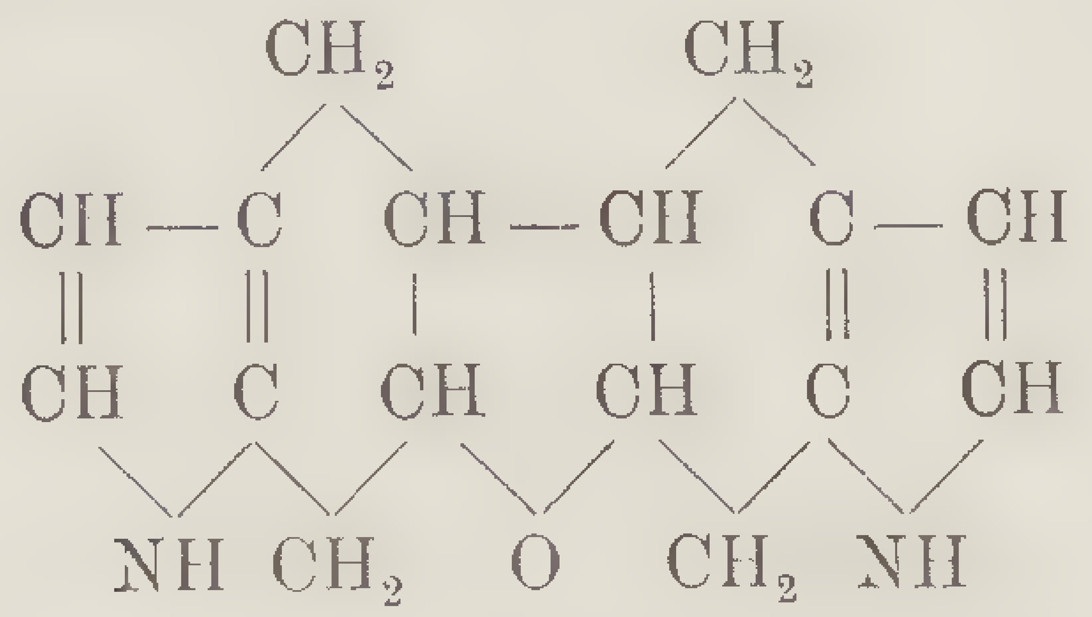
Küster nimmt zwar an, dass dieses Imid identisch ist mit dem der Methylethylmaleinsäure von Fittig. Ist diese Auffassung die richtige, so müsste Haemopyrrol als Methylpropyrrol aufgefasst werden:



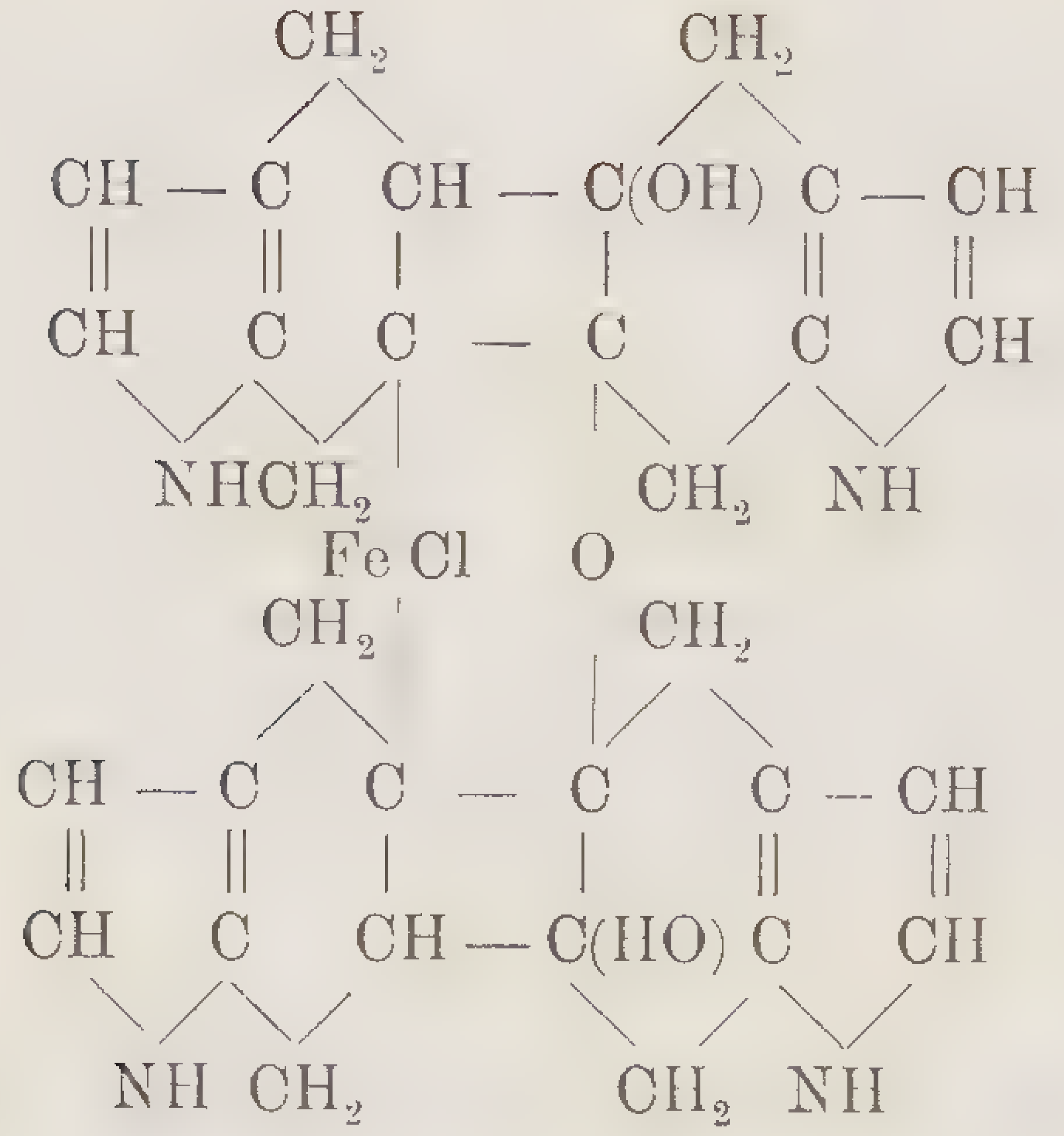
Je nachdem die endgiltige Constitutionsbestimmung des Haemopyrrols ausfallen wird, werden seine farbigen Derivate ebenfalls verschieden zu formulieren sein. Gesetzt Haemopyrrol ist Isobuthypyrrol, dann würde sich für Haematoporphyrin etwa die folgende Formel ergeben:



und für Phylloporphyrin:



Aehnlich kann man auch für Mesoporphyrin und Haemin schon jetzt Formeln ableiten. Letzteres könnte z. B. die Constitution:



Diese Formel würde zu einer im Vergleich mit der experimentell gefundenen Haeminformel um ein Wasserstoff reicheren Bruttoformel führen, was natürlich gut möglich ist.

---

23. M. L. Szajnocha présente le travail de M. J. GRZYBOWSKI: **Mikrofauna utworów karpackich. III. Otwornice warstw inoceramowych okolicy Gorlic.** (Mit Tafeln VIII, IX). ***(Die Mikrofauna der Karpathenbildungen. III. Die Foraminiferen der Inoceramenschichten von Gorlice).*** *(La microfaune des grès des Carpathes. III. Les Foraminifères des couches à Inoceramus des environs de Gorlice).*

Die Inoceramenschichten des Gorlicer Gebietes, die auch unter dem Namen der Ropianka-Schichten bekannt sind, bilden in dieser Gegend keinen zusammenhängenden Zug, sie tauchen vielmehr unter dem sie überlagernden Tertiaer in einzelnen hie und da zusammenfliessenden Inseln hervor, indem sie nur in tiefer eingeschnittenen Thälern an die Oberfläche gelangen.

Sie sind aus einer Wechsellagerung von strzolkaartigen Sandsteinen, grauen Thonschiefern und Thonen zusammengesetzt, und sind von rothen Thonen mit eingelagerten Nummulitensandsteinbänken überlagert.

Ueber das Alter der Inoceramenschichten herrschte längere Zeit eine lebhafte Discussion. Sie waren zuerst als untere Kreide

aufgefasst, gegenwärtig aber ist ihr obercretacisches Alter fast einstimmig anerkannt. Die Zugehörigkeit zur Kreide beweisen die darin mehrmals gefundenen Bruchstücke von Inoceramen, und ein in dieser Gegend gefundener näher nicht bestimmbarer Ammonit. Im analogen Complexe am Kahlenberge bei Wien wurde von Prof. Toula ein Acanthoceras Mantelli Sow. gefunden.

Die Thone und Thonschiefer enthalten eine wenn auch nicht sehr reiche Foraminiferenfauna. Die Untersuchung von 110 Schlammproben aus 8 Localitäten, und zwar darunter sowohl des Materials der Tagesoberfläche, als auch der aus verschiedener Tiefe (bis zu 460 m.) stammenden Bohrschmande ergab folgende Suite von 100 Foraminiferen.

Spiroloculina inclusa n. sp. s. s. Taf. VIII, Fig. 20.
simplex n. sp. s. s. Taf. VIII. Fig. 21.
fissistomata n. sp. s. s. Taf. VIII, Fig. 22, 23, 24.
occulta n. sp. s. s. Taf. VIII, Fig. 25.
complanata n. sp. s. s. Taf. VIII, Fig. 26.

Dendrophrya excelsa Grzyb. s.
latissima Grzyb. s. h.
robusta Grzyb. s. h.

Sorosphaera confusa Brady s. s.
Psammosphaera fusca Schultze s. s.
Saccammina sphaerica Brady s.
socialis Brady s.

Hyperammina nodata Grzyb. s. s.
subnodosiformis Grzyb. s. s.
sp. aff. subnodosiformis s. s. Taf. VIII, Fig. 5.

Rhabdammina abyssorum M. Sars. s. h.
subdiscreta Rzh. s. h.
linearis Brady s. h.

Reofax ovulum Grzyb. s.
lenticularis Grzyn. s.
difflugiformis Brady s. Taf. VIII, Fig. 4.
placenta Grzyb. s. h.
grandis Grzyb. s. s.
duplex Grzyb. s. h.

Reofax pilulifera Brady s. h.
guttifera Brady h.
elongata Grzyb. s. Taf. VIII, Fig. 2.
subnodulosa Grzyb. s.
ovuloides n. sp. s. s. Taf. VIII, Fig. 3.
adunca Brady s. s.
baccillaris Brady s. s. Taf. VIII, Fig. 1.

Haplophragmium agglutinans d'Orb. s. Taf. VIII, Fig. 8, 9.
canariense Brady s. s. Taf. VIII. Fig. 13.
turpe Grzyb. s.
fontinense Terq. h.
subturbinatum Grzyb. s. h.
Walteri Grzyb. h.
immane Grzyb. s.
deflexum n. sp. s. Taf. VIII. Fig. 10. 11.
horridum n. sp. s. Taf. VIII. Fig. 12.

Ammodiscus polygyrus Rss. s. h. Taf. VIII. Fig. 27.
angygyrus Rss. s. h.
tenuissimus Grzyb. h.
latus Grzyb. h.
Bornemani Rss. s.
Gorayskii Grzyb. s. Taf. IX. Fig. 13.
septatus Grzyb. h.
charoides Park. et Jon. s. h.
gordialis Park. et Jon. h.
serpens Grzyb. s. h. Taf. IX. Fig. 17.
demarginatus Grzyb. h.
irregularis Grzyb. h.
glomeratus Grzyb. s.
dubius n. sp. h. Taf. IX. Fig. 12. 14.
fallax Rzhk. s. s.
gorlicensis n. sp. s. s. Taf. VIII Fig. 28.

Webbina clavata Jon. et Park. h. Taf. VIII Fig. 6. 7.

Trochammina Carpenteri Grzyb. s.
pauciloculata Brady s.
intermedia Rzhk. h.
variolaria Grzyb. h.
coronata Brady h.

Trochammina subcoronata Rzhk. s. h.
contorta Grzyb. s. h.
elegans Rzhk. s.
deformis Grzyb. s. h.
Walteri Grzyb. s. s.
lamella Grzyb. s. s.
nucleolus Grzyb. s. s. Taf. IX, Fig. 11.
tenuissima Grzyb. h.
folium Grzyb. h. Taf. IX, Fig. 5, 9.
ammonoides n. sp. h. Taf. IX, Fig. 4, 15.
conglobata Brady r.
acervulata Grzyb. h.
heteromorpha Grzyb. s. h. Taf. IX, Fig. 6, 7, 8.
lituiformis Brady h.
Draco n. sp. s. s. Taf. IX, Fig. 10.
mitrata n. sp. s. s. Taf. IX, Fig. 3.
uviformis n. sp. s. Taf. IX. Fig. 1, 2.

Cyclammina suborbicularis Rzhk. s. h.
retrosepta Grzyb. s. h.
amplectens Grzyb. h.
gracilis n. sp. h. Taf. IX, Fig. 16.

Textularia trochus d'Orb. s. s.
subhaeringensis Grzyb. s. s.
aspera Brady s. s. Taf. VIII, Fig. 19.

Spiroplecta foliacea Rzhk. s.
spectabilis Grzyb. h.
brevis Grzyb. s.
Clotho n. sp. s. s. Taf. VIII, Fig. 18.

Bigenerina digitata d'Orb s. s. Taf. VIII, Fig. 14.

Clavulina parisiensis d'Orb. s. Taf. VIII. Fig. 17.

Gaudryina Reussi Hantk. h.
coniformis Grzyb. s. h.
tenuis Grzyb. s. h.
conversa n. sp. h. Taf. VIII, Fig. 15, 16.

Verneullina pygmaea Egger. s. s.
propinqua Brady s. Taf. IX. Fig. 18.

Globigerina bulloides h.

Den Hauptcharakterzug dieser Fauna bildet der vollständige Mangel an kalkschaligen Foraminiferen. Dieser Mangel kann nicht durch späteres Auslaugen der kalkigen Schalen erklärt werden, da in denselben Schichten mehrmals Globigerinenschalen, sogar in zahlreichen Exemplaren gefunden wurden. Die Globigerinen jedoch, die zum typischen Plankton gehören, konnten auch von Strömungen von Weitem her eingeschleppt werden, und bilden in der ausgesprochenen Bodenfauna der übrigen Foraminiferen ein fremdes Element.

Keine von den bekannten und zahlreichen Foraminiferenfaunen der Kreide, kann in dieser Hinsicht mit der Gorlicer Fauna verglichen werden. In allen übrigen sind die agglutinierenden und kieselschaligen Arten nur schwach vertreten, indem sie 6 bis höchstens 20% aller Arten liefern, und unter diesen bilden in der Regel die Textulariden den herrschenden Typus, von den Lituoliden sind sonst nur die Haplophragmien öfters zu finden.

Dagegen ist dieser in der Kreide befremdende Zug der Fauna ein Merkmal, das sie mit den alttertiaeren Foraminiferenfaunen der Karpathen in nahe Beziehung bringt. In der oligocänen Fauna von Wadowice und noch mehr in der eocänen Fauna von Potok kommt dieser Zug zur Ausprägung, indem in der ersten 52%, in der anderen sogar 85% aller Arten zu den agglutinierenden und kieselschaligen gehören. Wenn wir die 17 neue Arten der Gorlicer Fauna bei Seite lassen, so finden wir, dass 29% der Arten der Inoceramenschichten im Oligocän und 70% im Eocän von Potok vertreten sind.

Die umfangreichste der Foraminiferenfaunen der Kreide, die Fauna der alpinen Oberkreide von Bayern, zeigt unter 448 Arten 61% solcher, die ausschliesslich in der Kreide vorkommen, und nur 28% solcher, die zugleich in der Kreide und im Tertiaer sich vorfinden. Dagegen giebt es in unserer Fauna keine einzige auf die Kreide beschränkte Art, 8 von diesen leben von der Kreide an oder noch vorher bis jetzt, während die Mehrzahl der übrigen nur aus dem Tertiaer bekannt ist.

Es führt das daher zu dem Schlusse, dass die Inoceramenschichten von Gorlice eher zum Tertiaer als zur Kreide gerechnet werden sollten.

Der Annahme eines solchen Schlusses steht das Auftreten von Inoceramenbruchstücken in denselben Schichten im Wege. Wenn

wir nicht annehmen wollen, dass die betreffenden Inoceramen, auf secundärer Lagerstätte sich finden, so müssen wir den obigen Schluss etwas anders gestalten.

Wie bekannt, ist durch Nummulitenfunde festgestellt worden, dass die rothen Thone mit Nummulitensandsteinen, dem Obereocän angehören. Da die Foraminiferenfauna dieser rothen Thone, mit der der tieferen Schichten identisch ist, da sich diese rothen Thone bis zur Tiefe von 460 m. mehrmals wiederholen, so giebt es keinen Grund, eine Transgression zwischen Nummulitenschichten und den Inoceramenschichten anzunehmen. Die letzteren würden also einen einheitlichen Complex mit den obereocänen rothen Thonen bilden, und müssen dann mittleres, unteres Eocän, und ein Theil der oberen Kreide vertreten. Sie würden daher eine analoge Erscheinung wie die lybische Stufe der mittelländischen Provinz darstellen.

Unsere bisherigen Kenntnisse über die Inoceramenschichten anderer Gegenden Galiziens, stehen gar nicht im Wege, um unseren Schluss zu billigen. Die darin gefundenen Inoceramen beweisen nur ihre Zugehörigkeit zur Kreide und die in der Gegend von Dobromil festgestellte Transgression der Inoceramenschichten über die untere Kreide ist ein Argument, das für ihr obercretacisches Alter spricht.

Wenn wir jedoch berücksichtigen, dass auch untercretacische Ablagerungen der Karpathen Inoceramen enthalten, dass diese untercretacischen Schichten, durch das Alttertiaer bedeckt, sich weit in Galizien fortsetzen, dass die Inoceramenschichten über dieselben transgrediren, dass wir endlich mehrere notorische Funde kennen, wo Inoceramenbruchstücke zusammen mit Nummuliten, also augenscheinlich auf secundärer Lagerstätte, sich vorfinden, so dürfen wir die Eventualität, dass die Inoceramen in der Gorlicer Gegend auch auf secundärer Lagerstätte vorkommen, nicht kategorisch verneinen.

24. M. E. GODLEWSKI (sen.) et F. POLZENIUSZ présente son travail: **O śródcząsteczkowem oddychaniu nasion pogrążonych w wodzie i tworzeniu się w nich alkoholu.** (*Ueber die intramoleculare Athmung von in Wasser gebrachten Samen und über die dabei stattfindende Alkoholbildung*. (*Sur la respiration des graines placées dans de l'eau et sur la production de l'alcool pendant la respiration* [1]).

Literarische Uebersicht. Es ist längst bekannt, dass die verschiedensten Pflanzen und Pflanzentheile in einen sauerstofffreien Raum gebracht, dennoch fortfahren Kohlensäure zu bilden. Diesen Vorgang den man bekanntlich als intramoleculare Athmung bezeichnet, äussert sich bei verschiedenen Pflanzen nicht mit gleicher Stärke. Bei einigen ist die Menge der auf diese Weise entstehenden Kohlensäure ungemein gross, und ihre Bildung setzt sich lange Zeit fort, bei anderen ist sie sehr gering und hört binnen kurzem auf, indem die Pflanze in Ermangelung des Sauerstoffes bald zu Grunde geht.

Bei einer und derselben Pflanzenclasse findet man alle möglichen Abstufungen in der Befähigung verschiedener Arten zur intramolecularen Athmung. So findet man unter den Pilzen die höchste Ausbildung dieser Fähigkeit bei der Hefe, deren fermentative Thätigkeit eben als höchst entwickelte intramoleculare Athmung aufgefasst werden muss. Diese intramoleculare Athmung ist hier so stark, dass sie als hinreichende Energiequelle zur Entwickelung und Vermehrung der Hefezellen dienen kann. Auch noch einige Mucorineen wie Mucor racemosus [2], M. spinosus, M. circineloides [3], Amylomyces Rouxi [4] vermögen in einer glykosehaltigen Lösung durch fermentative Wirkung eine Energiemenge zu erwerben, welche eine mässige Entwickelung derselben ohne Sauerstoffzutritt zulässt, wenn auch die Gestalt der Zellen bei einer solchen Entwickelung bedeutend geändert wird.

[1]) Eine vorläufige Mittheilung über einige Resultate dieser Arbeit wurde im Juliheft 1897 dieses Bulletin veröffentlicht.

[2]) Brefeld. Landwirthschaftliche Jahrbücher B. V.

[3]) Gayon. Comptes rendus T. 86, S. 52.

[4]) Calmette citiert bei Effront „Die Diastasen und ihre Rolle in der Praxis"

Aber schon die nächsten Verwandten dieser Pilze, Mucor mucedo und M. stolonifer, können zwar noch eine gewisse fermentative Wirkung in einer glykosehaltigen Lösung ausüben, dieselbe ist aber bei weitem schwächer und reicht nicht dazu aus, um den Pilz zu irgend welcher Entwickelung zu bringen. Auch hört das Wachsthum dieser Mucorarten sofort auf, sobald der Sauerstoffzutritt ihnen entzogen wird [1]).

In allen oben genannten Fällen, sowohl bei dem Hefepilze wie bei den Mucorarten ist es erwiesen, dass die Kohlensäurebildung bei abgeschlossenem Luftzutritt auf der alkoholischen Gährung beruht, welche durch die bekannte Gleichung $C_6H_{12}O_6 = 2\,C_2H_6O + 2\,CO_2$ ausgedrückt wird.

Da nun Brefeld [2]), Müntz [3]), Elfving [4]) und andere nachgewisen haben, dass nicht nur Mucorineen, sondern auch verschiedene andere Pilze gewisse Alkoholmengen producieren, wenn kräftig entwickelten und reichlich ernährten Culturen derselben der Sauerstoff entzogen wird, so ist kaum zu zweifeln, dass die Eigenschaft, alkoholische Gährung zu erregen, bei den Pilzen sehr verbreitet ist und nur in Bezug auf den Grad ihrer Entwickelung verschiedene Abstufungen erleidet. Da nun mit der Befähigung der Pilze, Alkohol zu bilden, auch ihre Fähigkeit, in sauerstofffreiem Medium Kohlensäure zu entwickeln, Hand in Hand geht, so liegt es nahe anzunehmen, dass die intramoleculare Athmung der meisten Pilze (nicht der Bacterien) mit der alkoholischen Gährung identisch ist.

Nun ist aber auch längst bekannt, dass die Fähigkeit, Kohlensäure ohne Luftzutritt auszuscheiden d. h. intramolecular zu athmen, nicht nur den Pilzen, sondern auch den höheren Pflanzen zukommt. Zwar ist kein Beispiel mit Sicherheit bekannt, dass irgend eine höhere Pflanze oder ein Pflanzenorgan ohne Sauerstoff sich zu entwickeln vermöge [5]), doch ist die intramoleculare Athmung mancher höheren

[1]) Brefeld l. c.

[2]) Brefeld l. c.

[3]) Müntz „Recherches sur les fonctions des champignons. Agronomie, Chimie agricole et physiologie" par Boussingault T. VI. 1878

[4]) Elfving „Studien über die Einwirkung des Lichtes auf die Pilze" Helsingfors. 1890.

[5]) Wieler fand, dass Keimpflanzen von Heliantus annuus eine Zeit lang in einer Athmosphäre, welche nur 0.0003 Volumenproc. Sauerstoff enthält, wachsen können. Unters. a. d. bot. Inst. zu Tübingen 1883. Pfeffer „Pflanzenphysiologie" Leipzig 1897 I. S. 581.

Pflanzen so ausgiebig, dass dieselben in ein sauerstofffreies Medium gebracht, ebensoviel Kohlensäure producieren wie an der Luft [1]). In anderen Fällen ist wieder die Befähigung der Pflanze zur intramolecularen Athmung viel weniger entwickelt, so dass nicht nur im Falle eines gänzlichen Sauerstoffabschlusses, sondern auch bei erschwertem Luftzutritt die Kohlensäurebildung sofort sehr bedeutend herabgedrückt wird und manchmal auf ein ganz unbedeutendes Minimum sinkt.

Demnach finden wir, dass auch bei den höheren Pflanzen und bei Pflanzenorganen verschiedene Abstufungen in der Ausbildung der Befähigung zur intramolecularen Athmung zum Vorschein kommen.

Es fragt sich nun, ob auch die intramoleculare Athmung der höheren Pflanzen mit der alkoholischen Gährung identisch ist?

Es liegen in der Literatur eine Fülle von Beobachtungen und Versuchen vor, welche darthun, dass in verschiedenen Organen der höheren Pflanzen, wenn sie dem Sauerstoffzutritt entzogen werden, Alkohol gebildet wird.

Lechartier und Bellamy [2]) waren die ersten, welche spontane Alkoholbildung in den Früchten beobachtet haben. Von den Versuchen dieser Gelehrten sind für uns diejenigen besonders wichtig, bei welchen gleichzeitig die Menge der ausgeschiedenen Kohlensäure und des gebildeten Alkohols bestimmt wurde. Es sind Versuche mit Birnen, welche in einem abgeschlossenen Raume monatelang gehalten wurden. Die Resultate dieser Versuche sind in folgender Tabelle zusammengestellt. In der letzten Colonne dieser Tabelle sind die Verhältnisse des gefundenen Alkohols zur entwickelten Kohlensäure angegeben. Diese Verhältnisse wurden aus den Zahlen der Colonne 5 und 6 vom Referenten berechnet.

Aus den Zahlen der letzten Colonne ist zu ersehen, dass mit der einzigen Ausnahme des Versuches 2 die Menge des in der Frucht gefundenen Alkohols, der Menge der von ihr ausgeschiedenen Kohlensäure nahe zu gleich war. Ein solches Verhältnis entspricht

[1]) Wortmann „Ueber die Bedeutung der intramolecularen Athmung" Würzburg 1874. Chudiakow „Beiträge zur Kenntniss der intramolecularen Athmung" Landwirth. Jahrbücher 1894.

[2]) Lechartier und Bellamy. Comptes rendus hebd. T. 75. S. 784. T. 79, S. 949 und 1006.

N des Versuches	Dauer des Versuches in Tagen	Dauer der Kohlensäurebildung in Tagen	Menge der ausgeschiedenen CO_2		Menge des gebildeten Alkohols in Gr.	Menge des Alkohols pro 100 d. ausgeschiedenen CO_2
			in CC.	in Gr.		
1	149	72	1400	2.753	2.67	97.0
2	224	189	1448	2.926	1.828	62.1
3	225	173	2552	5.018	5.576	111.1
4	225	173	2424	4.766	4.464	93.7
5	236	169	1840	3.618	3.474	92.0

eben der alkoholischen Gährung, denn die bekannte Gleichung $C_6 H_{12} O_6 = 2 C_2 H_6 O + 2 CO_2$ verlangt auf 100 Kohlensäure 104.5 Alkohol. Nur das Resultat des Versuches 2 bildet in dieser Beziehung eine Ausnahme, da hier die Menge des Alkohols bedeutend geringer gefunden wurde (62.1 Alkohol auf 100 Kohlensäure), als nach der Gleichung der alkoholischen Gährung zu erwarten war.

Jedenfalls ist aus den angeführten Analysen von Lechartier und Bellamy der Schluss zu ziehen, dass wenigstens der Regel nach die intramoleculare Athmung der Birnen in ihrem Chemismus mit der alkoholischen Gährung übereinstimmt.

Lechartier und Bellamy haben auch eine Reihe von Versuchen über die intramoleculare Athmung gewisser Samen (Gerste, Rosscastanien) ausgeführt. Diese Versuche haben das merkwürdige Ergebnis geliefert, dass diese Samen theilweise gequollen, monatelang ohne Sauerstoffzutritt Kohlensäure aushauchen und dabei ihre Keimfähigkeit nur sehr langsam verlieren.

Die Alkoholbildung bei der intramolecularen Athmung der höheren Pflanzen wurde auch von Brefeld an verschiedenen Objecten studiert [1]).

Derselbe fand, dass Gerste- und Weizensamen in ihrem ersten Keimungsstadium in eine sauerstofffreie Athmosphäre gebracht, 5—6 Wochen lang Kohlensäure aushauchten, wobei sie eine Menge Alkohol, welche 2—3% ihrer Trockensubstanz betrug, gebildet haben Die Erbsensamen sollen sogar nach Brefeld 3 Monate lang Kohlensäure entwickeln unter Bildung einer Alkoholmenge, welche 5% der Trockensubstanz der Samen erreicht.

[1]) Brefeld „Ueber Gährung“ Landwirth. Jahrbüch. B. V.

Auch die Blätter, die Blüthen verschiedener Pflanzen, die verholzten Sprossstücke mancher Bäume, bildeten nach Brefeld in sauerstofffreier Athmosphäre Kohlensäure und Alkohol.

Müntz[1]) setzte Rebesprosse oder ganze Pflanzen von Rübe, Mais, Kohl, Cicorien. Nessel unter geräumige Glasglocken, wo er den Sauerstoff mit pyrogallussaurem Kali absorbierte. Nach 12 oder 24 Stunden wurden die Pflanzen beider Serien auf Alkohol untersucht. Es zeigte sich, dass in den Pflanzen der freien Luft kein Alkohol zu finden war, während diejenigen, welche unter den Glocken ohne Sauerstoff verweilt hatten, regelmässig eine gewisse Menge Alkohol enthielten.

Berthelot[2]) fand geringe Mengen Alkohol in dem Weizen auch dann, wenn derselbe sich im Freien unter normalen Bedingungen entwickelte. Bei Verwendung einer grösseren Menge Pflanzenmasse erhielt er 10 Gr. Alkohol, den er als Aethylalkohol identificierte. Derselbe war von Methylalkohol frei, dagegen mit höheren Alkoholen verunreinigt.

Devaux[3]) fand beim Studium der Athmung der verholzten Sprossen, dass die innere Athmosphäre derselben, namentlich wenn die Sprosse einer höheren Temperatur ausgesetzt wurden, an Sauerstoff sehr arm war. Auch fand Devaux, dass bei gewöhnlicher Temperatur das Verhältnis $\frac{CO_2}{O_2}$ bei der Athmung solcher Sprosse nahe zu $= 1$ war, dass es aber bald > 1 wurde, sobald die Athmung bei einer Temperatur von etwa 35°C verlief.

Durch diese Beobachtungen angeregt, untersuchte Devaux Sprossstücke verschiedener Bäume (Alnus, Quercus, Aesculus, Prunus, Corylus, Salix) auf Alkohol und fand denselben überall. Besonders namhafte Mengen Alkohol fand Devaux bei Sprossstücken, welche zuvor einige Stunden im Thermostaten bei 35°C gehalten waren.

Mazé[4]) beschreibt Versuche, von denen einige den von uns in der vorläufigen Mittheilung über die vorliegende Arbeit publicierten ähnlich sind. Er liess sterilisierte Erbsensamen in destilliertem Wasser

[1]) Müntz. Comptes rendus hebd. T. 86, 1878.
[2]) Berthelot. Comptes rendus T. 128, 1899 S. 1867.
[3]) Devaux. Comptes rendus hebd. T. 128. 1899.
[4]) Mazé. Comptes rendus hebd. T. 128, 1899, S. 1608.

liegen und bestimmte dann in diesem Wasser den von den Samen gebildeten Alkohol. Die Menge des gefundenen Alkohols betrug etwa 6·5% der ursprünglichen Trockensubstanz der Samen, wobei dieselben etwa 27% an Trockensubstanz verloren hatten.

Auch experimentierte Mazé mit bereits gekeimten Samen. 20 siebentägige Erbsenkeimlinge, deren Stengelchen bereits 2—3 Cent. lang waren, würden mit sterilisiertem Wasser übergossen. Sobald die Pflänzchen vom Wasser überdeckt waren, hörte ihre Entwickelung sofort auf und nach 5 Tagen enthielt das Wasser 0·13 Gr. Alkohol.

In einem anderen ähnlichen Versuche wurde auf die Keimlinge weniger Wasser gegossen, so dass nur ihre Samenlappen, Wurzeln und untere Stengeltheile ins Wasser tauchten, während die Stengelspitzen in die Luft ragten. Jetzt entwickelten sich die Sprösschen weiter zum Beweis, dass die diastatischen Processe auch ohne Sauerstoffzutritt in dem Samen vor sich gehen können.

Endlich fand auch Mazé in Uebereinstimmung mit Berthelot. dass auch in normal, in freier Luft, vegetierenden Pflanzen oft Alkohol enthalten ist. So fand er z. B. in 35 Gr. Rebeblättern 50—100 mgr. Alkohol.

F r a g e s t e l l u n g u n d M e t h o d e. Aus dieser kurzen Literaturübersicht ist zu ersehen, dass man sich bei dem Studium der intramolecularen Athmung damit begnügte, einerseits den Verlauf der intramolecularen Athmung unter Luftabschluss bei verschiedenen Pflanzen und unter verschiedenen Bedingungen zu studieren, anderseits die Alkoholbildung daselbst zu constatieren. Wenn auch vielfach der gebildete Alkohol quantitativ bestimmt wurde, so waren diese Bestimmungen nur bei den oben besprochenen Versuchen von Lechartier und Bellamy mit gleichzeitiger Bestimmung der gebildeten Kohlensäure verbunden. Und doch ist eben die Feststellung des Verhältnisses zwischen dem gebildeten Alkohol und der entwickelten Kohlensäure für die Erforschung des Chemismus der intramolecularen Athmung von allergrösster Wichtigkeit, denn nur dadurch kann entschieden werden, ob der Alkohol neben Kohlensäure das Haupt- oder nur ein Nebenproduct der intramolecularen Athmung bildet. Die Unsicherheit in dieser Beziehung bildet eine empfindliche Lücke unseres physiologischen Wissens, bei welcher alle Hypothesen über den Zusammenhang zwischen der normalen und intramolecularen Athmung keinen festen Grund haben können.

Diese Lücke wenigstens theilweise auszufüllen, wurde bei der vorliegenden Arbeit bezweckt.

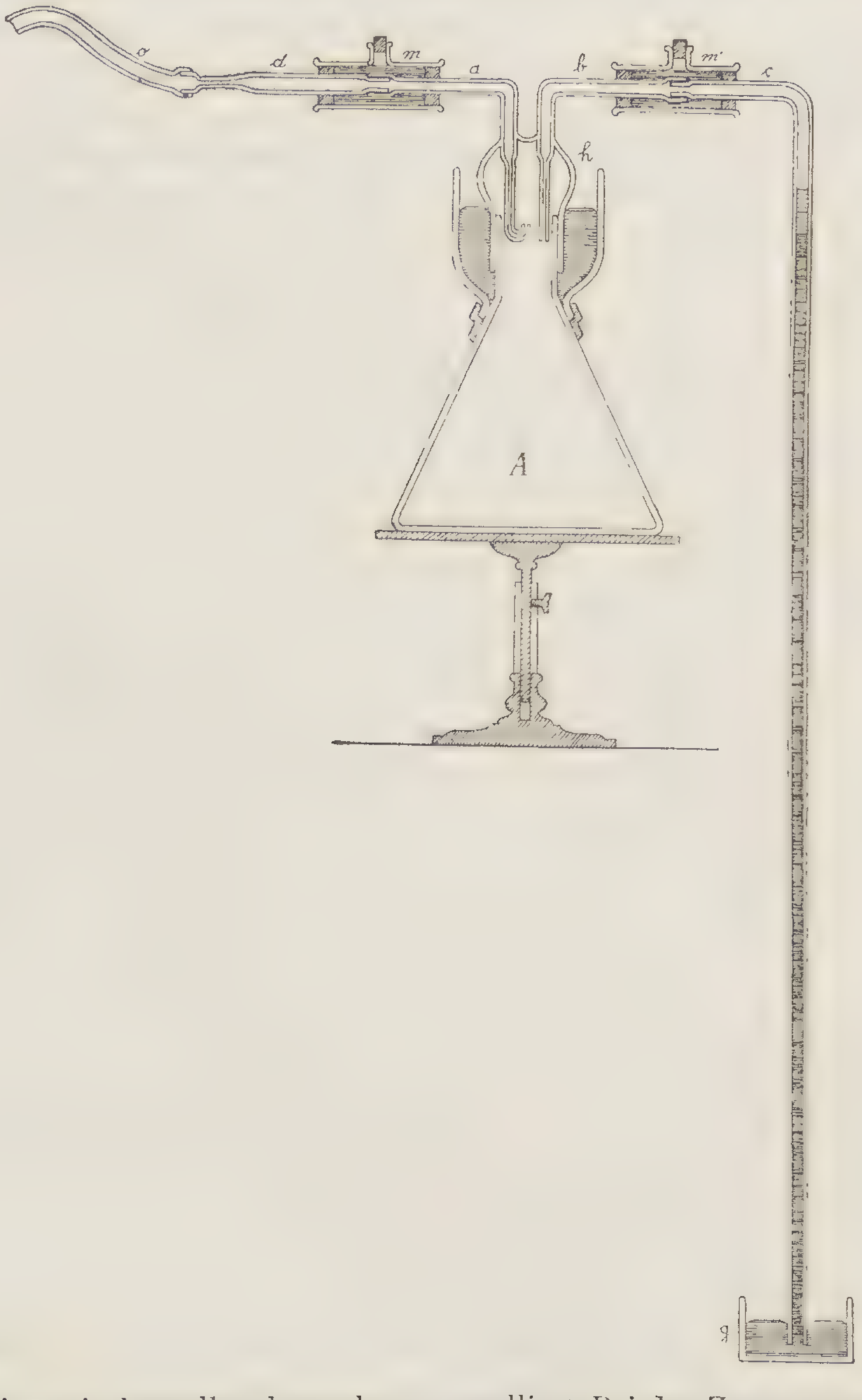
Die Verfasser haben bei ihren Studien das Hauptgewicht darauf gelegt, an demselben Objecte gleichzeitig den Verlauf der Kohlensäureentwickelung bei der intramolecularen Athmung zu studieren und den dabei gebildeten Alkohol zu bestimmen. Als Object für die Versuche dienten Samen, und zwar meistens Erbsensamen. Diese Samen wurden in ein geschlossenes und luftleer gemachtes Gefäss mit einer gewissen Menge destillierten Wassers gebracht und sich selbst überlassen. Von Zeit zu Zeit las man das Volumen der von den Samen entwickelten Gase ab. Am Schlusse des Versuches unterzog man die im Apparate angesammelten Gase einer Analyse und bestimmte den Alkohol in dem Wasser, in welchem die Samen während des Versuches verweilten.

Um endlich darüber ins klare zu kommen, ob ausser Kohlensäure und Alkohol noch andere bei 100°C. flüchtige Producte bei der intramolecularen Athmung gebildet werden, bestimmte man die Trockensubstanz der Samen sammt dem, was das Wasser aus denselben gelöst hatte. Durch diese Bestimmung wurde ermittelt, in wie weit der Verlust der Samen an Trockensubstanz mit der Summe der gefundenen Athmungsproducte (Alkohol + Kohlensäure) übereinstimmt. Die Differenz zwischen beiden Grössen, insofern sie nicht durch analytische Fehler entstand, würde die Menge der flüchtigen Nebenproducte bezeichnen.

Es ist fast selbstverständlich, dass bei derartigen Experimenten ein vollständiges Sterilbleiben des Versuchsmaterials während der ganzen Versuchszeit eine untentbehrliche Bedingung der Zuverlässigkeit der Resultate ist. Es ist von vornherein klar, dass, sobald irgend welche Mikroorganismen sich an dem Versuchsobjecte ansiedeln, man nicht mehr den reinen Effect der intramolecularen Athmung dieses Objectes zur Beobachtung bekommt, sondern einen gemischten Effect dieser Athmung und der Thätigkeit der Mikroorganismen. Es ist zu bedauern, dass man bei dem Studium der intramolecularen Athmung der höheren Pflanzen dieser möglichen Fehlerquelle bisher nicht genug Rechnung getragen hat.

Bei den Versuchen der Verfasser wurden sowohl die Samen als die Apparate auf das sorgfältigste sterilisiert. Ob die Versuchsobjecte wirklich steril geblieben sind, lies sich nach dem Klarbleiben oder Trübwerden des Wasser, in welchem die Samen sich

befanden. beurtheilen. Manchmal wurde noch nach Beendigung des Versuches das Sterilbleiben des Materials durch Impfung der Nähr-



gelatine mit demselben besonders controlliert. Bei der Zusammenstellung der Versuchsresultate wurden nur diejenigen Versuche berücksichtigt, bei welchen das Material bis zum Schlusse des Ver-

suches steril geblieben ist, dagegen wurden diejenigen, bei denen eine zufällige Impfung eintrat, und das Wasser irgend welche Trübung zeigte, als misslungen verworfen.

Als Versuchsgefässe wurden bei den vorliegenden Untersuchungen dieselben Apparate verwendet, deren sich einer der Autoren bei seinen Nitrificationsversuchen bedient hat[1]). Den Haupttheil des Apparates bildet ein conischer Kolben *A* aus dickem Glase, welcher von einem aufgeschliffenen Helm *h* geschlossen wird. Dieser Helm ist oben mit zwei eingeschliffenen und unter einem rechten Winkel gebogenen Röhren *a* und *b* versehen. In diese Röhren können zwei eingeschliffene Ansatzröhren *d* und *c* eingesetzt werden. Der absteigende Schenkel der unter rechtem Winkel gebogenen Ansatzröhre *c*, welche mit *b* verbunden wird, ist mit einer Millimeterscala versehen. Auf diese Weise giebt es an dem Apparate. wenn derselbe zusammengestellt ist, drei Schliffschlüsse: zwischen dem Halse des Kolbens und dem Helme, zwischen den Röhren *a* und *d* und zwischen den Röhren *b* und *c*. Alle diese Schliffe werden mit Quecksilber gedichtet. Zur Aufnahme des Quecksilbers am Halse des Kolbens dient ein Glaskragen, welcher mittelst eines Kautschukringes an den Kolben befestigt wird. Zur Aufnahme des Quecksilbers für die Dichtung der Verbindungsschliffe der Röhren dienen kleine Glasmuffeln *m* und *m'*. welche über die Schliffe geschoben werden. Diese Muffeln sind an beiden Enden mit durchbohrten, auf die zu verbindenden Röhren aufgesetzten Korken geschlossen. Seitlich ist jede dieser Muffeln mit einer Oeffnung zum Ein- und Ausgiessen des Quecksilbers versehen.

Will man am Schlusse des Versuches die Röhren auseinandernehmen, um den Apparat zu öffnen, so braucht man nur die Muffeln zu drehen, bis ihre seitliche Oeffnung nach unten zu liegen kommt, dann fliesst das Quecksilber von selbst aus den Muffeln heraus. Um die Bestimmungen der Volumina des sich im Apparate ansammelnden Gases zu ermöglichen, musste zunächst der Volumeninhalt des Apparates ein für allemal bestimmt werden. Dies geschah durch Wiegung des leeren Apparates sammt dem Helme und dann des mit destillierten Wasser gefüllten. Die Differenz zwischen diesen beiden Gewichten mit entsprechender Correctur

[1]) Godlewski „O nitryfikacyi amoniaku etc.“ Rozprawy Akad. Um. T. XXX. 1896.

für die Temperatur des Wassers giebt das innere Volumen des Apparates an. Der Volumeninhalt der Zuschussröhre *a* und *b* wurde mit Quecksilber bestimmt, auch die Millimeterscala an der Röhre *c* wurde mit Quecksilber calibriert.

Die Apparate, welche nach den Angaben des Referenten von der Firma Müller früher Geisler in Bonn hergestellt wurden, haben eine dreifache Grösse: ungefähr 900, 500, und 350 c. c. Volumeninhalt.

Der Gang des Versuches war folgender: man goss in den Kolben *A* meistens 100 c. c., selten 150 c. c. destillierten Wassers, stülpte den Helm, dessen Röhren mit Wattepfropfen geschlossen wurden, darüber und sterilisierte das Ganze im Autoclaven. Nach dem Erkalten (im Autoclaven selbst) öffnete man den Kolben, warf möglichst schnell die zuvor mit 1‰ Sublimatlösung sterilisierten Samen in denselben hinein, schloss ihn wieder mit dem Helme und setzte nach Entfernung der Wattepfropfen von den Röhren *a* und *b* dieselben mit den Ansatzröhren *d* und *c* in Verbindung. Die Röhre *d* wurde vorher etwas ausgezogen, damit sie bei endgültiger Schliessung des Apparates leichter abzuschmelzen wäre, die beiden Ansatzröhren wurden an der Flamme sterilisiert. Nach der Anbringung der Ansatzröhren wurden alle drei Schliffe mit Quecksilber gedichtet und das Ende der Röhre *c* (nach Entfernung des sie schliessenden Wattepfropfens) in eine kleine Glasschale *g* mit Quecksilber getaucht. Jetzt schritt man zur Evacuation des Apparates. Zu diesem Zwecke wurde die Röhre *d* mittelst einer Mischung von Lack und Terpenthin mit der Bleiröhre *o*, welche zu einer guten Sprengel'schen Quecksilberluftpumpe führte, luftdicht verbunden.

Jetzt setzte man die Pumpe in Bewegung und liess sie so lange wirken, bis die Höhe des Quecksilbers in der Röhre *c* und im Manometer der Pumpe nur noch um die der derzeitigen Temperatur entsprechende Tension des Wasserdamfes vom Barometerstande differierte. Da während des Pumpens Luftblasen eine Zeit lang beständig aus den Samen entwichen, so dauerte die Evacuierung des Apparates ziemlich lange, gewöhnlich etwa 2 Stunden. Nach beendigter Evacuation schmolz man die Röhre *d* an der ausgezogenen Stelle ab, wodurch der endgültige Abschluss des Kolbeninhalts nach aussen bewerkstelligt wurde.

Jetzt machte es schon keine grosse Mühe, den Gang der Kohlensäurebildung bei der intramolecularen Athmung der im luftleeren Raum des Apparates eingesperrten Samen quantitativ zu beobachten. Es ist klar, dass die aus den Samen entweichende Kohlensäure zunächst in das umgebende Wasser und dann aus demselben in den luftleeren Raum diffundieren musste, was natürlich das Sinken des Quecksilbers in der Steigröhre *c* zur Folge hatte. Man brauchte also nur die Höhe der Quecksilbersäule in der Röhre *c*, den Barometerstand und die Zimmertemperatur von Zeit zu Zeit abzulesen, um danach das jederzeitige Volumen des Gases im Apparate zu berechnen. Gewöhnlich hat man die Ablesungen täglich, manchmal nur alle paar Tage gemacht.

Wenn das Gasvolumen im Apparate sich nur wenig vergrösserte, oder wenn man den Versuch aus irgend einem anderen Grunde abschliessen wollte, schritt man zur Analyse des im Apparate angesammelten Gases.

Um eine Probe dieses Gases für die Analyse zu entnehmen, setzte man das zugeschmolzene Ende der Röhre *d* mit der Bleiröhre der oben erwähnten Luftpumpe in Verbindung, liess die Pumpe spielen, und wenn das Quecksilber im Manometer der Pumpe auf die Höhe des Barometerstandes gestiegen war, und das charakteristische Geräusch des fallenden Quecksilbers das Vacuum in der Pumpe anzeigte, setzte man ein mit Quecksilber gefülltes Eudiometer auf den Auslauf der Pumpe auf, brach mit einer Zange die abgeschmolzene Spitze der Röhre *d* ab, und lies durch weiteres Pumpen eine gewisse Quantität Gas aus dem Apparate in das Eudiometer steigen. Der Sicherheit halber hat man immer wenigstens zwei Gasproben aus dem Apparate entnommen und analysiert.

Durch diese Analysen stellte sich nahezu in allen Fällen das Ergebnis heraus, dass, wenn nur die Flüssigkeit im Apparate klar d. h. steril blieb, das angesammelte Gas im Eudiometer bis auf eine kleine Gasblase durch Kalilauge absorbiert wurde, woraus folgt, dass das von den Samen entwickelte Gas reine Kohlensäure war. Bei diesem Sachverhalte darf man annehmen, dass die während des Versuches abgelesenen Gasvolumina den Gang der Entwickelung der gasförmigen Kohlensäure bei der intramolecularen Athmung der im Apparate eingesperrten Samen zeigen. Aber die in gasförmigem Zustande im Apparate angesammelte Kohlensäure stellt noch nicht die ganze Menge der von den Samen gebildeten Kohlensäure dar.

Ein Theil dieses Gases muss ja im Wasser, in welchem die Samen liegen, gelöst bleiben. Um also den wirklichen Gang der intramolecularen Athmung der eingesperrten Samen kennen zu lernen, muss man den abgelesenen Gasvolumina die entsprechenden Mengen der im Wasser gelösten Kohlensäure hinzufügen. Die Menge der gelösten Kohlensäure braucht natürlich nicht erst analytisch bestimmt zu werden, sie kann leicht nach der Formel $a = \frac{\alpha v b}{0.76}$ berechnet werden. In dieser Formel bedeutet a die gesuchte Menge der gelösten Kohlensäure, α den Absorbtionscoefficienten des Wassers für Kohlensäure bei der betreffenden Temperatur, v das Volumen des Wassers im Apparate und b den Druck, unter welchem die Kohlensäure im Apparate steht.

Für die Alkoholbestimmung pipettierte man nach Oeffnung des Apparates eine bestimmte Menge Wasser, in wechem die Samen während des Versuches verweilten, ab und destillierte von ihr eine bestimmte Menge der alkoholhaltigen Flüssigkeit ab. Aus dem specifischen Gewichte des erhaltenen Destillates wurde die Menge des von den Samen gebildeten Alkohols berechnet. Das specifische Gewicht des Destillates wurde mit grösster Sorgfalt mit einem Piknometer unter Berücksichtigung der Temperatur bestimmt.

Sollte nach dem Versuche die Trockensubstanz der betreffenden Samen bestimmt werden, so wurden die Samen in einer Reibschale zerkleinert, von letzterer in eine kleine Porzellanschale unter Abspritzung mit Wasser quantitativ übergeführt, der Rest des Wassers aus dem Apparate sowie der Rückstand von der Bestimmung des Alkohols hinzugefügt, alles abgedampft, getrocknet und gewogen.

Wie erwähnt, wurden diese Trockensubstanzbestimmungen der Samen nach dem Versuche zu dem Zweck vorgenommen, um zu ermitteln, in wie weit der Trockensubstanzverlust der Samen mit der Menge der gefundenen Producte der intramolecularen Athmung (Alkohol + Kohlensäure) übereinstimmt. Damit aber ein solcher Vergleich ergeben könnte, ob neben Kohlensäure und Alkohol noch andere flüchtige Producte sich bei der intramolecularen Athmung der Samen bilden, war es nothwendig, an den Zahlen des unmittelbar gefundenen Trockensubstanzverlustes noch eine gewisse Correctur anzubringen. Wie zu hoffen war, und wie unser Versuch XIV

beweist, erfolgt die Bildung des Alkohols und der Kohlensäure in den Samen auf Kosten der Reservestärke. Daneben ist aber unmöglich anzunehmen, dass die Stärke eine directe Spaltung in Alkohol und Kohlensäure erleidet, vielmehr muss angenommen werden, dass dieselbe zuvor zu Glykose hydrolysiert wird und erst diese Glykose zur Bildung von Alkohol verwendet wird. Will man bei einer solchen Annahme die Menge der gebildeten $CO_2 + C_2H_6O$ mit dem Trockensubstanzverluste des zur Bildung dieser Producte verbrauchten Materials vergleichen, so muss man zu diesem Material nicht nur die verbrauchte Stärkemenge, sondern auch das von dieser Stärke bei ihrer Hydrolyse aufgenommene Wasser rechnen. Somit ist es angezeigt, dem gefundenen Trockensubstanzverluste der Samen, welcher die Menge der verbrauchten Stärke anzeigt, noch die Menge des Hydrolysewassers hinzufügen. Nimmt man an, dass die Hydrolyse der bei der intramolecularen Athmung verbrauchten Stärke nach der Gleichung $C_6H_{10}O_5 + H_2O = C_6H_{12}O_6$ erfolgt, so muss man die für den Trockensubstanzverlust gefundene Zahl um 10% vergrössern. Erst die auf diese Weise corrigierten Zahlen sind mit den gefundenen Mengen der gebildeten $CO_2 + C_2H_6O$ zu vergleichen.

Im Versuche XIV wurde anstatt der Trockensubstanz der Samen die Menge der in denselben übriggebliebenen Kohlenhydrate nach Verzuckerung derselben mit Fehling'scher Lösung bestimmt, um dadurch festzustellen, ob die intramoleculare Athmung sich wirklich auf Kosten der Kohlenhydrate vollzieht.

In einem anderen Versuche wurden wieder die Samen nach dem Versuche auf verschiedene Formen ihrer Stickstoffverbindungen untersucht, um dadurch zu ermitteln, in wie weit die intramoleculare Athmung mit gewissen Umwandlungen der Proteinstoffe verbunden ist.

Meistens befanden sich die Samen während der Versuchszeit in destilliertem Wasser, um aber zu entscheiden, in wie weit ein von aussen geliefertes Nährstoffmaterial ohne Luftzutritt von den Samen aufgenommen und zur intramolecularen Athmung verbraucht werden kann, wurden die Samen in einigen Versuchen anstatt in reines Wasser in eine Dextrose- oder Rohrzuckerlösung gebracht. Einmal liess man wieder die Samen in einer 1% Kalisalpeterlösung verweilen, um zu erfahren, ob der Salpeter durch die Thätigkeit der Samen reduciert werden kann.

Zahlenresultate.

Es wurden im Ganzen zwanzig gelungene Versuche ausgeführt, die übrigen, bei denen die Sterilisation misslang, und in der Versuchsflüssigkeit Bacterien sich entwickelt haben, sind als misslungen in das Verzeichnis nicht aufgenommen worden.

Die wichtigsten Zahlenresultate dieser Versuche sind in folgenden zwei Tabellen zusammengestellt. In der Tabelle I sind die Resultate der endgültigen Analysen zusammengestellt. Tabelle II soll den Gang der Kohlensäurebildung und die Intensität der intramolecularen Athmung bei verschiedenen Samen und bei verschiedener Temperatur veranschaulichen. In dieser Tabelle II sind die Kohlensäuremengen in C. c., welche von 1 gr. Samen in 24 Stunden gebildet wurden, angegeben.

(Siehe S. 241 und 242).

Chemismus der intramolecularen Athmung. Aus den Zahlen, welche in der Tabelle I zusammengestellt sind, ist zunächst das wichtige Ergebnis zu betonen, dass der Alkohol nicht ein Nebenproduct sondern neben der Kohlensäure das Hauptproduct der intramolecularen Athmung der Samen bildet. Mit wenigen Ausnahmen ist die Menge des gebildeten Alkohols derjenigen der ausgeschiedenen Kohlensäure nahezu gleich. Das ist aber ein Verhältnis, welches der bekannten Gleichung der alkoholischen Gährung fast genau entspricht. Denn die Gleichung $C_6 H_{12} O_6 = 2C_2 H_6O + 2CO_2$, verlangt auf 100 gr. Kohlensäure 104.5 Alkohol, während die Zahlen der Colonne 12, welche dieses Verhältnis angeben, meistens (in 7 Fällen auf 11 Versuche) zwischen 97.5—109.6 schwanken. In einem Falle (Versuch XIII) wurde auf 100 Kohlensäure 113.5 Alkohol gefunden, in drei Fällen (Versuch IX, XI und XIV) fand man weniger Alkohol als die Gährungsgleichung verlangt, denn auf 100 Kohlensäure nur 76—79·2 Alkohol. Es sind alles Fälle, wo die absoluten Zahlen ziemlich gering sind, wo also jeder analytische Fehler schwerer ins Gewicht fällt. Dabei ist noch zu berücksichtigen, dass bei dem Versuche XI, wo auf 100 Kohlensäure nur 76 gr. Alkohol gefunden wurde, die Samen in Salpeterlösung verweilten, und dass, da ein Theil dieses Salpeters reduciert wurde, es nicht unmöglich ist, dass der sich bildende Alkohol theilweise irgend eine Oxydation erfahren hat und infolge dessen in geringerer Menge in der Flüssigkeit sich vorfand. Sehen wir von diesen wenigen Ausnahmen ab, so ergiebt sich aus den Zahlen der Colonne 12,

Tabelle I.

Nr. des Versuches	Samen, mit welchem experimentiert wurde	Flüssigkeit, in welcher die Samen während des Versuches verweilten	Gewicht der Samen in Gr.	Dauer des Versuches in Tagen	Die Menge der ausgeschiedenen Kohlensäure in Gr.	Die Menge des gebildeten Alkohols in Gr.	Summe der ausgeschiedenen Kohlensäure und des gebildeten Alkohols in Gr.	Verlust der Samen an Trockensubstanz, corrigiert durch Zurechnung des Hydrolysewassers in Gr.	Differenz zwischen dem Verluste der Samen an Trockensubstanz und der Summe der gebildeten $CO_2 + C_2H_6O$		Die Menge des gebildeten Alkohols, wenn die Menge der ausgeschiedenen $CO_2 = 100$ gesetzt wird	Pro 100 Gr. der ursprünglichen Trockensubstanz der Samen wurde gebildet	
									in Gr.	in %		C_2H_6O	CO_2
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
I	Erbse	Wasser	7·224	17	0 6733	0·7137	1·387	1·6594	—0·2720	—16·4	106·4	11·1	10·5
II	"	"	7·464	21	0·7663	0·8400	1·6063	—	—	—	109·6	12·6	11·5
III	"	"	6·705	45	1·3587	1·3690	2·7277	2·7854	—0·0577	— 2·1	100·7	22·7	22·7
IV	"	"	3·072	42	0·6192	0·6210	1.2385	1·2828	—0·0443	— 3·4	100·3	22·7	22·7
V	"	2% Dextroselösung	3·292	32	0·6840	0·6741	1·3581	1·3429	+0·0152	+ 1·1	98·5	23·0	25·0
VI	"	2% Rohrzuckerlös	3·007	45	0·7637	0·7735	1·5372	—	—	—	101·2	28·9	28 8
VII	"	"	2·911	14	0·4578	0 4459	0·9037	—	—	—	97·5	16·8	17·7
VIII	"	Wasser	3·3038	7	0·2261	—	—	—	—	—	—	—	—
IX	"	2% Dextroselösung	3·527	26	0·6000	0·4632	1·0632	—	—	—	77·3	14·9	19·3
X	"	2% Rohrzuckerlös	3·144	20	0·6274	—	—	—	—	—	—	—	22·6
XI	"	1% Salpeterlösung	4·4985	12	0·2600	0·1695	0·4295	—	—	—	76·0	4·3	6·5
XII	"	Wasser	3·6848	34	0·5661	—	—	—	—	—	—	—	17·4
XIII	"	"	3·5215	31	0·4541	0·5154	0·9695	0·9445	—0·0245	+ 2·6	113·5	16 5	14 6
XIV	"	"	3·799	49	0·5233	0·4158	0·9391	1·0130[1])	+0·0774	— 8·2	79·2	12·5	15·7
XV	Pferdebohne	"	4·815	45	0·5184	—	—	—	—	—	—	—	12·0
XVI	Gerste	"	3·11	59	0·1107	—	—	—	—	—	—	—	4·0
XVII	"	"	5·500	63	0·3103	—	—	—	—	—	—	—	6·4
XVIII	"	"	3·266	24	0·1118	—	—	—	—	—	—	—	3·7
XIX	Ricinus	"	3·227	47	0·0160	—	—	—	—	—	—	—	0·57
XX	"	2% Dextroselösung	1·72	32	0·0176	—	—	—	—	—	—	—	1·4

[1]) Verlust an Kohlenhydraten nicht an Trockensubstanz.

Tabelle II.

Kohlensäuremengen in c. c., welche von 1 Gr. Samen in 24 Stunden ausgeschieden wurden.

		Erbsen											Pferdebohne		Gerste		Ricinus			
			IV Wasser	V Dextrose.	VI Rohrzuck.		IX Dextrose.	X Rohrzuck.	XII Wasser		XI 0·5°/₀ Salpeterlösung		XV Wasser		XVI Wasser		XVIII Wasser		XIX Dextroselösung	
		Temperatur °C	Kohlensäure in c. c.			Temperatur °C	Kohlensäure in c. c.		Temperatur °C	Kohlensäure in c. c.	Temperatur °C	Kohlensäure in c. c.	Temperatur °C	Kohlensäure in c. c.	Temperatur °C	Kohlensäure in c. c.	Temperatur °C	Kohlensäure in c. c.	Temperatur °C	Kohlensäure in c. c.
1-te		18·9	2·78	3·31	3 02	24·5	6·79	5·76	25·7	5 64	24·5	4·88	25·2	3·50	19·9	0·80	16·9	0·125	20·7	0·70
2-te		17·5	4·16	5·57	4·57	23·9	5·77	6·16	24·2	5·64	23·7	3·01	26·0	2·93			20·2	0·077	23·0	0·05
3-te		17·4	3·67	3·85	3·94	24 9	5 22	5·03	22·3	3·34	23·3	1·32	24·3	2·47			17·0	0·081	18·5	0·13
4-te		17·7	4·05	3·99	4·02	25·8	4·15	4·57	22·8	3·05	24·7	1 14	22·5	2·16						
5-te		18·2	3·93	3·89	4·43	26·8	3·23	6·97	23·7	2·90	–	.	22 3	1·87	19·0	0·26	10	0·036	15·6	0·12
6-te		19·5	3·17	3·01	3·83	24·8	1·71	4 51	23·0	2·32	—	—	23·6	1·85						
7-te		20·6	3·14	3·24	3 98	22·5	1·23	1·38	21·3	1 18	—	—	23·9	1·45			18·0	0·036	18·4	0 06
8-te		21·7	3·05	3·07	3 55	22·3	0·43	—	19·3	0·78	—	—	22·4	0·62			19·2	0 021		
9 te		21·8	2·82	2·43	2·33	23·6	0·70	—	19·1	0·59	—	—	19·8	0·32	18·1	0·28	17·1	0·032	17·7	0·16
0-te	3 Tagen	21·8	2·75	3·02	2·43	—	—	—	18·0	0·26	—	—	19·3	0·22			—	—	—	—
11-te		22·3	1·38	2·08	2·01	—	—	—	17·5	0·31	—	—	19·1	0·12	17·8	0 45	—	—	—	—
12-te		24·7	1·35	—	2·07	—	—	—	—	—	—	—	18·0	0·05			—	—	—	—
13-te		21·3	0·51	—	1·15	—	—	—	—	—	—	—	16·8	0·14	17·4	0·25	—	—	—	—
14-te		20·4	0·04		0 89	—	—	—	—	—	—	—	18·7	0·07			—	—	—	—
15-te		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	16·2	0·11	—	—	—	—
16-te		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	18·4	0·12	—	—	—	—
17-te		—	-	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			—	—	—	—
18-te		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	17·7	0·18	—	—	—	—
19-te		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			—	—	—	—

dass die intramoleculare Athmung der Erbsensamen insofern mit der alkoholischen Gährung übereinstimmt, als sie wie diese der Hauptsache nach auf einer Spaltung der Glykose in Alkohol und Kohlensäure beruht.

Es wäre noch zu untersuchen, ob und in welcher Menge sich bei dieser Spaltung ausser Kohlensäure und Alkohol noch andere Nebenproducte bilden? Auf diese Frage geben die vorliegenden Versuche keine bestimmte Antwort. Bei der alkoholischen Hefegährung bilden sich bekanntlich als Nebenproducte regelmässig Glycerin und Bernsteinsäure; ob dieselben auch bei der intramolecularen Athmung der höheren Pflanzen, z. B. der Erbsensamen gebildet werden, bleibt unbekannt. Die Untersuchung ist hier insofern schwer, als sie eine grössere Quantität Material verlangt, und es keine leichte Aufgabe ist, eine grössere Menge Erbsensamen in sterilem Zustande längere Zeit zu erhalten. In Bezug auf die Bildung der Nebenproducte bei der intramolecularen Athmung der Erbsensamen gestatten die vorliegenden Versuche nur den Schluss, dass die Menge derselben im allgemeinen und die der flüchtigen Producte im besonderen keine grosse ist. Dass die Menge der flüchtigen Nebenproducte eine nur geringe sein kann, beweisen die verhältnissmässig sehr kleinen Differenzen zwischen den Zahlen der Colonne 8 und 9, d. h. zwischen der Summe der gefundenen Hauptproducte ($CO_2 + C_2 H_6 O$) und dem Verluste an Trockensubstanz der Samen. Nur die Zahlen des Versuches I bilden hier eine Ausnahme. — Wenn wir von dieser einzigen Ausnahme absehen, so differieren die Zahlen der Colonne 8 und 9 höchstens um 3·4%, und die bezüglichen Differenzen (Colonne 11) schwanken nur zwischen + 2·5 und 3·4%. Die Versuche zeigten also, dass der gefundene Trockensubstanzverlust um ein Geringes bald grössser bald kleiner war als die Summe der gefundenen Hauptproducte der intramolecularen Athmung. Dieses Ergebnis kann eher in den unumgänglichen analytischen Fehlern, als in der Bildung von flüchtigen Nebenproducten der intramolecularen Athmung seinen Grund haben.

Aber auch die ganze Menge der Nebenproducte dieser Athmung, mögen sie flüchtig sein oder nicht, kann nicht gross sein. In dem Versuche XIV wurde nämlich nicht der Trockensubstanzverlust, sondern die Abnahme der Kohlenhydrate in den Samen bestimmt. Die ursprünglichen Samen enthielten nach einer Analyse mit Fehling'scher Lösung 42.48% Kohlenhydrate. Demnach enthielten

die 3.799 Gr. Erbsensamen, welche bei dem Versuche XIV verwendet wurden, 1.6275 Gr. Kohlenhydrate. Nach dem Versuche fand man aber nur 0.7146 Gr., der Verlust an Kohlenhydraten während des Versuches betrug also 0.9129 Gr. Die Hydrolyse einer solchen Stärkemenge beansprucht 0.092 Gr. Wasser. Die Menge der Glykose, welche aus 0.9129 Gr. Stärke entstand und bei der intramolecularen Athmung der Erbsensamen während des Versuches verbraucht wurde, berechnet sich also auf 1.031 Gr. Die Summe des gebildeten Alkohols und Kohlensäure betrug aber 0.9356 Gr., folglich konnten die Nebenproducte der intramolecularen Athmung nicht mehr als 0.0774 Gr., also nur 8.2% der verbrauchten Glykosemenge ausmachen.

Dass der Alkohol, welcher sich bei der intramolecularen Athmung der höheren Pflanzen bildet, ziemlich fuselhaltig ist, wurde schon von Brefeld angegeben, die Verfasser können diese Angabe nur bestätigen. Dieser Fuselgehalt des Alkohols kann die Genauigkeit der Alkoholbestimmungen etwas beeinträchtigen, da ja die höheren Alkohole specifisch schwerer sind als Aethylalkohol, ihre Anwesenheit muss also das sp. G. des Destillates etwas vergrössern, wodurch die Menge des Alkohols etwas zu klein gefunden werden kann.

Die Versuche V, VI, VII, IX, X, in welchen die Samen in Dextrose- oder Rohrzuckerlösung sich befanden, waren darauf gerichtet, zu beantworten, ob die Erbsensamen auch darin mit dem Hefepilze übereinstimmen, dass sie den ihnen von aussen zugeführten Zucker vergähren können. Die Antwort auf diese Frage ist bejahend ausgefallen. Schon der Gang der Kohlensäurebildung wies darauf hin, dass die Dextrose wie auch der Rohrzucker der Lösung, in welcher die Samen während des Versuches verweilten, keineswegs gleichgültig für ihre intramoleculare Athmung war. Die Versuche IV, V und VI wurden gleichzeitig angestellt und differierten nur dadurch, dass bei IV die Samen in destillirtem Wasser bei V in 2% Dextroselösung und bei VI in 2% Rohrzuckerlösung verweilten. Nun zeigen die Zahlen der Tabelle II, dass namentlich während der ersten Woche des Versuches die Samen in der Dextroselösung mehr Kohlensäure entwickelten, als die im destillirten Wasser. Ausserdem dauerte die Kohlensäureenwickelung bei den Samen in Dextrose wie in Rohrzuckerlösung etwas länger, als bei denen im Wasser (vergleiche 11., 12., 13., 14. 3 Tagen). Die Begünstigung der intramolecularen Athmung der Erbsensamen durch die Rohrzuckerlösung

äusserte sich etwas anders als die durch Dextroselösung hervorgerufene. Nicht in der ersten, sondern erst in der dritten Woche des Versuches äusserte sich dieser günstige Einfluss am deutlichsten (vergleiche 5., 6., 7. und 8. 3 Tagen, Versuch VI, 4., 5., 6. 3 Tagen Versuch X). Die Ursache dieser Verschiedenheit der Wirkung des Rohrzuckers und der Dextrose ist nicht schwer zu begreifen, sie liegt einfach darin, dass ebenso wie durch den Hefepilz auch durch die Erbsensamen die Dextrose direct und der Rohrzucker erst nach seiner Inversion vergohren wird. Dass der Rohrzucker durch die in seiner Lösung liegenden Erbsensamen invertiert wurde, davon haben sich die Verfasser durch directe Analyse dieser Lösung nach dem Versuche überzeugt. Die Lösung aus dem Versuche XI enthielt nach 45-tägigem Verweilen von 10 Erbsensamen in ihr keinen Rohrzucker mehr. Die Menge des reducierten Kupfers durch eine bestimmte Quantität dieser Lösung war dieselbe, gleichviel ob die Lösung direct, oder nach dem Kochen mit verdünnter Salzsäure mit Fehling'scher Lösung gekocht wurde. Die Lösung aus dem Versuche VI, welcher nur 15 Tage dauerte, enthielt nach dem Versuche nur 0·347 Gr. Rohrzucker, dagegen 1.427 Gr. Invertzucker. Da aber die ursprüngliche Lösung 1.9855 Gr. Rohrzucker enthielt, so blieb nach 14-tägigem Verweilen von 10 Erbsensamen in der Lösung kaum 17% des ursprünglichen Rohrzuckers in unverändertem Zustande, der übrige wurde durch die Erbsensamen invertiert.

Dass die Glykose als solche gegeben, oder durch die Inversion des Rohrzuckers unter dem Einflusse der Erbsensamen entstanden, durch dieselben wirklich vergohren wurde, folgt nicht nur aus der oben besprochenen Begünstigung der intramolecularen Athmung der Samen, sondern auch daraus, dass die Abnahme der Glykosen in der Lösung nach dem Versuche durch quantitative Bestimmungen wirklich constatiert wurde. So ergaben die Bestimmungen:

Versuch V. Vor dem Versuche Dextrose	1.9175 Gr.
Nach „ „ „	1.5882 „
Abnahme der Dextrose	0.3264 Gr.
Versuch VI. Vor dem Versuche Rohrzucker: 1.8753 Gr.	
entsprechen Invertzucker	1.974 Gr.
Nach dem Versuche: Rohrzucker 0.0000 Gr.	
entsprechen Invertzucker	0.000 „
Invertzucker	1.578 „
Abnahme des Invertzuckers . . .	0.396 Gr.

Versuch VII. Vor dem Versuche: Rohrzucker 1.9855 Gr.

entsprechen Invertzucker	2.090	Gr.
Nach dem Versuche: Rohrzucker 0.3470 Gr.		
entsprechen Invertzucker	0.466	„
Invertzucker	1.427	„
Abnahme des Invertzuckers . . .	0.297	„

Diese Bestimmungen zeigen, dass im Versuche V 0.3246 Gr. Dextrose, im Versuche VI 0.396 Gr. und im Versuche VII 0.297 Gr. des aus Rohrzucker gebildeten Invertzuckers durch die intramoleculare Athmung der Erbsensamen verbraucht — d. h. vergohren wurde.

Aus dem Gesagten ist zu ersehen, dass die intramoleculare Athmung der Erbsensamen in allen wesentlichen Punkten mit der alkoholischen Gährung übereinstimmt, denn:

1. Die Hauptproducte dieser intramolecularen Athmung bestehen ebenso wie die der alkoholischen Gährung aus Kohlensäure und Alkohol, wobei andere Nebenproducte nur in einer sehr unbedeutenden Menge gebildet werden.

2. Diese Hauptproducte der intramolecularen Athmung stehen unter einander in demselben Verhältnisse wie bei der alkoholischen Gährung.

3. Nicht nur die Reservestoffe der Samen, sondern theilweise auch die von aussen zugeführten Kohlenhydrate können durch die Erbsensamen, ähnlich wie durch den Hefepilz vergohren werden, wobei der Rohrzucker wieder wie bei der Hefe zunächst invertiert und erst dann vergohren wird.

In Anbetracht dieser allseitigen Uebereinstimmung scheint der Schluss berechtigt zu sein, dass die intramoleculare Athmung der Erbsensamen nicht mit der alkoholischen Gährung analog, sondern dem Wesen nach mit derselben identisch ist, so dass in Bezug auf die Fähigkeit, alkoholische Gährung zu erregen, die Erbsensamen nicht qualitativ sondern nur quantitativ von den Hefezellen sich verschieden verhalten.

Was die Quantität des von den Erbsensamen gebildeten Alkohols anbetrifft, so sehen wir aus den Zahlen der Colonne 13 Tab. I, dass dieselbe bei den in destilliertem Wasser liegenden Samen 22.7% der Trockensubstanz der Samen erreichen kann. Diese Quantität kann noch höher steigen, wenn die Samen nicht in reinem Wasser, sondern in einer Dextrose- oder Rohrzuckerlösung verweilen.

So erreichte die gebildete Alkoholmenge bei dem Versuche VII 28.9% der Trockensubstanz der Samen, was sich dadurch erklärt, dass hier neben den Kohlenhydraten der Reservestoffe noch 0.396 Gr. des aus dem Rohrzucker gebildeten Invertzuckers vergohren wurde. Die Trockensubstanz der Samen im Versuche VI wog 2.6771 Gr. Nimmt man an, dass die aus der Lösung verschwundenen 0.396 Gr. Invertzucker in Alkohol und Kohlensäure gespalten wurden und dass infolge dessen 0.198 Gr. Alkohol entstand, so beträgt der aus dem Invertzucker gebildete Alkohol 7.4% der Samentrockensubstanz. Zieht man diese Menge von 28.9%, welche im ganzen gefunden wurden, ab, so erhält man $28.9-7.4=21.5\%$ der Trockensubstanz Alkohol, welcher der Bildung aus den Reservestoffen der Samen zuzuschreiben ist. Im Versuche IV, bei welchem die Samen in reinem Wasser lagen, und welcher parallel mit VI verlief, erreichte die Alkoholmenge nach dem Schluss des Versuches 22.7% der Trockensubstanz der Samen, es ist das eine Zahl, welche von 21.5% nur um 1.2% differiert. Daraus sehen wir, dass die Menge Alkohol, welche aus den Reservestoffen der Samen gebildet wurde, nahezu dieselbe war, gleichviel ob diese Samen im Wasser oder in Zuckerlösung während des Versuches verweilten, und nur in diesem letzten Falle entstand noch ausserdem eine gewisse Menge Alkohol auf Kosten des von aussen durch die Samen aufgenommenen Zuckers.

Die eben besprochene Identität der intramolecularen Athmung mit der alkoholischen Gährung bezieht sich zunächst auf die fragliche Erscheinung bei den Erbsensamen, doch fehlt es nicht an Thatsachen, welche darauf hinweisen, dass das an diesem Objecte gefundene Resultat eine viel allgemeinere Geltung hat. So sahen wir, dass Lechartier und Bellamy bei den meisten von ihren Versuchen über die intramoleculare Athmung der Birnen in diesen Früchten ebenfalls eine Menge Alkohol gefunden haben, welche derjenigen der ausgeschiedenen Kohlensäure nahezu gleich war. Demnach ist anzunehmen, dass auch bei den Birnen die intramoleculare Athmung mit der alkoholischen Gährung identisch ist. Da nun in Bezug auf die Intensität der Kohlensäurebildung bei Luftabschluss, so wie auf das lange Dauern derselben andere Früchte, wie Aepfel, Kirschen, Weintrauben etc. sich den Birnen vollkommen gleich verhalten, da ausserdem die Bildung des Alkohols in diesen Früchten,

wenn sie in einen sauerstofffreien Raume verweilen, ebenfalls constatiert wurde, so ist die Identität ihrer intramolecularen Athmung mit der alkoholischen Gährung kaum zu bezweifeln. Wenn wir endlich bedenken, dass, wie wir in der literarischen Uebersicht gesehen haben, gewisse Mengen Alkohol von verschiedenen Autoren in ausserordentlich vielen Pflanzen und Pflanzenorganen gefunden wurden, so werden wir geneigt sein anzunehmen, dass überall dort, wo sich die intramoleculare Athmung der höheren Pflanzen auf Kosten der Kohlenhydrate vollzieht, dieselbe dem Wesen nach auf alkohlischer Gährung beruht und in Bezug auf ihren Chemismus mit derselben vollkommen übereinstimmt. Nun ist in den letzten Jahren von Buchner nachgewiesen worden, dass die Hefealkoholgährung auf der zuckerspaltenden Wirkung einer gewissen chemischen Substanz, die er Zymase nennt, beruht, und dass diese Zymase auch von den Hefezellen getrennt, also unabhängig von den Lebensprocessen die alkoholische Gährung hervorrufen kann.

Nehmen wir also an, das die intramoleculare Athmung der höheren Pflanzen z. B. der fleischigen Früchte, der Erbsensamen etc. in gleicher Weise wie die Alkoholgährung bei dem Hefepilze verläuft, so muss auch das Vorhandensein der Zymase in den Zellen höherer Pflanzen angenommen werden. Es war angezeigt, sich zu überzeugen, ob sich eine Kohlensäureentwickelung unabhängig von der Zellenstructur, auch bei den höheren Pflanzen beobachten liesse. Dies wurde mit dem Versuche VIII bezweckt. — Man lies hier 10 Erbsensamen (3.3038 Gr.) in der üblichen Weise im luftleer gemachten Apparate 7 Tage lang im Wasser liegen, wobei täglich das Volumen der sich bildenden Kohlensäure abgelesen wurde. Am 7-ten Tage wurde der Apparat geöffnet, die Samen aus demselben herausgenommen, in einer Porzellanreibschale zerrieben und mit Wasser wieder in den Apparat gebracht. Nun wurde abermals die Luft aus dem Apparate ausgepumpt und das Gasvolumen wieder jede 24 Stunden abgelesen. Die abgelesenen und auf 0°C und 0.76 reducierten Gasvolumina — die im Wasser gelöste Kohlensäure mitgerechnet — waren folgende:

1. Periode, ganze Samen:

	Kohlensäure im ganzen	1 Gr. Samen entwickelt pro 24 Stunden
1. Tag	14.0 c c.	4.24 c c. CO_2
2. „	32.1 „	5.49 „ „
3. „	49.2 „	5.49 „ „
4. „	67.0 „	5.39 „ „
5. „	83.8 „	5.09 „ „
6. „	99.8 „	4.85 „ „
7. „	115.0 „	4.61 „ „
2. Periode, Samen zerrieben:		
1. Tag	0.18 c c.	0.05 „ „
2. „	1.04 „	0.26 „ „
3. „	3.91 „	0.86 „ „
4. „	99.7 „	29.0 „ „

Aus diesen Zahlen sehen wir, dass die Zerstörung der Zellenstructur der Samen durch Zerreiben derselben eine nahezu vollständige Sistierung der Kohlensäurebildung zur Folge hatte. Während unmittelbar vor dem Zerreiben die Samen nahezu 5 c. c. Kohlensäure pro 1 gr. und 24 Stunden producierten, bildeten alle 10 Samen, welche 5.3 gr. wogen, nachdem sie zerrieben waren, kaum 1 c. c. in 48 Stunden, also eine Menge, welche fast noch innerhalb der Fehlergrenzen liegt. Erst am dritten Tage wurde eine namhaftere Gasmenge (3 c. c.) gebildet, und am vierten war die Gasentwickelung ausserordentlich lebhaft. Jetzt war aber die Flüssigvollständig trübe, eine Unmasse von Bacterien hatten sich in ihr entwickelt. Da es also nicht gelungen ist, die zerriebenen Samen auf längere Zeit steril zu erhalten, so können als massgebend nur die ersten Tage nach der Zusammenstellung des Apparates mit zerriebenen Samen gelten, und in diesen ersten Tagen war nahezu gar keine Kohlensäurebildung zu beobachten. Demzufolge ist die intramoleculare Athmung der Erbsensamen an die Zellenstructur derselben gebunden und es ist also nicht gelungen das Vorhandensein der Zymase, welche unabhängig von den Lebensprocessen Gährung hervorrufen könnte, in den Erbsensamen nachzuweisen.

Ein analoges Resultat wurde schon früher von Brefeld[1]) für Traubenbeeren angegeben. Der Saft aus steril gemachten Beeren

[1]) Brefeld, Land. Jahrb. V, 1876.

über Quecksilber gebracht, hielt sich hier eine unbegrenzte Zeit unverändert, ohne auch nur Spuren der Kohlensäurebildung zu äussern, während unverletzte Beeren über Quecksilber gebracht eine starke und langdauernde Kohlensäureproduction zeigten.

Darf man nun aus diesen negativen Resultaten den Schluss ziehen, dass Zymase bei den höheren Pflanzen nicht gebildet wird, und dass die Alkoholproduction hier auf andere Weise als bei dem Hefepilze, etwa durch unmittelbare Wirkung des lebendigen Protoplasmas zu Stande kommt? Die Verfasser glauben kaum, dass ein solcher Schluss berechtigt wäre.

Es kann ja nicht mehr darüber gezweifelt werden, dass die alkoholische Hefegährung durch Zymase vermittelt wird, und doch sind die Forscher, welche sich mit der Untersuchung des Hefepresssaftes beschäftigt haben, darüber einig, dass dieser Presssaft durchaus nicht immer die gleiche Gährkraft besitzt, d. h. nicht immer die gleiche Zymasemenge enthält. Es kommt nur zu oft vor, dass der Saft aus einer Hefe, welche eine starke Gährung erregt, ausgepresst, nur eine sehr geringe und manchmal sogar fast gar keine Gährwirkung äussert, d. h. dass sie eine sehr geringe oder fast keine Zymasemenge enthält. Und doch wird das Fehlen der Zymase in dem Presssafte von Hefe gewisser Herkunft uns nicht dazu veranlassen, die Hefegährung, bald durch Vermittelung der Zymase bald durch unmittelbare Wirkung des lebendigen Protoplasmas erklären zu wollen, eher werden wir geneigt sein anzunehmen, dass im Falle der Unwirksamkeit des Hefepresssaftes irgend welche Hindernisse dem Nachweise der Zymase in den Hefezellen im Wege stehen. Dasselbe dürfen wir annehmen in Bezug auf den misslungenen Nachweis der Zymase in den Zellen der höheren Pflanzen. Welcher Natur diese Hindernisse seien, darüber können derzeit nur Vermuthungen ausgesprochen werden. Es wäre möglich, dass durch das Zerreiben der Pflanzenmasse irgend welche Substanzen aus gewissen Zellen freigemacht werden, welche sei es durch Niederschlagen der Zymase (ähnlich wie es Jentys für die Diastase mancher Blätter nachgewiesen hat), sei es auf andere Weise die Wirkung derselben aufheben. Mit vielleicht noch grösserer Wahrscheinlichkeit könnte man vermuthen, dass die Zymase sich nach und nach verbraucht und dass sie, um eine andauernde Gährung hervorzurufen, immer aufs neue gebildet werden muss. Eine von dem Zellenleben unabhängige Gährung könnte man bei einer solchen Annahme

nur dann erwarten, wenn ein gewisser Ueberschuss an Zymase sich in den Zellen ansammelt. Wo die Bildung und der Verbrauch der Zymase gleichen Schritt halten, muss die Gährung an das Leben der Zellen gebunden sein, denn nach der Zerstörung des lebendigen Protoplasmas muss auch die Zymasebildung aufhören. Dies wäre der Fall bei den Erbsensamen, Früchten und zum Theil auch bei der Hefe gewisser Herkunft, welche einen wenig gährungsfähigen Presssaft liefert. Wo dagegen die Zymasebildung so stark ist, dass sie bedeutend ihren Verbrauch überwiegt, da wird sich ein gewisser Vorrath derselben in den Zellen ansammeln, welcher auch dann eine zeitlang die Gährung unterhalten kann, wenn die Neubildung der Zymase durch Zerstörung der Zellstructur unmöglich gemacht wird. Die verschiedene Gährtüchtigkeit des Hefepresssaftes würde sich bei dieser Annahme dadurch erklären, dass die Bildung der Zymase bei der Hefe verschiedener Herkunft, je nach den Lebensbedingungen bald mehr bald weniger den Verbrauch derselben überwiegt. Je grösser das Uebergewicht der Bildung über den Verbrauch wäre, ein desto grösserer Vorrath an Zymase würde sich in den Hefezellen ansammeln und desto gährtüchtiger würde der aus diesen Zellen ausgepresster Zellsaft sein. Die Beobachtungen Alberts[1], dass durch s. g. Regeneration der Hefe sich dieselbe künstlich an Zymase anreichern lässt, so dass ihr Presssaft bedeutend gährtüchtiger wird, könnte vielleicht zu Gunsten der eben dargestellten Hypothese angeführt werden.

Enzymbildung unter Luftabschluss. Aus der eben besprochenen Identität der intramolecularen Athmung der Erbsensamen mit der alkoholischen Gährung ist noch der interessante Schluss zu ziehen, dass die Enzymbildung bei den höheren Pflanzen auch ohne Sauerstoffzutritt möglich ist. Wir haben gesehen, dass etwa 40% der Trockensubstanz der in Wasser unter Luftabschluss liegenden Erbsensamen in Alkohol und Kohlensäure gespalten wurde. Es ist ohne Weiteres klar, dass das Material zu dieser Spaltung in der Reservestärke zu suchen ist. Auch zeigte der Versuch XIV, welcher 49 Tage dauerte, dass bei der Bildung von 0.4158 Gr. Alkohol und 0.5233 Gr. Kohlensäure die Stärkemenge der Samen um 0.8521 Gr. abgenommen hat. Ist nun der Chemismus

[1]) Albert. „Ueber künstliche Anreicherung der Hefe an Zymase". Berichte der deutsch. Chem. Ges. 1899, B. 32, S. 2372.

der Alkoholbildung bei den Erbsensamen derselbe wie bei dem Hefepilze, so muss angenommen werden, dass diese 0.8521 Gr. Stärke, bevor sie einer Gährung unterlag, zunächst verzuckert werden musste. Nun wird jetzt in der Pflanzenphysiologie allgemein angenommen, dass die Verzuckerung der Stärke in den pflanzlichen Zellen immer durch Diastase vermittelt wird, gilt diese Regel auch für den vorliegenden Fall, so muss eine der beiden Alternativen angenommen werden: entweder gab es von Hause aus in den gereiften ruhenden Erbsensamen so viel Diastase, dass dieselbe mehr als die Hälfte ihrer Reservestärke zu verzuckern im Stande war, oder diese Diastase hat sich erst während des Versuches also ohne Sauerstoffzutritt gebildet. Da die erste dieser Voraussetzungen kaum möglich zu sein scheint, so muss die zweite angenommen werden. Man muss demnach annehmen, dass die Diastase auch bei vollkommenem Luftabschluss in den Pflanzen sich bilden und ihre Wirkung auf die Stärke ausüben kann.

Das Gesagte betrifft aber nicht nur die Anwesenheit der Diastase sondern auch der Invertase in den Erbsensamen. Die Versuche VI und VII zeigen, dass, wenn die Erbsensamen längere Zeit in einer Rohrzuckerlösung lagen, sie diesen nach und nach in Invertzucker verwandelten. Ob die zu dieser Umwandelung nöthige Invertase schon in ruhenden Samen vorhanden war, oder ob sie sich erst während des Versuches in denselben gebildet hat, wurde nicht untersucht. Ist, was wahrscheinlicher erscheint, das letzte der Fall, so ist anzunehmen, dass auch die Invertase in den Pflanzen ohne Sauerstoffzutritt entstehen kann, da ja bei den Versuchen VI und VII wie bei allen übrigen die Luft aus dem Apparate. in welchem die Samen verweilten, ausgepumpt wurde.

Endlich wenn es wahr ist, dass die intramoleculare Athmung der Erbsensamen durch Zymase vermittelt wird, so müssen wir annehmen, dass dieselbe auch ohne Sauerstoffzutritt in den Pflanzen gebildet werden kann. Somit gelangen wir zu dem Resultate, dass wenigstens eine Reihe von Enzymen bei den höheren Pflanzen ohne Sauerstoffzutritt entstehen kann, dass also die Enzyme keineswegs, wie manche Autoren haben wollten, Oxydationproducte der Eiweissstoffe sein können.

Reduction des Salpeters durch die Erbsensamen. Einer besonderen Besprechung bedarf der Versuch XI, wo die Samen in einer $^{1}/_{2}\%$ Salpeterlösung lagen. Am Anfange des Ver-

suches entwickelten die Samen in der Salpeterlösung (Tab. II, VII) soviel Kohlensäure wie im reinen Wasser, aber schon am fünften Tage sank diese Entwickelung bis auf die Hälfte herab und nach etwa 10 Tagen war sie schon ganz unbedeutend. Nach dem Schlusse des Versuches zeigte es sich, dass das Gas, welches sich im Apparate angesammelt hat, durch Kalilauge nicht vollständig absorbiert wurde. Es blieben etwa 5·5% des Gases nach der Absorbtion zurück. Da im ganzen 112.6 c. c. Gas im Apparate angesammelt waren, so berechnet sich die Menge des unabsorbierbaren Gases auf 6.4 c. c. Die Natur dieses Gases wurde wegen der geringen Menge desselben nicht näher untersucht, es ist doch wahrscheinlich, dass es aus der Zersetzung des Salpeters entstand. In der Lösung selbst wurde die Anwesenheit von salpetriger Säure constatiert. Es hat also eine theilweise Reduction des Salpeters stattgefunden. Da die Lösung, in welcher die Samen verweilten, vollkommen klar, ohne eine Spur von Trübung, blieb, so ist wenigstens höchst wahrscheinlich, dass die beobachtete Reduction des Salpeters durch die intramoleculare Athmung der Samen selbst verursacht wurde [1]). Dass die intramoleculare Athmung der Samen in diesem Versuche schon nach wenigen Tagen so schwach geworden ist, ist der nachtheiligen Wirkung der Zersetzungsproducte des Salpeters, vielleicht der salpetrigen Säure, zuzuschreiben, da der Salpeter selbst nicht schädlich wirkt, wie daraus erhellt, dass in den ersten Tagen des Versuches die Kohlensäurebildung ebenso energisch war wie bei den Versuchen, in welchen die Samen in reinem Wasser sich befunden haben.

Verlauf der intramolecularen Athmung. Die täglichen Ablesungen der Gasvolumina in den Apparaten zeigten, dass am ersten Tage die intramoleculare Athmung immer noch sehr schwach war, sie verstärkte sich aber rasch, so dass meistens schon am dritten, seltener am vierten, manchmal schon am zweiten Tage der Höhepunkt der Kohlensäurebildung erreicht war. Zu diesem Maximum gelangt, erhielt sich die intramoleculare Athmung eine bis zwei Wochen lang in gleicher Höhe, um dann ganz allmählich wieder zu sinken und endlich ganz aufzuhören.

[1]) Da die Möglichkeit der Salpeterreduction durch Erbsensamen von Jodin (Annales agronomiques T. 23, S 433) bestritten wurde, so bedarf die Sache noch einer weiteren Prüfung.

Dieser Gang der intramolecularen Athmung war ziemlich stark von der Temperatur beeinflusst. Bei einer höheren Temperatur war die intramoleculare Athmung zwar bedeutend stärker, hörte aber auch bedeutend früher auf.

So z. B. in den Versuchen III, IV, XIII und XIV, wo die Temperatur 20° C. nicht überstieg, war die intramoleculare Athmung noch am Anfange der vierten Woche ebenso stark wie in der ersten. erst am Ende der vierten Woche fing sie an schwächer zu werden und war ganz unbedeutend in der siebenten Woche. Anders bei dem Versuche XII, wo die Temperatur zwischen 20° und 25° C. schwankte. Hier war die Kohlensäureentwickelung in der ersten Woche bedeutend energischer als in den oben erwähnten Versuchen, sie sank aber schon am Anfange der dritten Woche bis auf die Hälfte herab und hörte in der vierten Woche fast gänzlich auf.

Dieses Resultat stimmt vollständig mit dem Resultate der umfangreichen Arbeit Chudiakow's [1]) über den Einfluss der Temperatur auf die intramoleculare Athmung überein. Dieser Autor fand, dass die Temperatur ganz in derselben Weise die intramoleculare wie die normale Athmung beeinflusst, so dass das Verhältnis der intramolecularen zur normalen Athmung $\left(\frac{I}{N}\right)$ bei einem bestimmten Objecte von der Temperatur unabhängig ist. Weiter fand auch Chudiakow, dass bei einer höheren Temperatur die Intensität der intramolecularen Athmung bedeutend früher eine Abnahme erfährt als bei einer niederen.

Die Versuche Chudiakow's waren von den vorliegenden insofern verschieden, als sie nur eine kurze Zeit, meistens nicht länger als 12 Stunden, gedauert haben. Wenn schon innerhalb einer so kurzen Frist eine Abnahme der Intensität der Kohlensäurebildung beobachtet werden konnte. so ist das dem Umstande zuzuschreiben, dass Chudiakow meistens nicht mit nur gequollenen Samen sondern mit Keimpflanzen, welche schon mehrere Centimeter lange Wurzeln besassen, experimentierte. Daraus ist ersichtlich, dass für solche Keimlinge der Sauerstoffmangel bedeutend schädlicher ist als für nur gequollene Samen. Dementsprechend konnte Chudiakow bei

[1]) Chudiakow: „Beiträge zur Kenntnis der intramolecularen Athmung" Landw. Jahrb. 1894, B. 23. S. 332—389.

den Versuchen mit nur gequollenen Samen innerhalb der kurzen Dauer seiner Versuche nur dann eine Abnahme der Kohlensäurebildung beobachten, wenn der Versuch bei einer sehr hohen Temperatur z. B. bei 40° C. ausgeführt wurde.

Gegen die Versuchsmethode Chudiakow's könnte man den Einwand erheben, dass er keine Massregel dagegen getroffen hat, um den möglichen Einfluss der Mikroorganismen auszuschliessen. Zwar dauerten seine Versuche nur kurz, so dass die Mikroorganismen nicht Zeit genug hatten, um sich hinreichend zu vermehren und ihren Einfluss auszuüben, doch ist es bei den Versuchen, wo die Temperatur hoch war und 30° C. überstieg, nicht ausgeschlossen dass die Mikroorganismen doch vermocht haben sich auf dem Pflanzenobjecte, dessen Immunität durch abnorme Verhältnisse (Sauerstoffmangel) geschwächt sein musste, anzusiedeln und seine Lebensfähigkeit zu schädigen. Diese Schädigung der Lebensfähigkeit des Pflanzenobjectes durch Mikroorganismen konnte aber leicht eine Abnahme seiner intramolecularen Athmung herbeiführen.

Die intramoleculare Athmung verschiedener Samen. Wie aus der Tabelle II zu ersehen ist, spielt sich die intramoleculare Athmung der verschiedenen Samen mit einer sehr ungleichen Energie ab. Von den vier von den Verfassern benützten Pflanzensamen zeichnen sich die Erbsensamen durch die allerstärkste intramoleculare Athmung aus. Die Fähigkeit der Erbsensamen zur intramolecularen Athmung ist so gross, dass sie unter Luftabschluss wochenlang ebensoviel Kohlensäure producieren wie bei ungehindertem Luftzutritt. Zur Veranschaulichung dieses Verhältnisses dient folgende Tabelle, in welcher die von 1 Gr. Samen in 24 Stunden producierte Kohlensäurevolumina einerseits bei der intramolecularen, anderseits bei normaler Athmung zusammengestellt sind. Diese Zahlen sind dem Versuche IV der vorliegenden Arbeit und dem Versuche XIV einer Arbeit des Referenten vom J. 1881 [1]) entnommen. Die Temperatur während dieser beiden Versuche war nahezu gleich.

[1]) Godlewski: „Studya nad oddychaniem roślin“, Pamiętnik Akadem. Umiejętności T. VII. Pringsheim's Jahrbücher für wiss. Bot. B. XIII

Die Menge Kohlensäure in c. c., welche von 1 gr. Erbsensamen während 24 Stunden ausgeschieden wurde.

	Bei intramolecularer Athmung c. c.	Bei normaler Athmung c. c.
1. und 2. 24 Stunden im Durchschnitt	2.07	0.91
3. 24 Stunden	3.49	2.18
4. „ „	4.21	4 14
5. „ „	4.08	3.38
6. „ „	3.98	5.56
7. „ „	4.41	4.73
8. „ „	3.72	4.61
9. „ »	3.84	6.05.

Nur wenig schwächer als bei den Erbsensamen ist die intramoleculare Athmung bei den Samen der Pferdebohne, viel schwächer ist sie bei den Gerstensamen und ganz ausserordentlich schwach bei den Ricinussamen. Die Unfähigkeit der Ricinussamen eine stärkere intramoleculare Athmung zu entwickeln, ist dadurch leicht zu erklären, dass die stickstofffreien Reservestoffe dieser Samen aus einem Fette bestehen, also aus einem Körper, der schon wegen seiner Sauerstoffarmut in Alkohol und Kohlensäure nicht gespaltet werden kann.

Des Vergleiches wegen mögen noch Zahlen angeführt werden, welche der Referent aus den Versuchsresultaten Chudiakow's berechnet hat.

Die Menge der Kohlensäure, welche nach den Versuchen von Chudiakow von 1 Gr. gequollenen Samen in 24 Stunden durch intramoleculare Athmung ausgeschieden wurde.

	Temperatur			
	10°C.	20°C.	30°C.	40°C.
	c. c.	c. c.	c. c.	c. c.
Pisum sativum VI . . .	3.53	4.90	8.84	11.56
Vicia Faba I	1.79	3.64	7.33	11.94
„ „ VII	1.85	3.79	7.30	11.52
Triticum vulgare	0.91	1.46	1.95	2.82
Zea Mays II	0.80	1.87	4.64	7.84
Ricinus communis IV . .	0.81	1.52	2.38	3.54
„ „ XI . .	1.17	2.23	3.52	5.04
Brassica Napus V . . .	1.92	3.16	4.90	9.12

Diese Zahlen, so weit sie die Samen der Erbsen- und Pferdebohnen betreffen, stimmen mit denen der Verfasser (Tabelle II) fast vollkommen überein, dagegen sind die Zahlen, welche die intramoleculare Athmung der Ricinussamen ausdrücken, bei Chudiakow weit grösser als bei den Verfassern. Es ist nicht leicht zu erklären, worauf dieser Unterschied zurückzuführen sei. Die Versuche Chudiakow's waren zwar etwas anders eingerichtet als die der Verfasser, die Samen lagen während des Versuches nicht im Wasser, sondern sie wurden, nachdem sie im Wasser gequollen waren, in feuchtem Zustande im Wasserstoffstrome gehalten. Die entweichende CO_2 wurde mittelst dieses Wasserstoffstromes durch Pettenkofer'sche Röhren mit Barytwasser geleitet und dann durch Titrierung bestimmt. Auch die Dauer der Versuche Chudiakow's war eine nur kurze, sie erstreckte sich nicht über 12 Stunden, während die Versuche der Verfasser mehrere Wochen gedauert haben. Doch sind die Unterschiede in den Zahlen Chudiakow's und der Verfasser so gross, dass sie auch durch diese Differenzen in der Untersuchungsmethode nicht erklärt werden können. So kommt nach Chudiakow auf 1 gr. Ricinussamen und 24 Stunden (Versuch XI) bei 20° C. 2.23 c. c. CO_2, während im Versuche XIX der Verfasser im Laufe eines ganzen Monates durch 1 gr. Ricinussamen nur 1.79 c. c. Kohlensäure gebildet wurde. Die Ursache so grosser Unterschiede könnte vielleicht darin gesucht wurden, dass in den Versuchen der Verfasser die Samen von Anfang an im luftleeren Raume und im luftfreien Wasser lagen, während Chudiakow mit Samen experimentirte, welche, wie es scheint, im gewöhnlichen, also lufthaltigen Wasser gequollen waren. Es ist also möglich, dass schon während dieses Quellungsprocesses eine Menge Fett durch den im Wasser gelösten Sauerstoff zu Kohlenhydraten oxydirt wurde, welche dann während der kurzen Dauer der Versuche im Wasserstoffstrome für die ausgiebigere intramoleculare Athmung ausreichte. Nicht unmöglich wäre es auch, dass bei der Kohlensäurebildung, welche Chudiakow bei den Ricinussamen im Wasserstoffstrome beobachtete, sich Mikroorganismen, welche während der Quellung der Samen in Wasser an denselben sich ansiedeln konnten, betheiligt waren, da ja Chudiakow sein Versuchsmaterial leider nicht sterilisiert hatte.

Wenn es leicht verständlich ist, dass die intramoleculare Athmung der Ricinussamen und überhaupt der Oelsamen nur schwach sein kann, so ist es viel schwerer zu erklären, warum bei verschiedenen

Stärkesamen die intramoleculare Athmung auch sehr ungleich energisch ist. 1 gr. Gerstensamen entwickelt im luftleeren Raume kaum $^1/_4$ derjenigen Kohlensäuremenge, welche von 1 gr. Erbsensamen gebildet wird. Und doch sind die Gerstensamen an Kohlenhydraten sogar reicher als die Erbsensamen. Ueberhaupt scheinen die Leguminosen viel mehr zur intramolecularen Athmung befähigt zu sein, als die Getreidesamen. Diese Unterschiede sind kaum anders zu erklären, als durch die Annahme, dass verschiedene Samen nicht mit gleicher Leichtigkeit die bei der intramolecularen Athmung mitwirkenden Enzyme bilden. Die als Reservestoff in den Samen enthaltene Stärke kann erst dann zur intramolecularen Athmung verwendet werden, wenn sie zunächst durch Einwirkung der Diastase verzuckert wird. Je mehr Diastase, desto leichter die Verzuckerungsstärke, je mehr Zymase, desto leichter die Vergährung dieses Zuckers, folglich muss von der Leichtigkeit, mit welcher sich diese Enzyme auch bei Luftabschluss in den Samen bilden, die Ausgiebigkeit ihrer intramolecularen Athmung abhängen. Die Enzyme sind aber mit den Eiweissstoffen am nächsten verwandt und entstehen ohne Zweifel aus denselben. Es ist aber leicht möglich, dass nicht alle Eiweissstoffe zur Bildung der Enzyme gleich geeignet sind, wäre es so. so könnte die verschiedene Befähigung der Pflanzensamen zur intramolecularen Athmung mit der Menge derjenigen Eiweissstoffe, welche für Enzymbildung besonders geeignet sind, zusammenhängen.

B e d e u t u n g d e r i n t r a m o l e c u l a r e n A t h m u n g f ü r d i e h ö h e r e n P f l a n z e n. Obgleich die intramoleculare Athmung der höheren Pflanzen dem Chemismus nach sich von der alkoholischen Hefegährung nicht unterscheidet. so hat sie doch für diese Pflanzen nicht dieselbe Bedeutung wie die alkoholische Gährung für den Hefepilz. Es kann nicht gezweifelt werden, dass durch Gährung die Hefezellen im Stande sind, die für ihre Lebensthätigkeit nöthige Energie zu gewinnen, da ja der Hefepilz auch bei vollständigem Luftabschluss leben, wachsen und sich vermehren kann. Dies zu thun vermögen die höheren Pflanzen und Pflanzentheile nicht, auch dann nicht, wenn sie durch eine sehr starke intramoleculare Athmung sich auszeichnen Die Erbsensamen, welche im luftleeren Raume im Wasser liegend ebensoviel Kohlensäure producieren wie bei vollem Luftzutritt, vermögen unter diesen Bedingungen ebensowenig zu keimen wie die Ricinussamen, welche bei Luftabschluss

kaum Spuren von Kohlensäure bilden. Durch Berthelot wissen wir, dass bei der Gährung $^1/_{15}$ der chemischen Energie der Glykose frei wird. Könnte diese Energie in entsprechender Weise für das Wachsthum des Erbsenembryo verwendet werden, so würde doch unter Luftabschluss eine gewisse, wenn auch langsame Entwickelung desselben möglich sein. Das ist aber nicht der Fall, auch dann nicht, wenn wir noch künstlich durch Erhöhung der Temperatur oder durch Zuführung von Glykose von aussen die intramoleculare Athmung der Samen steigern. Folglich kann die bei der intramolecularen Athmung der höheren Pflanzen frei werdende Energie für die Entwickelung derselben nicht verwendet werden. Warum? Das wissen wir nicht. Wenn aber die intramoleculare Athmung nicht dazu dienen kann, um das Wachsthum einer höheren Pflanze auch nur in geringem Maasse zu ermöglichen, so kann sie doch dazu ausreichen, um gewisse Lebenserscheinungen in derselben zu erhalten. So sahen wir, dass die Aufnahme gewisser Nährstoffe von aussen, die Bildung mancher Enzyme (Diastase, Invertase, Zymase) und die Hydrolyse der Kohlenhydrate auch ohne Sauerstoffzutritt in der höheren Pflanze bis zu einem gewissen Grade vor sich gehen können. Auch sind gewisse Thatsachen bekannt, dass die intramoleculare Athmung dazu dient, um die Pflanze vor der Erstickung infolge von Sauerstoffmangel zu schützen.

So fand Diakonow [1]), dass gewisse Schimmelpilze wie Penicilium glaucum längere Zeit bei Luftabschluss am Leben blieben, wenn in der Nährlösung Zucker vorhanden war; bei Abwesenheit desselben starben sie aber im Wasserstoffstrome schon nach $1^1/_2$ Stunden ab.

Nach diesem Resultate könnte man erwarten, dass Samen, welche sich durch hohe Befähigung zur intramolecularen Athmung auszeichnen, im gequollenen Zustande bei Sauerstoffabschluss länger ihre Keimfähigkeit behalten werden, als solche, welche nur wenig zur intramolecularen Athmung befähigt sind. Und doch bestätigt sich diese Erwartung durchaus nicht. Die Erbsensamen athmen wie wir sahen in luftleerem Raume viel stärker, als die Gerstensamen und noch erheblich stärker als die Ricinussamen. Und doch fanden

[1]) Diakonow „Intramoleculare Athmung und Gährthätigkeit". Berichte der deutsch. Bot. Ges. J. 1886, B. IV.

schon Leshartier und Bellamy, dass ein Theil der Gerstensamen, welche 4 Monate lang in theilweise gequollenem Zustande bei Luftabschluss verweilten, noch keimungsfähig war. Auch die Verfasser haben bei dem Versuche XIX constatiert, dass von 5 Ricinussamen, welche 6 Wochen im Wasser und luftleeren Raume lagen, 3 ganz normal gekeimt haben. Die Erbsensamen, welche 3 Wochen im Wasser im Apparate lagen, keimten auch, doch entwickelten sich bei ihnen nur die Stengelchen normal, die Wurzelchen waren abgestorben.

Durch diese Beobachtungen wird bewiesen, dass die Samen, welche ausserordentlich schwach zur intramolecularen Athmung befähigt sind, eben so lange, wenn nicht länger im sauerstofffreien Medium in gequollenem Zustande ihre Keimfähigkeit behalten, gleichwie diejenigen, welche sich durch eine besonders starke Befähigung zur intramolecularen Athmung auszeichnen.

Gegen die Annahme, dass die Erhaltung einer Pflanze bei Luftabschluss in lebendigem Zustande durch die Stärke der intramolecularen Athmung bedingt werde, spricht auch die Beobachtung Chudiakow's, dass das Absterben der Pflanzenorgane infolge von Sauerstoffmangel um so früher eintritt, je höher die Temperatur ist, trotzdem durch eine höhere Temparatur die intramoleculare Athmung bedeutend beschleunigt wird.

Es liegt ein scheinbarer Widerspruch zwischen den oben angeführten Versuchsresultaten Diakonow's an den Schimmelpilzen und den eben dargestellten Beobachtungen an den Samen. Die Zeit, während welcher sich die Schimmelpilze ohne Sauerstoff am Leben erhielten, hing von der Anwesenheit eines für die intramoleculare Athmung geeigneten Materials ab, die Zeit, während welcher die Samen im gequollenen Zustande bei Luftabschluss ihre keimfähigkeit behielten, war von diesem Materiale und überhaupt von der intramolecularen Athmung dieser Samen unabhängig.

Wo liegt nun die Ursache dieses Unterschiedes?

Um den scheinbaren Widerspruch zu lösen. muss bemerkt werden, dass die Schnelligkeit, mit welcher eine Pflanzenzelle infolge des Sauerstoffmangels abstirbt, in hohem Grade davon abhängt, mit welcher Intensität die Lebensvorgänge und die Athmung im Momente des Sauerstoffentziehens vor sich gingen. Je energischer die Lebensthätigkeit der Zelle war, je lebhafter ihre Athmung, desto schädlicher wird ihr der Sauerstoffmangel werden, desto früher

wird die Pflanze absterben, wenn ihr der Luftzutritt entzogen wird. Dagegen wird sich an einer Pflanze oder an einem Pflanzenorgane, in welchen sei es aus Wassermangel, oder aus Mangel an entsprechenden Enzymen, oder wegen einer zu niedrigen Temperatur, oder aus irgend welchen andern Gründen die Lebensprocesse zur Zeit der Sauerstoffentziehung sich nur langsam abspielten und die Athmung schwach war, der schädliche Einfluss des Sauerstoffmangels erst viel später geltend machen, und die Pflanze wird sich verhältnissmässig lange Zeit ohne Sauerstoff am Leben erhalten.

Die Pflanzensamen können ja in trockenem Zustande jahrelang ohne Sauerstoffzutritt ebenso gut, wenn nicht besser als unter Luftzutritt, ihre Keimfähigkeit behalten.

Die Ursache dieser Erscheinung ist natürlich darin zu suchen, dass das Leben in den trockenen Samen in einem Ruhezustande verharrt, die Athmung findet kaum statt, deswegen ist hier auch der Sauerstoffzutritt entbehrlich. Auch die gequollenen Samen können, wie wir gesehen haben, monatelang ihre Keimfähigkeit unter Luftabschluss behalten, wenn man aber die schon vor einiger Zeit ausgekeimten Samen in ein sauerstofffreies Medium bringt, so sterben sie, wie es Chudiakow gezeigt hat, binnen wenigen Tagen ab [1]).

Der Grund dieses Unterschiedes in Bezug auf das Vertragen des Sauerstoffmangels zwischen den nur gequollenen und bereits ausgekeimten Samen ist ohne Zweifel darin zu suchen, dass die ersten im Momente der Entziehung des Sauerstoffzutritts nur sehr schwach, die letzten viel stärker geathmet haben. Es ist anzunehmen, dass die lebhaften chemischen Processe, welche sich als Athmung äussern, mit dem Abschlusse des Sauerstoffes nicht auf einmal sistiert werden, sondern wenigstens eine zeitlang mit veränderter Richtung unter Bildung gewisser Producte, welche von denen, die

[1]) Bei den Versuchen über die Lebensdauer der Pflanzenorgane bei Luftabschluss sollte man immer auf das sorgfältigste auf die Ausschliessung des Einflusses der Mikroorganismen sorge tragen, was Chudiakow nicht gethan hat. Es kann kaum einem Zweifel unterliegen, dass bei Anwesenheit von Mikroorganismen das Absterben der Pflanzentheile aus Mangel an Sauerstoff viel früher stattfinden muss, als bei ihrer Abwesenheit; denn die Mikroorganismen siedeln sich an einem durch Sauerstoffmangel geschwächten Pflanzenorgane sehr leicht an und beschleunigen seinen Tod. Unsterilisierte Erbsensamen können nicht einmal eine Woche unter Wasser liegen, ohne ihre Keimfähigkeit zu verlieren.

bei der normalen Athmung entstehen, verschieden sind, fortdauern. Es ist höchst wahrscheinlich, dass der Tod der Pflanzenorgane durch Erstickung, auf der Vergiftung des Protoplasmas ihrer Zellen durch manche dieser Producte bewirkt wird. Unter dieser Voraussetzung ist es leicht verständlich. dass je lebhafter die Athmung der Pflanzenorgane zur Zeit der Entziehung des Sauerstoffzutrittes war, desto energischer sich nach dieser Entziehung diejenigen chemischen Processe abspielen, welche durch Vergiftung des Protoplasmas dessen Tod bewirken.

Bei einem solchen Sachverhalte wäre es vielleicht nicht gewagt anzunehmen, dass die intramoleculare Athmung im Sinne der alkoholischen Gährung bei Sauerstoffmangel der Pflanze dadurch nützlich wird, dass sie auf eine allerdings unbekannte Weise denjenigen chemischen Processen, welche die Vergiftung des Protoplasmas verursachen, entgegenwirkt. Bei einer solchen Voraussetzung wird es erklärbar, dass die An- oder Abwesenheit eines für die alkoholische Gährung geeigneten Materials (d. h. Glykose oder zu Glykose hydrolisierbare Kohlenhydrate) von grossem Einflusse auf die Lebensdauer einer Pflanze in sauerstofffreiem Medium sein kann. Dieser Einfluss braucht aber nicht immer gleich zu sein. War die Athmung des bezüglichen Pflanzenobjectes im Momente der Sauerstoffentziehung nur schwach, so werden nach derselben auch die für das Protoplasma gefährlichen Processe schwach sein, und die schützende Wirkung der alkoholischen Gährung wird dann entbehrlich sein. Für diesen Fall ist es gleichgültig. ob viel oder wenig gährungsfähigen Materials den Zellen zu Gebote steht. Das Pflanzenorgan wird auch in diesem Falle ebenso lange bei einer sehr schwachen. wie bei einer sehr starken intramolecularen Athmung am Leben erhalten. Dadurch wird erklärt, dass, obgleich die in sauerstofffreies Wasser gebrachten Ricinussamen ausserordentlich schwach intramolecular athmen, sie dennoch unter Wasser wenigstens ebensolange keimfähig bleiben wie die Erbsensamen, welche unter diesen Bedingungen eine ausserordentlich starke intramoleculare Athmung äussern.

Ganz anders verhält sich die Sache. wenn ein Pflanzenobject zur Zeit des Sauerstoffabschlusses energisch geathmet hat; hier liegt die Gefahr nahe, dass das Fortdauern der lebhaften chemischen Processe nach der Entziehung des Sauerstoffes zur Vergiftung des Protoplasmas führen wird, deswegen bedarf hier dieses Protoplasma,

um sich am Leben zu erhalten, der schützenden Wirkung der intramolecularen Athmung. Ein solches Pflanzenobject wird sich also beim Luftabschluss um so länger am Leben erhalten, je mehr es von Hause aus zur intramolecularen Athmung befähigt ist, und je reicher ihm ein dazu geeignetes Material (Glykose und hydrolisierbare Kohlenhydrate) zu Gebote stehen. Dadurch erklärt sich, dass energisch athmende Schimmelpilze (Aspergillus, Penicilium) bei den Diakonow'schen Versuchen nach Verdrängung der Luft durch Wasserstoff, längere Zeit am Leben blieben, wenn in der Nährlösung Zucker vorhanden war, und bald starben, wenn es ihnen an diesem Gährmaterial gefehlt hat. Das Absterben erfolgte auch dann, wenn die Lösung Nährstoffe enthielt (Chinasäure, Weinsäure), welche für eine üppige Entwickelung des Pilzes bei Luftzutritt vollkommen ausreichten.

Als Stütze für die eben entwickelte Anschauung, kann auch die sehr interessante Beobachtung Chudiakow's[1] angeführt werden, nach welcher sogar der Hefepilz, welcher bekanntlich bei Anwesenheit der Glykose nicht nur ohne Sauerstoff zu leben, sondern sich auch zu entwickeln und zu vermehren im Stande ist, beim Luftabschluss binnen kurzem abstirbt, wenn er in einer Lösung cultiviert wird, welche anstatt Glykose Glycerin, Chinasäure oder sogar Milchzucker als Nährmaterial[2] enthält. In denselben Nährlösungen entwickelt sich der Hefepilz bei Luftzutritt ganz normal.

Aus dem Gesagten ist zu entnehmen, dass die intramoleculare Athmung keineswegs als ein langsamer Absterbungsprocess der Pflanzenzellen betrachtet werden kann, sondern im Gegentheil eher dazu bestimmt ist, den Absterbungsprocessen, welche bei stark athmenden Objecten durch Sauerstoffmangel herbeigeführt werden, entgegenzuwirken.

Beziehung der intramolecularen zur normalen Athmung. Die Frage, ob zwischen normaler und intramolecularer Athmung ein genetischer Zusammenhang besteht, ist schon vielfach ventiliert worden. Es handelt sich namentlich um die Entscheidung, ob die alkoholische Gährung, welche, wie wir gesehen haben, das

[1] Chudiakow „Untersuchungen über die alkoholische Gährung", Landw. Jahrb. 1894, B. 23.

[2] Sofern es sich um eine Hefeart handelt, welche Milchzucker nicht vergährt

Wesen der intramolecularen Athmung bildet, nur dann in der Pflanze hervortritt, wenn ihr der Sauerstoffzutritt abgeschlossen wird, oder ob sie auch bei dem Luftzutritte als erstes Stadium der normalen Athmung, welchem ein zweites Stadium, nämlich eine Oxydation des gebildeten Alkohols, folgt, stattfindet. In diesem letzten Sinne, d. h. als erstes Stadium der normalen Athmung wurde die intramoleculare Athmung schon im Jahre 1874 von Pfeffer gedeutet [1]).

Diese Anschauung wurde dann im Jahre 1879 von Wortmann angenommen und weiter entwickelt [2]). Dieser letzte Forscher zeigte, dass die keimende Pferdebohne in ein barometrisches Vacuum gebracht, eine zeitlang ebensoviel Kohlensäure entwickelte, wie sie es an der Luft gethan hat. Daraus folgerte Wortmann, dass die ganze Kohlensäure, welche bei der normalen Athmung entsteht, ein Product der intramolecularen Athmung ist, und dass der atmosphärische Sauerstoff nur dazu dient, um den bei diesem Processe sich bildenden Alkohol zu Isomeren der Essigsäure, welche schliesslich in Zucker zurückverwandelt werden, zu oxydieren.

Auch in der neuesten Auflage seiner Pflanzenphysiologie (S. 555) betrachtet Pfeffer den genetischen Zusammenhang zwischen der intramolecularen und normalen Athmung als sichergestellt, ohne sich aber darüber näher auszusprechen, welche Rolle bei diesem Zusammenhange der Alkoholbildung zukommt.

Der Referent der vorliegenden Arbeit hat im Jahre 1889 [3]) gegen diese Anschauungen von Pfeffer und Wortmann einige Einwände erhoben.

Bei seinen damaligen Untersuchungen über Pflanzenathmung fand nämlich der Referent, dass die Athmungsgeschwindigkeit der Rettigkeimlinge durch Verminderung des Sauerstoffgehaltes der Luft bedeutend herabgedrückt wird, ohne dass dabei das Verhältnis $\frac{CO_2}{O_2}$ abgeändert wurde. Daraus folgt, dass bei diesem Pflanzenobjecte

[1]) Pfeffer, „Das Wesen und die Bedeutung der Athmung in der Pflanze", Landw. Jahrb., B. III.

[2]) Wortmann, „Ueber die Beziehung der intramolecularen zur normalen Athmung", Würzburg 1879.

[3]) Godlewski, „Studya nad oddychaniem roślin". Pam. Akad. Um. T. Jarb. für wiss. Bot., B. 13.

parallel mit der Verminderung der Sauerstoffaufnahme auch die Kohlensäurebildung abnimmt, was mit der Wortmann'schen Anschauung, dass die Kohlensäurebildung als die primäre Athmungserscheinung von der Sauerstoffaufnahme nicht unmittelbar abhängig sei, unvereinbar ist. Auch wandte damals der Referent gegen Pfeffer und Wortmann ein, dass es nicht bewiesen ist, dass die intramoleculare Athmung mit der alkoholischen Gährung identisch sei, dass es also voreilig wäre, auf dieser Identität Athmungstheorien aufzubauen.

Diese Einwände, welche der Referent seinerzeit gegen die Annahme eines genetischen Zusammenhanges der intramolecularen mit der normalen Athmung erhob, müssen jetzt theils wegfallen, theils eine Beschränkung erleiden.

Durch die vorliegende Arbeit wird es endgültig bewiesen, dass die intramoleculare Athmung auch bei den höheren Pflanzen dem Chemismus nach wenigstens in vielen Fällen mit der alkoholischen Gährung wirklich identisch ist. Durch diesen Nachweis erlangen die Theorien, welche auf dieser Identität aufgebaut sind, einen festeren Boden, als es früher der Fall war. Auch das oben angeführte Resultat der Arbeit Chudiakow's, dass nämlich die intramoleculare Athmung durch die Temperatur in ganz derselben Weise wie die normale beeinflusst wird, spricht für den genetischen Zusammenhang zwischen beiden.

Dass die intramoleculare und die normale Athmung sich gegenseitig nicht ausschliessen, sondern nebeneinander verlaufen können, beweisen besonders die Versuche von Jentys[1]). Derselbe fand, dass die Weizenkeimlinge in einer Atmosphäre, welche constant 2—5% Sauerstoff enthielt, auf 100 Volumentheile des aufgenommenen Sauerstoffes 120 bis 140 Theile Kohlensäure ausschieden, während in gewönlicher Luft die beiden Gasvolumina nahezu einander gleich waren. Der Ueberschuss an Kohlensäure im ersten Falle konnte nur in der intramolecularen Athmung, welche neben der normalen verlief, seinen Ursprung haben.

Von ganz besonderer Wichtigkeit ist endlich der von den französischen Forschern Devaux, Berthelot und Mazé erbrachte Nachweis, dass nicht nur die Alkoholbildung unter erschwertem Luftzutritt eine bei den Pflanzen sehr verbreitete Erscheinung ist,

[1]) Jentys, „O śróddrobinowem oddychaniu roślin", Kosmos 1882.

sondern dass der Alkohol vielfach auch in den Pflanzen, welche unter normalen Bedingungen in freier Luft vegetierten, gefunden wird.

Alle diese Thatsachen machen es sehr wahrscheinlich, dass die für die intramoleculare Athmung charakteristische Glykosespaltung in Alkohol und Kohlensäure nicht nur beim Sauerstoffmangel, sondern auch unter normalen Verhältnissen in den Pflanzen stattfindet, und der sich dabei bildende Alkohol nur deshalb oft nicht nachweisbar ist, weil er sofort durch die Einwirkung des oxydierenden Sauerstoffes in andere Producte übergeführt wird.

Unter einer solchen Voraussetzung können wir uns den Verlauf des Athmungsprocesses, soweit sich derselbe auf Kosten der hydrolysierbaren Kohlenhydrate abspielt, mit einiger Wahrscheinlichkeit folgendermassen vorstellen:

Die Kohlenhydrate von höherem Moleculargewichte werden zunächst unter dem Einflusse der entsprechenden Enzyme zu gährungsfähigen Glykosen hydrolisiert, diese Glykosen werden durch Zymase in Alkohol und Kohlensäure gespalten, und erst dieser Alkohol wird wahrscheinlich sofort im Momente seiner Bildung durch den atmosphärischen Sauerstoff oxydiert. Es ist nicht unwahrscheinlich, dass auch diese Oxydation des sich bildenden Alkohols durch gewisse Enzyme s. g. Oxydasen vermittelt wird, und dass je nach der Natur dieser Oxydasen die Producte dieser Oxydation verschieden sein können.

Wie erwähnt, nahm Wortmann seinerzeit an, dass der sich durch intramoleculare Athmung bildende Alkohol zu Isomeren der Essigsäure oxydiert wird. Aus diesen letzten Producten soll sich Glykose aufs neue regenerieren, um dann wieder in Alkohol und Kohlensäure gespalten zu werden. Es mag sein, dass in den Fällen, wo (wie bei den Erbsen- und Pferdebohnensamen) durch intramoleculare Athmung eben so viel Kohlensäure gebildet wird wie durch normale, die Sache sich wirklich in dieser Weise verhält. Für diese Fälle wäre es annehmbar, dass die ganze sich bei der Athmung bildende Kohlensäure durch eine der alkoholischen Gährung entsprechende Glykosespaltung entsteht, und dass der atmosphärische Sauerstoff nur dazu dient, um aus dem sich bildenden Alkohol Glykose zu regenerieren.

Für diesen Fall könnten wir uns also mit Wortmann den Athmungsprocess durch folgende Gleichung vorstellen:

$$3\,C_6\,H_{12}\,O_6 = 6\,C_2\,H_6\,O + 6\,CO_2$$
$$6\,C_2\,H_6\,O + 12\,O = 2\,C_6\,H_{12}\,O_6 + 6\,H_2\,O.$$

Wir wissen aber heute, dass die Gleichheit der durch intramoleculare und normale Athmung sich bildende Kohlensäure nur einen speciellen Fall, welcher sich auf Erbsen- und Pferdebohnensamen bezieht, bildet, aber durchaus keine allgemeine Geltung hat. Schon auf die keimenden Weizensamen bezieht sich das für Erbsen und Pferdebohnen gefundene nicht, obgleich die Athmung auch hier auf Kosten der Kohlenhydrate vor sich geht. Chudiakow fand, dass die keimenden Weizensamen im Wasserstoffstrome nur halb so viel Kohlensäure entwickeln wie an der Luft. Dieses Resultat stimmt mit den Wortmann'schen Gleichungen nicht. Um es mit der Voraussetzung, dass auch hier die alkoholische Gährung bei der Athmung mitwirkt, in Einklang zu bringen, muss man eine der folgenden Annahmen machen: entweder unterliegt hier nur die Hälfte der Kohlenhydrate, welche als Athmungsmaterial dienen, der alkoholischen Gährung, die andere aber wird direct zu Kohlensäure und Wasser verbrannt, oder, falls die ganze Menge dieser Kohlenhydrate im ersten Athmungsstadium vergohren sein sollte, muss angenommen werden, dass nur die Hälfte des entstehenden Alkohols durch den Sauerstoff zu Glykose regeneriert, die andere Hälfte aber zu Kohlensäure und Wasser verbrannt wird. Nach dieser zweiten Hypothese würde sich die Athmung des keimenden Weizens durch folgende Gleichungen ausdrücken lassen:

$$3\,C_6\,H_{12}\,O_6 = 6\,C_2\,H_6\,O + 6\,CO_2$$
$$6\,C_2\,H_6\,O + 24\,O = C_6\,H_{12}\,O_6 + 6\,CO_2 + 12\,H_2\,O.$$

Es ist nicht anzugeben, welche von diesen beiden Möglichkeiten der Wahrheit näher steht, es muss im Gegentheil betont werden, dass die angeführten Gleichungen, welche die Differenz des möglichen Verlaufes des Athmungsprocesses bei den Erbsen und Pferdebohnen einerseits und bei den Weizensamen anderseits veranschaulichen, einen rein hypothetischen Charakter tragen sollen; nur so viel steht fest, dass der Athmungsprocess bei diesen beiden Samenarten einen verschiedenen Verlauf hat.

Auf Grund der Voraussetzung, dass die alkoholische Gährung in vielen Fällen das erste Stadium der Pflanzenathmung bildet, können wir uns über die mannigfaltigen Erscheinungen, über welche oben berichtet wurde, ziemlich leicht Rechenschaft geben. So

werden wir uns die intramoleculare Athmung eines Pflanzenobjectes im sauerstofffreien Raume als Athmung unter Wegfall seines zweiten Stadiums zu denken haben.

Wenn in einer sauerstoffarmen Atmosphäre das Verhältnis $\frac{CO_2}{O_2}$ bei den keimenden Weizensamen > 1 wird, so erklärt es sich dadurch, dass unter diesen Bedingungen das erste Stadium des Athmungsprocesses über den zweiten überwiegt, d. h. dass die Oxydation des sich bildenden Alkohols infolge des Sauerstoffmangels der Glykosespaltung nachsteht. Ein relativer Sauerstoffmangel kann aber manchmal in gewissen Organen auch bei den in freier Luft vegetierenden Pflanzen vorkommen. Dies ist z. B. bei den Wurzeln, welche sich in einem übermässig nassen Boden entwickeln, oder in den tief liegenden Geweben der verholzten dicken Baumäste, oder in fleischigen Knollen. Wurzeln, Früchten etc. möglich. In allen diesen Fällen kann es leicht vorkommen, dass das erste Athmungsstadium schneller als das zweite vor sich geht, und das infolge dessen in dem Gewebe solcher Pflanzenorgane sich eine gewisse Menge Alkohol ansammelt, und dass dabei das Verhältniss $\frac{CO_2}{O_2} > 1$ wird.

Dem zufolge fand Devaux gewisse Mengen Alkohol in den verholzten Aststücken verschiedener Bäume. Besonders bedeutend war diese Alkoholmenge dann, wenn diese Aststücke vor der Untersuchung eine Zeit lang im Thermostaten bei 35°C gehalten wurden. Die Temperatur steigert zwar, wie wir aus Chudiakow's Versuchen wissen, die intramoleculare und die normale Athmung gleichmässig, diese Gleichmässigkeit kann aber nur unter der Bedingung bestehen, wenn es den normal athmenden Zellen an Sauerstoff nicht fehlt. Innerhalb dicker Pflanzenorgane, wo der Gasaustausch erschwert ist, kann es leicht vorkommen, dass bei einer höheren Temperatur der Sauerstoffverbrauch derart beschleunigt wird, dass in den tieferen Gewebeschichten ein Mangel an O sich fühlbar macht, wodurch ein Ueberwiegen der Bildung des Alkohols über seine Oxydation herbeigeführt werden muss. Dieses Ueberwiegen des ersten Athmungsstadiums über das zweite muss aber eine gewisse Ansammlung des Alkohols in dem Gewebe und eine Vergrösserung des Verhältnisses $\frac{CO_2}{O_2}$ zur Folge haben. Das eine wie

das andere wurde eben an den bei 35°C gehaltenen verholzten Aststücken der Bäume von Devaux beobachtet.

Es ist leicht möglich, dass nicht nur durch den erschwerten Luftzutritt, sondern auch durch andere Umstände ein Ueberwiegen des einen Athmungsstadiums über das andere hervorgerufen werden kann. Die Concentration der Säfte, eine mehr oder weniger saure oder alkalische Reaction derselben, oder irgend welche andere Umstände, welche die Wirkung oder die Bildung der verschiedenen Enzyme zu beeinflussen im Stande wären, können möglicher Weise auch eine Bevorzugung des einen Athmungsstadiums über das andere verursachen. Nun muss jede Bevorzugung des ersten Athmungsstadiums (alkoholische Gährung) eine Ansammlung des Alkohols und eine Vergrösserung des Verhältnisses $\frac{CO_2}{O_2}$, jede Bevorzugung des zweiten, im Falle der Anwesenheit des Alkohols in den Geweben, sein Verschwinden und eine Verminderung des Verhältnisses $\frac{CO_2}{O_2}$ hervorrufen.

In einer jüngst publicierten Arbeit fand Puriewitsch[1]), dass das Verhältnis $\frac{CO_2}{O_2}$ bei der Athmung von Aspergillus niger in hohem Grade von der Concentration der Nährlösung beeinflusst wurde. Charakteristisch ist, dass eben in dem Falle, wo als Nährmaterial Dextrose verwendet wurde, die Schwankungen dieses Verhältnisses je nach der Concentration besonders stark waren. Bei der Concentration von 2% Dextrose war $\frac{CO_2}{O_2} = 0{\cdot}90$, bei der Concentration von 10% steigerte es sich auf 1·18, bei einer noch höheren Concentration war es wieder kleiner.

Es wäre zu untersuchen, ob die Ursache dieser Schwankungen nicht darin zu finden wäre, dass die Concentration von 10% besonders günstig für die zymatische Dextrosespaltung beim Aspergillus ist, wodurch bei dieser Concentration ein Ueberwiegen der Alkoholbildung über seine Oxydation verursacht werde. Falls es so wäre, müsste in diesem Falle Alkohol in der Nährlösung nachweisbar sein, was aber Puriewitsch nicht untersucht hat.

[1]) Puriewitsch „Physiologische Untersuchung über Pflanzenathmung" Jahr. Wiss. Bot. B. 35, Nr. 4, 1900.

Durch ein Ueberwiegen aus unbekannten Gründen des ersten Athmungstadiums über das zweite erklärt sich wahrscheinlich auch die Thatsache, dass Berthelot in vielen Fällen die Anwesenheit des Alkohols in den im Freien vegetierenden Pflanzen z. B. in den Weizenpflanzen nachgewiesen hat.

Es bliebe noch zu erörtern, ob der Pflanzenathmung immer die alkoholische Gährung als ihr erstes Stadium vorausgeht, oder ob sie auch unabhängig von derselben durch directe Oxydation des ursprünglichen Athmungmaterials vor sich gehen kann?

Auf diese Frage ist zu antworten, dass die alkoholische Gährung als erstes Stadium der normalen Athmung nur dann anzunehmen ist, wenn die Athmung sich auf Kosten einer Glykose oder eines sich zu einer Glykose hydrolysierenden Kohlenhydrates vollzieht, denn nur Glykosen können der spaltenden Wirkung der Zymase unterliegen. Besteht also das Athmungsmaterial nicht aus hydrolysierbaren Kohlenhydraten sondern aus anderen Verbindungen, so muss die Athmung sich ohne transitorische Alkoholbildung vollziehen, vorausgesetzt dass diese Verbindungen nicht vorerst zu einer Glykose umgewandelt werden.

Dadurch wird erklärbar, dass im Falle, wo sich die Athmung auf Kosten solcher Verbindungen wie Fetten, organischen Säuren etc. vollzieht. die Kohlensäurebildung sofort nach der Abschliessung des Sauerstoffzutrittes auf ein Minimum reduciert wird. Auch fand Referent [1]), dass bei den keimenden Rettigsamen durch Verminderung des Sauerstoffgehaltes der Luft die Kohlensäurebildung ebensoviel wie die Sauerstoffaufnahme geschwächt wurde. Diese Thatsache ist eben vom Referenten als Haupteinwand gegen den Zusammenhang der intramolecularen mit der normalen Athmung angeführt worden. In Bezug auf den speziellen Fall der Athmung der Rettigsamen und auf analoge Fälle, wo das Athmungsmaterial nicht aus Kohlenhydraten besteht, ist dieser Einwand vollkommen berechtigt, er kann aber heute nicht mehr für die überwiegende Mehrzahl derjenigen Fälle gelten, wo irgend eine Glykose oder ein zu Glykose hydrolysierbares Kohlenhydrat das Athmungsmaterial bildet.

Diakonow [2]) hat bei Penicilium und Aspergillus im Wasserstoffstrome eine ziemlich ausgiebige intramoleculare Athmung be-

[1]) Godlewski l. c. [2]) Diakonow l. c.

obachtet, wenn die Nährstofflösung Glykose enthielt, aber nur eine verschwindend kleine, wenn diesen Pilzen anstatt der Glykose andere Nährmaterialien verabreicht wurden, obgleich die normale Athmung bei diesen Nährmaterialien eine ziemlich intensive war. Chudiakow [1]) hat sogar eine ganz ähnliche Beobachtung an dem Hefepilz gemacht. In den Nährlösungen, welche neben dem Pepton keine Glykose sondern Glycerin, Chinasäure oder sogar Milchzucker enthielten, bildete der Hefepilz ziemlich reichlich Kohlensäure, wenn durch das Gefäss Luft geleitet wurde, diese Kohlensäurebildung wurde aber sofort ausserordentlich schwach, wenn man die Luft durch den Wasserstoffstrom verdrängte. Es kann also keinem Zweifel unterliegen, dass auch bei dem Hefepilze, sobald derselbe sein Nähr- und Athmungsmaterial nicht aus den Glykosen sondern aus anderen unvergährbaren organischen Verbindungen schöpft, die Athmung auf einer unmittelbaren Oxydation des Athmungsmateriales beruht.

Aus allen diesen Betrachtungen geht zur Genüge hervor, dass die chemischen Processe, welche sich bei der Sauerstoffathmung abspielen, nicht auf ein gemeinsames Schema zurückgeführt werden können, sondern dass ihr Verlauf je nach dem Athmungsmateriale und nach der Natur der bei diesen Processen mitwirkenden Enzyme ein verschiedener sein muss. Unseren derzeitigen Kenntnissen nach wäre es möglich, zwei Typen des Athmungsverlaufes zu unterscheiden: Die Athmung unter der Mitwirkung der alkoholischen Gährung im Falle, dass das Athmungsmaterial aus Glykosen oder aus zu Glykose sich hydrolysierenden Kohlenhydraten besteht, und in allen übrigen Fällen die Athmung, welche auf einer mehr unmittelbaren Oxydation des Athmungsmateriales beruht. Es ist nicht unmöglich, dass oft in demselben Objecte sogar in derselben Zelle die Athmung gleichzeitig nach diesen beiden Typen verläuft, d. h. dass sie theils auf einer unmittelbaren Oxydation des unvergährbaren Materials, theils auf der Mitwirkung der alkoholischen Gährung beruht.

Die Intensität der Kohlensäurebildung im sauerstofffreien Raume im Verhältnisse zur Schnelligkeit derselben bei der normalen Athmung hängt wahrscheinlich in erster Linie davon ab, welchen

[1]) Chudiakow: „Ueber die alkoholische Gährung", Landwirthschaftl. Jahrb. B. 23, S. 490.

Antheil die alkoholische Gährung bei der Athmung nimmt. Je grösser dieser Antheil ist, desto stärker wird auch die Kohlensäurebildung nach dem Abschlusse des Sauerstoffzutrittes. Aber auch das Schicksal, welches der sich im ersten Athmungsstadium bildende Alkohol im zweiten Stadium erleidet, konnte, wie das schon oben, beim Vergleiche von Erbsen- und Weizensamenathmung erläutert wurde, mit der verhältnissmässigen Intensität der Kohlensäurebildung ohne oder bei Luftzutritt im Zusammenhange stehen.

Diesen verschiedenen Möglichkeiten entsprechend, fand auch Chudiakow in seiner schon mehrfach citierten Arbeit, dass das Verhältnis $\frac{I}{N}$ (das Verhältnis der intramolecularen zur normalen Athmung) bei verschiedenen Pflanzenobjecten ein sehr verschiedenes ist. Es schwankte sogar bei verschiedenen Samenindividuen einer und derselben Pflanze, obwohl es in einem und demselben Versuche (also bei denselben Individuen) sich von der Temperatur unabhängig erwiesen hat, ungeachtet dessen, dass die Intensität der Athmung ganz ausserordentlich von der Temperatur beeinflusst wurde.

Es bliebe noch die Frage zu berühren, ob die intramoleculare Athmung immer auf der alkoholischen Gährung beruht, oder ob diese letzte nur einen speziellen Fall der ersten bildet. Die Antwort auf diese Frage kann nur in Bezug auf die höheren Pflanzen zweifelhaft sein, da es wohl bekannt ist, dass die intramoleculare (anerobe) Athmung der Mikroorganismen auf sehr verschiedenen chemischen Processen beruhen kann. Wie zahlreich die verschiedenen Gährungsprocesse sind, so zahlreich sind auch die verschiedenen intramolecularen Athmungsformen, da ja jede verschiedene unter Luftabschluss mögliche Gährung nichts anderes ist als eine besondere Form der intramolecularen Athmung eines bestimmten Mikroorganismus. Buttersäuregährung, Methangährung, Fäulnis der Eiweissstoffe müssen ja ebenso wie die Alkoholgährung als spezielle Formen der intramolecularen Athmung bestimmter Mikroorganismen aufgefasst werden.

Es frägt sich aber, ob es auch bei den höheren Pflanzen vorkommt, dass anstatt des Alkohols und der Kohlensäure andere Producte durch intramoleculare Athmung gebildet werden. Streng genommen ist die Identität der intramolecularen Athmung der höheren Pflanzen mit der alkoholischen Gährung nur an Birnen

durch die Versuche von Lechatier und Bellamy und an Erbsensamen durch die vorliegende Arbeit bewiesen. Ungeachtet dessen darf man, wie das schon früher motiviert wurde, mit allergrösster Wahrscheinlichkeit annehmen, dass überall dort, wo die Athmung auf Kosten der hydrolysierbaren Kohlenhydrate vor sich geht, die intramoleculare Athmung mit der alkoholischen Gährung identisch ist.

Besteht das Athmungsmaterial nicht aus hydrolysierbaren Kohlenhydraten, sondern aus anderen organischen Verbindungen, welche bei der Athmung einer unmittelbaren Oxydation unterliegen, so ist überhaupt die intramoleculare Athmung im sauerstofffreien Raume sehr unbedeutend. Ob nun die geringe Kohlensäuremengen, welche dabei produciert werden, aus den Spuren von Glykose, welche doch in den Zellen vorhanden sein kann, durch eine sehr schwache alkoholische Gährung entstehen, oder ob sie anderen chemischen Processen ihren Ursprung verdanken, wissen wir derzeit nicht. Wir können demnach nicht angeben, ob bei den höheren Pflanzen ähnlich wie bei den Mikroorganismen ausser der alkoholischen Gährung auch noch andere Formen der intramolecularen Athmung bestehen.

Wollen wir unter den Begriff der intramolecularen Athmung auch alle die chemischen Processe unterordnen, bei welchen aus irgend einer organischen Verbindung Kohlensäure abgespalten wird unter Bildung einer Verbindung, welche sauerstoffärmer ist als die ursprüngliche, so wären sehr viele sich in der Pflanzenzelle abspielenden Processe in die Kategorie der intramolecularen Athmung einzureihen.

Jede Umwandlung einer sauerstoffreicheren in eine sauerstoffärmere Verbindung, wie z. B. der Kohlenhydrate in Fette, aetherische Oele oder Harze, ist mit einer solchen Kohlensäureabspaltung verbunden und wäre demnach gewissermassen als eine Form der intramolecularen Athmung aufzufassen. Aber diese Umwandlungen spielen sich in frei vegetierenden Pflanzen bei Luftzutritt neben der normalen Athmung ab, ob sie auch unter Luftabschluss als typische intramoleculare Athmung stattfinden können, ist unbekannt.

Zusammenstellung der Hauptresultate:

1. Das Verhältnis des gebildeten Alkohols zur ausgeschiedenen Kohlensäure bei der intramolecularen Athmung der in sauerstofffreiem Wasser liegenden Erbsensamen entspricht vollkommen demjenigen der alkoholischen Gährung.

2. Die Menge des Alkohols, welche bei der intramolecularen Athmung der in reinem Wasser liegenden Erbsensamen sich bildet, kann bis zu 22% der ursprünglichen Trockensubstanz der Samen erreichen.

3. Die intramoleculare Athmung der Erbsensamen vollzieht sich auf Kosten ihrer Kohlenhydrate und namentlich ihrer Reservestärke.

4. Wenn die Erbsensamen nicht in reines Wasser sondern in eine Glykoselösung gebracht werden, so vergähren sie auch einen Theil derselben zu Kohlensäure und Alkohol, so dass in diesem Falle die Menge des gebildeten Alkohols 27% der Trockensubstanz der Samen erreichen kann.

5. Werden die Erbsensamen in Rohrzuckerlösung gebracht, so invertieren sie dieselbe und vergähren einen Theil des dadurch gebildeten Invertzuckers.

6. Ausser Kohlensäure und Alkohol bilden sich bei der intramolecularen Athmung keine anderen Producte in einer Menge, welche die der Nebenproducte der gewöhnlichen alkoholischen Gährung überstiege.

7. Asparagin wird bei der intramolecularen Athmung der Erbsensamen aus dessen Proteinstoffen nicht gebildet.

8. Aus den Sätzen 1 bis 6 folgt, dass die intramoleculare Athmung der Erbsensamen mit der alkoholischen Gährung identisch ist.

9. Aus den Sätzen 3 bis 5 folgt, dass die Verzuckerung der Stärke und die Inversion des Rohrzuckers ohne Sauerstoffzutritt in den Erbsensamen stattfinden kann, wodurch es wahrscheinlich wird, dass zur Bildung der Enzyme, wie der Diastase und Invertase, bei den Pflanzen der Sauerstoffzutritt nicht unbedingt nothwendig ist.

10. Die Erbsensamen, in eine Salpeterlösung gebracht, scheinen den Salpeter theilweise zu reducieren, wobei die Zersetzungsproducte der Salpetersäure nach wenigen Tagen den Tod der Samen verursachen.

11. Die intramoleculare Athmung der in sauerstofffreiem Wasser liegenden Samen dauert mehrere Wochen lang, wobei die Kohlensäurebildung zunächst schwach ist. dann eine Beschleunigung erfährt, am dritten oder vierten Tage ein Maximum erreicht, auf demselben sich eine zeitlang (etwa 1 bis 2 Wochen oder mehr)

erhält und dann ganz allmählich absinkt, um endlich gänzlich aufzuhören.

12. Bei einer höheren Temperatur vollzieht sich die intramoleculare Athmung weit energischer, sie dauert aber entsprechend kürzer als bei niedriger, so dass die ganze Menge des von den Samen durch die intramoleculare Athmung gebildeten Alkohols und der Kohlensäure von der Temperatur unabhängig ist.

13. Die Befähigung verschiedener Samenarten zur intramolecularen Athmung ist sehr verschieden, am höchsten scheint sie bei den Leguminosen (Erbsen, Pferdebohnen), schwächer bei den Getreidesamen und am schwächsten bei den Oelsamen zu sein.

14. In Rücksicht auf die grosse Verbreitung der Alkoholbildung bei den Pflanzen ist es sehr wahrscheinlich, dass die Identität der intramolecularen Athmung mit der alkoholischen Gährung, welche für die Erbsensamen nachgewiesen wurde, sich auf alle diejenigen Fälle bezieht, in welchen Glykosen oder die zu denselben hydrolysierbaren Kohlenhydrate das Athmungsmaterial bilden.

15. Wo sich die normale Athmung nicht auf Kosten der hydrolysierbaren Kohlenhydrate, sonderen auf Kosten anderer organischen Verbindungen vollzieht, dort ist, so weit bekannt, die intramoleculare Athmung ausserordentlich schwach, und es bleibt unentschieden, ob sie dann auch auf der alkoholischen Athmung beruht.

16. Die intramoleculare Athmung im Sinne der alkoholischen Gährung bildet unter normalen Bedingungen aller Wahrscheinlichkeit nach das erste Stadium der normalen Athmung in allen denjenigen Fällen, wo sich dieselbe auf Kosten der hydrolysierbaren Kohlenhydrate vollzieht.

17. Wo nicht hydrolysierbare Kohlenhydrate sondern andere organische Verbindungen das Material für die Athmung liefern, beruht diese Athmung auf einer mehr unmittelbaren Oxydationswirkung des Sauerstoffes (vielleicht unter Vermittelung der Oxydasen), die alkoholische Gährung hat dabei nichts zu thun, und ein unmittelbarer genetischer Zusammenhang der intramolecularen mit der normalen Athmung existiert für diese Fälle wahrscheinlich nicht.

18. Das Verhältnis der Intensitäten der intramolecularen einerseits und der normalen Athmung anderseits zu einander hängt in erster Linie davon ab, ob hydrolysierbare Kohlenhydrate oder

andere organische Verbindungen das Athmungsmaterial liefern, in zweiter Linie auch davon, welche Producte aus der Oxydation des bei dem ersten Athmungsstadium sich bildenden Alkohols entstehen.

19. In Rücksicht auf die Sätze 15 bis 18 darf man annehmen, dass die chemischen Processe, welche sich bei der Athmung der Pflanzen abspielen, nicht auf ein gemeinsames Schema zurückzuführen sind, sondern dass sie in verschiedenen Fällen einen verschiedenen Verlauf haben.

---

25. PUBLICATIONEN DER CLASSE.

Der Secretär berichtet über die neuerschienenen Publicationen der Classe:

„Rozprawy Akademii Umiejętności. Wydział matematyczno-przyrodniczy. Serya II, tom XVIII, ogólnego zbioru tom 38", *(Travaux de la Classe, vol. 38, 8-o, p. 389, 11 planches et 25 gravures). (Abhandlungen der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe, 38 Bd., 8-o, 389 S. mit 11 Tafeln und 25 Abbildungen).*

S. Droba. „O tworach olbrzymich w tkankach gruźliczych" *(Sur les cellules géantes dans le tissu tuberculeux). — (Ueber Riesengebilde in tuberculösen Geweben).*

B. Miklaszewski i S. Niementowski. „Studyum porównawcze trzech izomernych (β)-aminofenylbenzimidazoli". *(Sur les trois isomères (β-)phénylbenzimidazoles). — (Vergleichendes Studium der drei isomeren (β)-Aminophenylbenzimidazole).*

K. Żorawski. „O zachowaniu ruchu wirowego". *(Sur la conservation du mouvement tourbillonnaire). — (Ueber die Erhaltung der Wirbelbewegung).*

K. Zorawski. „O pewnych zmianach długości liniowych elementów podczas ruchu ciągłego układu materyalnych punktów. Część pierwsza". *(Sur certaines catégories de varations d'éléments linéaires pendant le mouvement d'un système continu de points. Première partie). — (Ueber gewisse Aenderungsgeschwindigkeiten von Linienelementen bei der Bewegung eines continuierlichen materiellen Systems. Erste Mittheilung).*

Br. Znatowicz. „Działanie azotynu srebra (Ag NO_2) na pochodne chlorowcowe ciał aromatycznych". *(Sur la réaction entre Ag NO_2 et les dérivés chloriques de la série aromatique). — (Ueber die Einwirkung von Silbernitrit auf die aromatischen Halogensubstitutionsproducte).*

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem.-przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.
Kraków, 1901. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.
6 Maja 1901.

PUBLICATIONS DE L'ACADÉMIE
1873—1900

Librairie de la Société anonyme polonaise
(Spółka wydawnicza polska)
à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»**Pamiętnik** Wydz. filolog. i hist. filozof.« *(Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires)*, in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»**Rozprawy** i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« *(Classe de philologie. Séances et travaux)*, in 8-vo, volumes II—XXXI (vol. I épuisé). — 238 k.

»**Rozprawy** i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« *(Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux)*, in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XL, (vol. I. II. XIV épuisés, 61 pl.) — 256 k.

»**Sprawozdania** komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *(Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne)*, in 4-to, vol. I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). — 77 k.

»**Sprawozdania** komisyi językowej.« *(Comptes rendus de la Commission de linguistique)*, in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»**Archiwum** do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *(Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne)*, in 8 vo, 10 vol. — 57 k.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 4 k. Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski. 6 k. Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 3 c. — Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *(Bibliothèque des auteurs polonais du XVI et XVII siècle)*, in 8-vo, 38 livr. 46 k. 40 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed Piekosiński. 20 k. — Vol. II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A. Sokołowski et J. Szujski; A. Lewicki. 32 k. Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. — Vol. IV, Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. — Vol. V, VII, Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński 20 k. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed. Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 10 k. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408—1530) ed. B. Ulanowski. 10 k. — Vol. XV, Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol. II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski. 6 k. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński; 6 k. — Vol VII, X, XIV, XVII Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 14 k. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski 4 k. — Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed. V. Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 156 k.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546—1553. 10 k. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674, ed. Kluczycki. 20 k. —

Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (e. archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674—1683 ed. Waliszewski. 30 k. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler. 30 k. — Vol. VI, Acta Regis Ioannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 10 k. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507—1795 ed. Piekosiński. 40 k. Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 10 c. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 6 k.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III—VI. — 102 k.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I, in 8-vo. — 15 k.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *(Anciens monuments du droit polonais)* in 4-to, vol. II—X. — 72 k.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 12 k. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 6 k. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507—1531 ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VII, Acta expedition. bellic. ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 12 k. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ulanowski. 16 k. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405—1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 6 k. — Vol. X, p. 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 2 k.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 8 k.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *(Mémoires)*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches, vol. I épuisé). — 170 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« *(Séances et travaux)*, in 8-vo, 33 vol. (241 planches). — 273 k.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *(Comptes rendus de la Commission de physiographie)*, in 8-vo, 29 volumes (III. VI — XXXIII, 59 planches, vol. I. II. IV. V épuisés). — 234 k. 50 h.

»Atlas geologiczny Galicyi.« *(Atlas géologique de la Galicie)*, in fol., 7 livraisons (35 planches) (à suivre). — 58 k.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *(Comptes rendus de la Commission d'anthropologie)*, in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 125 k.

»Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« *(Matériaux anthropologiques, archéologiques et ethnographiques)*, in 8-vo, vol. I—III, (25 planches, 10 cartes et 60 gravures). — 20 k.

Świętek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« *(Les populations riveraines de la Raba en Galicie)*, in 8-vo, 1894. — 8 k. Górski K., »Historya piechoty polskiej« *(Histoire de l'infanterie polonaise)*, in 8-vo, 1893. — 5 k. 20 h. »Historya jazdy polskiej« *(Histoire de la cavalerie polonaise)*, in 8-vo, 1894. — 7 k. Balzer O., »Genealogia Piastów.« *(Généalogie des Piasts)*, in 4-to, 1896. — 20 k. Finkel L., »Bibliografia historyi polskiej.« *(Bibliographie de l'histoire de Pologne)* in 8-vo, vol. I et II p. 1—2, 1891—6. — 15 k. 60 h. Dickstein S., »Hoëne Wroński, jego życie i dzieła.« *(Hoëne Wroński, sa vie et ses oeuvres)*, lex. 8-vo, 1896. — 8 k. Federowski M., »Lud białoruski.« *(L'Ethnographie de la Russie Blanche)*, in 8-vo. 1897. — 7. k.

»Rocznik Akademii.« *(Annuaire de l'Académie)*, in 16-o, 1874—1898 25 vol. (1873 épuisé) — 30 k.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« *(Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888)*, 8-vo, 1889. — 4 k.

Aug 9 1901

N^R 5. 1901.

12,229

BULLETIN INTERNATIONAL DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES

JUIN

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1901.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ÉTÉ FONDÉE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE :

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR : S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est le polonais; c'est dans cette langue que paraissent ses publications.

Le Bulletin international paraît tous les mois, à l'exception des mois de vacances (août, septembre). Il est publié en deux séries, dont la première est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie, et la seconde aux travaux de la Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles. Chaque série contient les procès-verbaux des séances ainsi que les résumés des mémoires et les communications présentés à l'Académie.

Le prix de l'abonnement est 6 k. = 8 fr.

Séparément les livraisons se vendent à 80 h. = 90 centimes.

Nakładem Akademii Umiejętności

pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem.-przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.

Kraków, 1901. — Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADEMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.

III. CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

N° 5. Juin 1901.

Sommaire: 26. L. MARCHLEWSKI et M. NENCKI. Transformation de la phyllocyanine en hemopyrrol et urobiline.
27. A. BECK. Les phénomènes électriques dans la moelle épinière.
28. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Séance du lundi 3. Juin 1901

Présidence de M. E. GODLEWSKI.

26. M. L. MARCHLEWSKI et M. M. NENCKI présente son travail: **Przemiana filocyaniny w hemopyrrol i urobilinę.** ***(Ueber die Umwandlung des Phyllocyanins in Haemopyrrol und Urobilin).*** *(Transformation de la phyllocyanine en hemopyrrol et urobiline)*,

Die Umwandlung des Phyllocyanins in Haemopyrrol (das Reductionsproduct des Haematoporphyrins bezw. Haemins) gelang auf folgende Art:

Zwei gr. Phyllocyaninkupferacetat wurden mit 35 gr. Jodwasserstoffsäure v. sp. Gew. 1.96 und 35 gr. Eisessig auf dem Wasserbade erwärmt. Nach 15 Minuten ging alles Kupfersalz in Lösung über, worauf in kleinen Stückchen PH_4J zu der warmen Lösung zugesetzt wurde. Nach 30 Minuten, als schon 8 gr. von PH_4J verbraucht waren, gab eine herausgenommene Probe nach Wasserzusatz einen gelben amorphen Niederschlag, weshalb das Eintragen von PH_4J noch weiter fortgesetzt wurde. Als nach weiteren 15 Minuten und Zusatz von noch 4 gr. PH_4J eine herausgenommene Probe nach Wasserzusatz den gleichen Niederschlag und in ziemlich der gleichen Menge ergab, wurde die Reduction als beendigt betrachtet, und die noch warme Lösung mit dem vierfachen Volumen H_2O versetzt. Im ganzen wurden also 12 gr. PH_4J

verbraucht. Der entstandene gelbe Niederschlag wurde abfiltriert und das Filtrat in zwei Hälften getheilt. Die eine Hälfte wurde mit Kalilauge übersättigt und destilliert. Schon mit dem ersten Tropfen des Destillates ging ein wenig gefärbtes Oel von dem charakteristischen Haemopyrrolgeruch über, und als eine Probe des Destillates mit Sublimatlösung versetzt, einen weissen, amorphen Niederschlag gab — eine für Haemopyrrol charakteristische Reaction. — wurde die Destillation so lange fortgesetzt, bis das Destillat durch Quecksilberchlorid nicht mehr getrübt wurde. Das Gesammtdestillat wurde von der geringen Menge der amorphen, auf der Oberfläche schwimmenden Flocken abfiltriert und mit $HgCl_2$-Lösung ausgefällt. Der vom überschüssigen $HgCl_2$ durch Waschen mit H_2O befreite Niederschlag, welcher zuerst auf Fliesspapier, sodann im Vacuum über Schwefelsäure getrocknet wurde, wog 0.262 gr.

Die Quecksilberbestimmung ergab folgende Zahlen:

0.2436 gr. Subst. gaben 0.1845 gr. $HgS = 62.29\,\%$ Hg. Haemopyrrolquecksilberdoppelsalz $= (C_8 H_{12} N)_2 Hg (HgCl_2)_4$ enthält $65.44\,\%$ Hg.

Die andere Hälfte des Filtrates wurde zur Darstellung des Urobilins verwendet. Sie wurde ebenfalls mit KOH übersättigt und der Destillation unterworfen. Das Destillat gab auch hier einige ölige Tropfen von dem charakteristischen Geruch und färbte einen mit Salzsäure befeuchteten Fichtenspahn intensiv roth. An der Luft färbte sich alsbald das Destillat rosaroth und schon am dritten Tage war in der, im offenen Kolben bei Zimmertemperatur aufbewahrten, Flüssigkeit ein geringer rother Bodensatz vorhanden, der abfiltriert und in alkoholischem Ammoniak gelöst mit alkohol.-ammoniak. Zinklösung die charakteristische grüne Fluorescenz und den Absorptionstreifen zwischen G und F zeigte. Wir liessen jedoch, um grössere Mengen des Farbstoffes zu erhalten, die Lösung 8 Tage im offenen Kolben stehen und filtrierten erst dann den entstandenen rothen Niederschlag ab. Dieser Niederschlag wurde in Alkohol gelöst, ein Theil der Lösung mit etwas Salzsäure angesäuert, ein anderer ammoniakalisch gemacht und mit alkohol.-ammoniak. Chlorzinklösung versetzt, worauf die gelbe alkalische Lösung rosa wurde mit grüner Fluorescenz. Sowohl die alkoholische salzsaure Lösung, wie die zinkhaltige ammoniakalische mit den entsprechenden Lösungen des Urobilins aus Bilirubin verglichen, gaben im Spectrum identische Absorptionsbänder.

Es ist hiermit erwiesen, dass Phyllocyanin durch Jodwasserstoffsäure und Jodphosphonium in eisessigsaurer Lösung zu Haemopyrrol reduciert wird.

Die als zweites Reductionsproduct des Phyllocyanins erhaltene gelbe, amorphe Masse soll später untersucht werden.

---

27. M. N. Cybulski présente le travail de M. A. BECK: **Zjawiska elektryczne w rdzeniu pacierzowym.** ***(Die elektrischen Erscheinungen im Rückenmarke).*** *(Les phénomènes électriques dans la moelle épinière).*

Unsere Kenntnisse betreffend die elektrischen Erscheinungen im Centralnervensystem sind noch sehr mangelhaft. Es scheint, dass die grossen Schwierigkeiten, die dem Forscher bei der Untersuchung dieser Erscheinungen im Wege stehen, und was damit verbunden ist, die nicht allzugrosse Sicherheit der Resultate zur Betretung dieses Gebietes der Physiologie nicht sehr einladend sind. Die Literatur des genannten Gegenstandes ist somit, was die Zahl der einschlägigen Arbeiten betrifft, ziemlich knapp. Es liegen bisher Arbeiten von Setschenow (1881), Werigo (1889), Beck (1891), Fleischl (1891), Gotch und Horsley (1891), Beck-Cybulski (1892) vor. Den Ruhe- und Actionsstrom im Rückenmarke haben Gotch und Horsley an Warmblütern eingehend untersucht.

Der Verfasser stellte sich vor allem die Aufgabe, die genannten Erscheinungen zuerst an einfacheren Objecten, nämlich am Froschrückenmarke, genau zu studieren, um womöglich unser Wissen über diesen Gegenstand demjenigen, das wir über die elektrischen Erscheinungen in Nerven besitzen, nahezustellen.

Zu diesem Behufe untersuchte Verfasser an einer grossen Anzahl von Froschrückenmarken sowohl alle elektrischen Erscheinungen, wie auch jene Factoren, welche dieselben sowohl qualitativ wie quantitativ beeinflussen. Es wurden somit der elektrische Leitungswiderstand des Rückenmarkes, die elektromotorische Kraft des bei Ableitung von der Längsoberfläche und dem Querschnitte entstehenden Stromes, wie auch die Actionsströme bei Reizung centripetaler Nerven untersucht, respective gemessen.

Weiterhin wurde untersucht, ob und auf welche Weise alle diese Erscheinungen unter dem Einflusse von nutritiven Vorgängen (Absterben, Ermüdung) und toxischen Einwirkungen verändert werden.

Von der Methodik des Verfassers mag kurz hervorgehoben werden, dass er sich zur Untersuchung der elektrischen Erscheinungen eines Hermann-Wiedemann'schen aperiodischen Galvanometers bediente, dessen Empfindlichkeit für einen Scalentheil circa 2.10^{-10} A betrug. Die Versuche wurden theilweise an nach Steinach's Angabe bereiteten Kaltfröschen ausgeführt. Das Rückenmark wurde mitsammt dem Gehirne blosgelegt und bis zur Abgangsstelle der II—III Lumbarwurzel auspräpariert. Hiernach wurde nach Durchtrennung der Nervenwurzeln die Wirbelsäule mitsammt dem Vorderthiere entfernt, so dass das Präparat (für Untersuchung mit adaequater Reizung) aus dem Rückenmarke, einigen Wirbeln mit etwa denselben anhaftenden Weichtheilen und den unversehrten hinteren Extremitäten bestand. Bei der Untersuchung mit Reizung der Schenkelnerven wurden letztere herauspräpariert und auch die Extremitäten selbst entfernt. Zur Aufnahme eines solchen Präparates diente eine zweckmässig eingerichtete feuchte Kammer mit entsprechenden Elektroden und Röhrchen zum Durchleiten von Gasen, respective Dämpfen.

Für die Untersuchung des elektrischen Widerstandes wurde das ganze Rückenmark herauspräpariert und dessen Enden nach der bekannten Hermann'schen Methode in die die unpolarisierbaren Elektroden abschliessenden, mit physiologischer Kochsalzlösung gefüllten Glasröhrchen eingetaucht.

Der Querschnitt für Stromesableitung wurde entweder vermittels eines sehr scharfen Rasiermessers oder häufiger auf galvanokaustischem Wege ausgeführt.

Hervorgehoben muss noch werden, dass zu den Experimenten, die behufs Untersuchung der Actionsströme mit adaequater Reizung angestellt werden sollten, nur solche Präparate benutzt wurden, welche nach Bloslegung des Rückenmarkes und Abtrennung des Vorderthieres bei Reizung der hinteren Extremitäten dieselben reflectorisch bewegten.

Messungen des elektrischen Leitungswiderstandes, welche nach der bekannten Kohlrausch'schen Methode ausgeführt wurden, lieferten das bemerkenswerthe Resultat, dass dieser Widerstand des Rückenmarkes bedeutend geringer ist als derjenige entsprechend dicker Nerven, respective Nervenbündel. Die Versuche des Verfassers lieferten folgende Zahlen (für 10 mm. Länge des Rückenmarkes): Oberer Rückenmarkstheil 15.500 bis 17.400 Ohm, unterer

Abschnitt 15.500 bis 24.000 Ohm als Mittelzahl erhielt Verfasser 18.200 Ohm.

Die Ursache des Unterschiedes im Leitungswiderstande des Rückenmarkes und der peripheren Nerven liegt offenbar in den Verschiedenheiten des anatomischen Baues, namentlich in dem Umstande, dass die Substanz der Markscheide schlechter leitend ist, als die Axencylinder und Nervenzellen. Den Beweis dafür lieferte Verfasser durch die Prüfung des Widerstandes von Glasröhrchen, die mit weisser, beziehungsweise mit grauer Hirnsubstanz gefüllt waren. Diese Versuche ergaben, dass der Leitungswiderstand der weissen Substanz über $1^1/_2$ mal grösser war, als derjenige der grauen. Es sei noch bemerkt, dass der Leitungswiderstand des Froschrückenmarkes unter dem Einflusse von Kohlensäure, Schwefelaether und Chloroform nicht merklich verändert wird. Auch das

Tabelle I.

Rückenmark Nr.	Stelle des Querschnittes	Länge der abgeleiteten Strecke	Elektromotorische Kraft
1.	Mitte der Oblongata	8 mm.	0·01040
2.	Dicht vor der Int. cervic.		0·02244
3.	Durch das verlängerte Mark . . .	6 mm.	0·01526
4.	An der hinteren Grenze der Oblongata	8 mm.	0·01055
5.	" " "		0·01886
6.	" " "		0·01533
7.	" " "		0·02083
8.	" " "		0·027903
9.	" " "		0·013755
10.	" " "	7 mm.	0·022401
11.	" " "	"	0·025545
12.	« " "	"	0·021222
13.	" " "	"	0·016899
14.	" " "	9 mm.	0·02299
15.	" " "	"	0·02771
16.	" " "	10 mm.	0·02083
17.	" " "	"	0·01297
18.	" " "	"	0·02083
19.	" " "	"	0·01277
20.	" " "	"	0·01592

Absterben des Rückenmarkes, wenn es nur vor dem Austrocknen bewahrt wird, übt keinen Einfluss auf den Leitungswiderstand aus.

Die elektromotorische Kraft des normalen Froschrückenmarkes schwankte, wie aus der Tabelle I. ersichtlich ist, zwischen 0·01040 und 0·027904 und betrug im Mittel 0·018304 Volt.

In einem und demselben Rückenmarke war die Grösse der elektromotorischen Kraft von der Länge der abgeleiteten Strecke abhängig, und zwar in dem Sinne, dass erstere mit der Länge des mit dem Galvanometer verbundenen Rückenmarksabschnittes bis zu einem Punkte (circa 10 mm. Länge) anstieg, und nach Ueberschreitung dieser Länge wieder zu sinken begann.

Mit der Dauer des Versuches sank die elektromotorische Kraft des Froschrückenmarkes allmählich und constant; nur selten wurde am Anfange des Versuches eine übrigens schnell vorübergehende Steigerung der elektromotorischen Kraft beobachtet. Eine umfangreiche Steigerung derselben konnte stets durch einen frischen Querschnitt herbeigeführt werden.

Tabelle II.

Zeit	Rheochord-länge in mm.	Elektromotorische Kraft
11 h. 50′	330	0·015378
11 h. 55′	295	0·013748
12 h. 00′	260	0·01212
12 h. 5′	245	0·01142
12 h. 15′	220	0·010252
Anfrischung des Querschnittes 2 mm. hinter dem früheren.		
12 h. 20′	350	0·01631
12 h. 25′	355	0·016543
12 h. 30′	340	0·015844
12 h. 35′	330	0·015378
12 h. 40′	320	0·014912
12 h. 50′	300	0·01398
12 h. 55′	290	0·013514
1 h. 05′	280	0·013148
1 h. 15′	270	0·012582
1 h. 30′	255	0·011883

Tabelle II gibt uns ein genaues Bild des Sinkens der elektromotorischen Kraft mit einmaliger Steigerung infolge der Anlegung eines neuen Querschnittes.

Die am Schlusse beigegebene Tafel stellt den Verlauf der elektromotorischen Kraft graphisch dar. Die Abscissenlinie entspricht Zeitabständen, die Coordinaten entsprechen Werten der elektromotorischen Kraft. Bei *a* ist die Steigerung der elektromotorischen Kraft infolge der Anlegung eines frischen Querschnittes ersichtlich.

Die Einwirkung der oben erwähnten in Gas- respective Dampfform angewandten Gifte äussert sich auf die elektromotorische Kraft dahin, dass sowohl Kohlensäure wie auch Aether- und Chloroformdämpfe die elektromotorische Kraft anfangs steigern, später aber schwächen.

Der Unterschied in der Wirkung einer jeden dieser Substanzen beruht lediglich auf der Geschwindigkeit, mit welcher sich die Veränderungen entwickeln, und auf der Stärke der Einwirkung. So ist das erste Stadium (Steigerung der elektromotorischen Kraft) unter dem Einflusse von CO_2 sehr ausgesprochen und lange anhaltend, während Chloroform nur ein so kurzdauerndes Stadium mit nur schwacher Steigerung herbeiführt, dass dies Stadium oft übersehen wird. Aether steht in der Mitte zwischen beiden eben genannten Substanzen. Das spätere Sinken der elektromotorischen Kraft ist am stärksten und entwickelt sich sehr rasch unter dem Einflusse von Chloroform, welches den Ruhestrom in kurzer Zeit auf Null herabbringt, während CO_2 die elektromotorische Kraft erst nach circa 10 Minuten währender Einwirkung merklich herabsetzt (d. h. mehr als in dem gleichzeitig untersuchten zweiten Rückenmarke des Controllversuches).

Die Reizung der intact gebliebenen hinteren Extremitäten oder des centralen Ischiadicusstumpfes ruft fast in allen Fällen eine ausgesprochene negative Schwankung des (compensierten) Ruhestromes hervor.

Die Grösse der negativen Schwankung hängt zwar offenbar von der Stärke des zur Reizung angewandten Inductionsstromes ab, doch ist sie dabei sehr inconstant. Wiederholte Reizung mit derselben Stromstärke verursacht oft verschieden grosse negative Schwankungen. Doch ist dies nicht so zu verstehen, als ob immer die zweite, dritte negative Schwankung schwächer ausfiele. Nicht selten lässt sich vielmehr das Gegentheil constatieren.

Aber nicht immer tritt bei Reizung des Nerven negative Schwankung auf. In einigen Fällen beobachtete Verfasser das Auftreten positiver Schwankung, abgesehen von sehr wenigen vereinzelten Fällen, in denen die Reizung gar keine elektrische Veränderung herbeiführte. Die Ursache dieses Unterschiedes im Verhalten des Rückenmarkstromes gegenüber dem Nervenstrome ist nach Ansicht des Verfassers in der Compliciertheit des Baues und der Function dieses Bestandtheiles des centralen Nervensystems zu suchen. Durch den Querschnitt am Rückenmarke werden nicht nur diejenigen centripetalen Fasern getroffen, welche die die gereizten Ischiadicusfasern treffende Erregung fortleiten, und somit vor allem als Sitz der negativen Schwankung zu betrachten sind, sondern es nehmen auch alle anderen centripetalen und alle centrifugalen Fasern, die quer durchschnitten werden, Antheil an dem Entstehen des Ruhestromes, ohne bei der Reizung des Nerven in Thätigkeit zu gerathen, somit ohne sich an dem Entstehen der negativen Schwankung zu betheiligen. Dadurch wird der Umstand erklärt, warum die negative Schwankung im Verhältnisse zur Stärke des Ruhestromes oft so klein ausfällt.

Ferner kommen die am Querschnitte getroffenen, respective dicht unter demselben befindlichen Nervencentren in Betracht. Ob und inwiefern deren Vorhandensein am Entstehen des Ruhestromes mitwirkt, darüber ist bisher kein Anhaltspunkt zu finden. Anders aber verhält sich die Sache in Bezug auf den Antheil der Nervencentren im Zustandekommen der negativen Schwankung. Befinden sich nämlich in respective unter dem Querschnitte solche Centren, die bei Reizung des centripetalen Ischiadicusstumpfes in Thätigkeit gerathen, so ist kein Grund anzunehmen, warum nicht auch die Rückenmarkscentren der Sitz von elektrischen Veränderungen wären. Ist doch diese Thatsache zur Genüge von Werigo, vom Verfasser und Cybulski bewiesen worden. Gestützt auf die Ergebnisse dieser Versuche nimmt Verfasser an, dass, insofern in den Nervencentren des Rückenmarkquerschnittes durch Nervenreizung ein Actionszustand hervorgerufen wird, derselbe zweifellos von einer Herabsetzung des elektrischen Potentials, somit vom Auftreten (Verstärkung) der Negativität begleitet wird. Ein derartiges Verhalten muss nothwendiger Weise der Grösse der negativen Schwankung entgegenwirken. Uebertrifft die elektrische Veränderung in den Centren diejenige in den Nervenfasern an Stärke, so wird das Re-

sultat dieses Wettstreites dem Beobachter als positive Schwankung erscheinen.

Auf diese Weise kann das Auftreten der positiven Schwankung, ja auch das Nichtauftreten einer jeden Veränderung durch Reizung erklärt werden. Diese Ausführungen des Verfassers werden dadurch bekräftigt, dass in einem Falle, in welchem früher negative Schwankung vorhanden gewesen ist, nach Anfrischung des Querschnittes positive Schwankung auftrat; in einem anderen Falle wurde ein umgekehrtes Verhalten beobachtet.

Den Verlauf der negativen Schwankung stellt die in Fig. 1 beigegebene photographische Curve dar.

Fig. 1. Von links nach rechts zu lesen. Reizung bei *a*. Schluss der Reizung bei *b*. *m*—*n* negative Schwankung.

Auch mögen hier als Beispiel zwei Protokollauszüge (Seite 286 und 287) angeführt werden.

Ausser dem bisher Gesagten ist noch aus dem ersten dieser Protokolle der Einfluss von Chloroform zu ersehen. Diese Substanz, wie auch Aether und CO_2 übten einen ungünstigen Einfluss auf die Grösse der negativen Schwankung aus bis zur völligen Aufhebung derselben.

Wieder war die Wirkung von Chloroform am stärksten, diejenige von CO_2 am schwächsten. Eine vorherige Steigerung der negativen Schwankung unter dem Einflusse dieser pharmakologischen Mittel wurde nicht bemerkt. Durchströmung von Luft ver-

I. Versuchsprotokoll Z. 276.

Rana temporaria (Weibchen). Elektrode *A* am Querschnitte des Rückenmarks dicht an der hinteren Grenze der Oblongata; *B* hinter dem Cervicalplexus.

Ablenkung	Componsiert bis auf	Reizung	Ablenkung	Richtung und Grösse der Schwankung	Rollenabstand der Reizung	
— 0/0	600	Rechter N. isch.	618	—18	14	
„	602	„ „	621	—19	14	
„	550	Linker N. isch.	562	—12	16	
„	515	„ „	528	—13	16	
„	640	Rechter N. isch.	675	—35	12	
„	720	„ „	730	—10	—	= Mechanische Reizung des Nerven
„	760	„ „	801	—41	11	
„	835	„ „	860	—25	11	Chloroform
„	900	„ „	920	—20	11	= Nach einer Minute
„	520	„ „	520	0	11	= Nach 2·5 Minuten Entfernung des Chloroforms und Ventilation
„	430	Rechter N. isch.	440	—10	11	= Nach zwei Minuten
„	538	„ „	548	—10	11	= Nach sieben Minuten
„	560	„ „	578	—18	11	= Nach acht Minuten
„	585	„ „	595	—10	11	
„	600	Linker N. isch.	610	—10	11	
„	620	Rechter N. isch.	639	—19	11	
„	625		645	—20	11	
„	640	Linker N. isch.	656	—16	11	

II. Versuchsprotokoll Z. 198.

Rana temporaria (mittelgross). Querschnitt an der Grenze des Rückenmarks und verlängerten Marks; Längsableitung 10 mm. hinter dem Querschnitte.

Ablenkung	Compensiert bis auf	Reizung	Ablenkung	Richtung und Grösse der Schwankung	Rollenabstand der Reizung	
— $\frac{0}{0}$	480	Rechter N. isch.	505	—25	14	
„	490	„ „	510	—20	14	
„	465	„ „	490	—25	14	
„	485	„ „	515	—30	18	
„	500	„ „	525	—25	18	
						Hemisection rechterseits 3 mm. hinter dem Cervicalplexus. Abstand der ableitenden Elektroden 6 mm.
„	460	„ „	455	— 5	18	
„	460	„ „	460	0	18	
„	465	„ „	465	0	16	
„	480	Linker N. isch.	500	—20	16	
„	520	„ „	540	—20	16	
„	530	„ „	555	—25	16	
„	555	„ „	570	—15	16	
„	591	Rechter N. isch.	592	— 1	16	
„	490	„ „	489	+ 1	16	
„	560	„ „	550	+10	16	
„	553	„ „	553	0	16	
„	582	„ „	581	+ 1	16	
„	525	Linker N. isch.	535	—10	16	
„	542	„ „	555	—13	16	
„	535	„ „	540	— 5	16	
„	579	„ „	590	—11	16	
						Frischer Querschnitt an der Stelle der Hemisection.
„	565	„ „	592	—27	16	
„	580	„ „	590	—10	16	
„	440	„ «	452	—12	16	
„	437	Rechter N. isch.	445	— 8	16	
„	445	„ „	455	—10	16	

mochte in vielen Fällen die herabgesunkene negative Schwankung wieder zu heben.

Cocainisierung der Nerven hob die negative Schwankung auf. Durchschneidung der hinteren Wurzeln machte ebenfalls die Reizung

des diesseitigen Nerven wirkungslos. Durchschneidung der vorderen Wurzeln übte keinen Einfluss auf die negative Schwankung aus. (Bestätigung der bekannten Thatsache über die einsinnige Leitung der Erregung im Centralnervensystem).

Der Beobachtung der negativen Schwankung bediente sich der Verfasser nach dem Vorbilde von Gotch und Horsley als einer Methode zur Untersuchung des Verlaufes der centripetalen (sensiblen) Fasern im Froschrückenmarke. Zu diesem Zwecke wurde, nachdem vorher constatiert worden war, dass die negative Schwankung bei Reizung jedes der beiden Ischiadici auftritt, am Rückenmark eine Hemisection ausgeführt, und die Untersuchung der negativen Schwankung fortgesetzt. Diese Untersuchungsweise erwies sich für den genannten Zweck als sehr empfehlenswerth, und ist ihre Bedeutung um so höher zu schätzen, als bekanntlich die Untersuchung der „Sensibilität" bei niederen Thieren auf fast unüberwindliche Schwierigkeiten stösst.

Der oben angeführte II. Protokollauszug zeigt, dass nach der Hemisection die Reizung des N. ischiadicus auf der Seite der Hemisection keine negative Schwankung mehr hervorruft. Ein solches Ergebnis erhielt der Verfasser fast in allen Fällen, in denen die Durchschneidung einer Rückenmarkshälfte centralwärts von der Lumbalanschwellung ausgeführt worden war: immer Aufhebung oder sehr starke Herabsetzung der negativen Schwankung auf Reizung des der Hemisection gleichseitigen Nerven.

In einigen Fällen trat auf Reizung dieses Nerven positive Schwankung auf, während vor der Hemisection nur negative Schwankung hervorgerufen werden konnte.

Dies Verhalten zeigt, dass die centripetalen Bahnen im Froschrückenmarke bis zur Höhe der unteren Grenze der Medulla oblongata (zum grössten Theil wenigstens) ungekreuzt verlaufen.

Eine zweite Reihe von Versuchen wurde vom Verfasser an Warmblütern (Hunden, Katzen und Kaninchen) angestellt. In tiefer Chloroformnarkose oder Curarevergiftung wurde das Rückenmark in der Höhe der 2—3 letzten Brust- und der 2 ersten Lumbalwirbel entblösst und (meist galvanokaustisch) centralwärts quer durchschnitten. Die eigentliche Untersuchung geschah nach dem vollkommenen Erwachen aus der Chloroformnarkose entweder ohne

Betäubungsmittel oder in schwacher Aethernarkose, in einigen Fällen auch bei Curarevergiftung und künstlicher Athmung.

Um die Wirkung des, durch die Operation herbeigeführten Shoks zu vermeiden, oder wenigstens zu schwächen, hat der Verfasser einige Versuche zweizeitig angestellt, d. h. die galvanometrische Untersuchung geschah erst 24–36 Stunden nach der ersten (streng aseptischen) Operation. Einen ausgesprochenen Unterschied im Verhalten eines solchen Rückenmarkes gegenüber den anderen, hat Verfasser nicht bemerkt.

Das untersuchte Rückenmark wurde durch entsprechende Glashäkchen von der Wunde abgehoben gehalten, auch wurde, um sicher jeden Contact des Rückenmarkes oder der Elektroden mit den Geweben zu vermeiden, unter das Rückenmark eine dünne Kautschukmembran geschoben, welche die Wunde vollkommen bedeckte. Die Untersuchung wurde jede paar Minuten unterbrochen, das Rückenmark in die Wunde versenkt und zugedeckt, um es vor zu starker Abkühlung zu schützen.

Der Leitungswiderstand des Rückenmarkes betrug beim Hunde für 10 mm. Länge bis 1500 Ohm, beim Kaninchen 2000 bis 3100 Ohm.

Der Ruhestrom ist in Bezug auf Intensität sehr stark, was auf den geringen Widerstand zurückzuführen wäre; doch ist auch die elektromotorische Kraft des Warmblüterrückenmarkes grösser als diejenige des Froschrückenmarkes. So betrug dieselbe am Hunderückenmark 0·01543 bis 0·03498, im Mittel 0·02484 Volt, am Rückenmarke von Katzen 0·01639 bis 0·02876, im Mittel 0·02301 Volt.

Die Untersuchung der Actionsströme am Rückenmarke von Warmblütern geschah sowohl bei mechanischer oder elektrischer Reizung der Haut der Hinterpfoten oder nach Isolierung des Ischiadicus bei Reizung des letzteren durch Inductionsströme. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen fielen nicht so sicher und unzweideutig aus, wie jene, welche die Versuche am Froschrückenmarke geliefert hatten. Im grossen und ganzen bestätigten diese Versuche des Verfassers die Untersuchungen Gotch und Horsley's.

Die Reizung der Haut und des Nerven gibt zwar sehr häufig negative Schwankung, doch gehört dies nicht zur Regel. Hie und da geschah es, dass gar keine Veränderung durch Reizung hervorgerufen wurde, in anderen Fällen (und dies ziemlich häufig) wurde positive Schwankung beobachtet.

III. Versuchsprotokoll Z. 433.

Grosse Katze (circa 3·5 Kg.) Am 9. April Vormittags wurde das Rückenmark auf der Höhe des 9. Dorsalwirbels quer durchschnitten und am anderen Tage (30 Stunden später) Nachmittags auf der Strecke von 4 Wirbeln isoliert. Nach Anlegung eines frischen Querschnittes wurde derselbe und die Längsoberfläche in der Entfernung von 15 mm. mit dem Galvanometer verbunden.

Ablenkung	Conpensiert bis auf	Reizung	Ablenkung	Richtung und Grösse der Schwankung	Rollenabstand der Reizung	
— 0/0	450	Mechanische Reizung der linken Extremität	470	—20	—	
"	460		470	—10	—	
"	460	Mechanische Reizung der rechten Extremität	460	0	—	
"	460		468	— 8	—	
"	430	Elektrische Reizung des linken Nerven	480	—50	18	= Elektrische Reizung
"	400	Elektrische Reizung der rechten Extremität	425	—25	18	
"	400	" "	415	—15	18	
"	385	" "	405	—20	18	
"	390	" "	420	—30	18	
						Hemisection rechterseits
"	300	Linker N. isch.	380	—80	18	
"	290	Rechter N. isch.	298	— 8	18	
"	300	Linker N. isch.	380	—80	18	
"	290	" "	350	—60	18	
"	308	Rechter N. isch.	308	0	18	
"	300	" "	298	+ 2	18	
"	308	Linker N. isch.	365	—57	18	
"	310	" "	358	—48	18	
"	312	Rechter N. isch.	312	0	18	
"	314	" "	313	+ 1	18	
"	315	Linker N. isch.	362	—47	18	
"	308	" "	353	—45	18	
"	510	" "	512	— 2	18	= Chloroformnarkose
"	510	Rechter N. isch.	508	+ 2	18	
"	500	" "	500	0	15	
"	460	Linker N. isch.	458	+ 2	15	
"	420	Rechter N. isch.	420	0	15	

Ob die Verhältnisse nach der oben erwähnten Deutung beim Warmblüterrückenmarke stärker ausgeprägt sind, oder etwa die Schwierigkeit der Untersuchung die Schuld an solchem Verhalten trägt, lässt Verfasser unentschieden. Doch lässt das wiederholte Auftreten der negativen Schwankung während eines und desselben Versuches, das Verschwinden derselben während der Chloroformnarkose und das Wiedererscheinen nach dem Erwachen aus der Narkose, die Verstärkung der negativen Schwankung nach Strychninvergiftung, und was am wichtigsten ist, die Wirksamkeit der adaequaten Hautreizung, keinen Zweifel darüber erwachsen, dass wir es wirklich mit einer den Actionszustand begleitenden elektrischen Erscheinung zu thun haben.

Der Protokollauszug Nr. III (Seite 290) und die beigegebene Curve Fig. 2, möge zur Beleuchtung des oben Gesagten dienen.

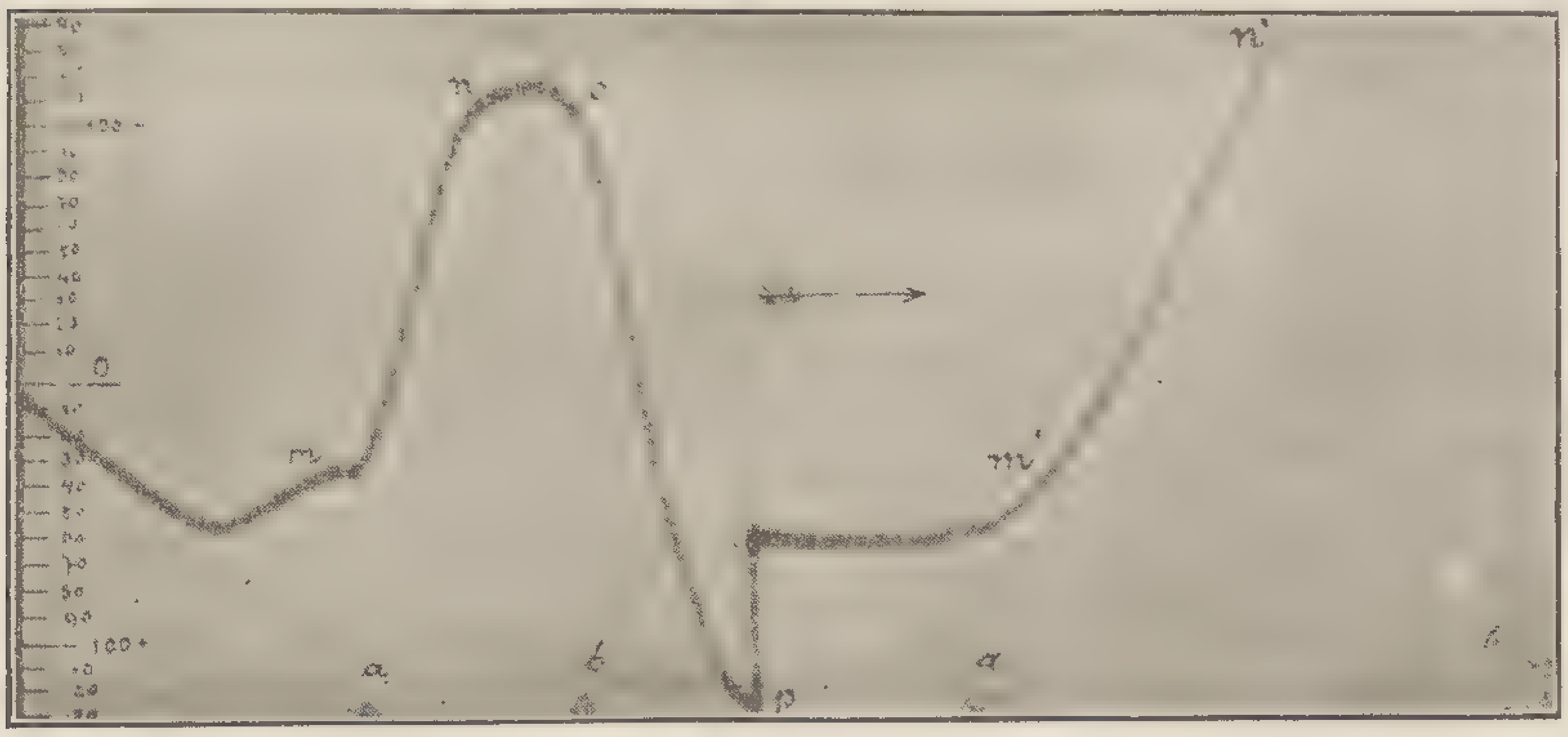


Fig. 2. Bezeichnung wie bei Fig. 2. Nach der ersten Reizung und negativen Schwankung trat eine positive Nachwirkung bis p ein. Bei p Stillstand des photographischen Apparates. Dann erneuerte Reizung u. negative Schwankung.

Die Frage aber, ob auch bei Warmblütern die Methode der Beobachtung der negativen Schwankung zur genaueren Untersuchung des Faserverlaufes im Rückenmark dienen kann, beantwortet Verfasser dahin, dass diese Methode zwar objective Beweise über das Vorhandensein respective Nichtbestehen von centripetalen Leitungen liefern kann, doch fallen dieselben nicht immer sicher aus, und dadurch leidet ihre Beweiskräftigkeit in nicht geringem Maasse. Für die Constatierung einer centripetalen Leitung bei höheren Thie-

ren liefern die anderen bisher angewandten Methoden sicherere Anhaltspunkte.

Verfasser behält sich vor, durch die genannte Methode den Verlauf der centripetalen Fasern im Rückenmarke des Frosches und anderer niederer Wirbelthiere genauer zu studieren.

Erklärung der Tafel X.

Die Curven in der Tafel versinnlichen den Verlauf der electromotorischen Kraft des Rückenmarkes. Auf der Abscissenaxe entspricht je ein Theil (10 mm.) in Fig. 1. je zehn Minuten, in Fig. 2. je 3 Min., in den Fig. 3 bis 6 je 2 Minuten. Auf der Coordinatenaxe entspricht ein Scalentheil (10 mm.) 0·0020 Volt.

Fig. 1. und 2. Verlauf der electromotorischen Kraft während längerer Dauer des Versuches. Bei *a* in Fig. 2. Anfrischung des Querschnittes.

Fig. 3. bis 6. Einwirkung von CO_2, Aether- und Chloroformdämpfen. In Fig. 5. und 6. stellt die punctirte Linie den Verlauf der electromotorischen Kraft in einem zweiten gleichzeitig untersuchten Controllrückenmarke dar. Went = Ventilation, pauza = Pause.

28. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Le Secrétaire dépose sur le bureau les dernières publications de la Classe:

E. Godlewski jun. „Początkowy okres rozwoju tkanki mięsnej prążkowanej zwierząt kręgowych“. *(Étude du developpement des faisceaux musculaires striés). — (Ueber die Entwickelung des quergestreiften muskulösen Gewebes).*

St. Kępiński. „O całkach rozwiązań równań różniczkowych, z sobą sprzężonych, rzędu 2-go, posiadających trzy punkty osobliwe“ (ciąg dalszy). *(Sur les intégrales des solutions des équations du second ordre, équivalentes à leur adjointe, avec trois points singuliers). — (Ueber Integrale der sich selbst adjungierten Differentialgleichungen 2-er Ordnung, mit drei singulären Punkten).*

Fr. Krzyształowicz. „Porównanie histologicznych cech wysypek kiłowych ze zmianami klinicznie do nich podobnemi“. *(Les caractères histologiques des syphilides en comparaison avec des dermatoses cliniquement semblables). — (Die histologischen Merkmale der syphilitischen Eruptionen im Vergleich mit den klinisch ähnlichen Dermatosen).*

L. Marchlewski et J. Sosnowski. „Synteza nowego układu czteropierścieniowego. Kumarofenazyn i pochodne“. *(Synthèse d'un nouveau système anulaire quadruple, Cumarophénasine et ses dérivés). — (Synthese eines neuen Ringsystems, Cumarophenazin und Derivate).*

L. Marchlewski et J. Buraczewski. „Studyum nad izatyną“. *(Étude sur l'isatine). — (Studien über Isatin).*

Wł. Natanson. „O podwójnem załamaniu światła w cieczach odkształcanych“. *(Sur la double réfraction accidentelle dans les liquides). — (Ueber die temporäre Doppelbrechung des Lichtes in bewegten reibenden Flüssigkeiten).*

J. Siemiradzki. „O wieku wapieni skalistych w pasmie krakowsko-wieluńskiem“. *(Sur l'âge des calcaires rocheux dans la région Cracovie-Wieluń). — (Ueber das Alter der Krakauer Felsenkalke).*

C. Zakrzewski. „O sile elektromotorycznej powstającej wskutek ruchu cieczy w wysrebrzonej rurce szklanej“. *(Sur la force électromotrice produite par le mouvement du liquide dans un tube de verre argenté). — (Ueber die electromotorische Kraft der Strömungströme in versilberten Glasröhren).*

S. Zaremba. „O tak zwanych funkcyach zasadniczych w teoryi równań fizyki matematycznej“. *(Sur les fonctions dites fondamentales dans la théorie des équations de la physique). — (Ueber die sog. Fundamentalfunctionen in der Theorie der partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik).*

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem.-przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.

Kraków, 1901. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

1 Lipca 1901.

PUBLICATIONS DE L'ACADÉMIE
1873—1900

Librairie de la Société anonyme polonaise
(Spółka wydawnicza polska)
à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« *(Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires)*, in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« *(Classe de philologie. Séances et travaux)*, in 8-vo, volumes II—XXXI (vol. I épuisé). — 238 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« *(Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux)*, in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XL, (vol. I. II. XIV épuisés, 61 pl.) — 256 k.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *(Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne)*, in 4-to, vol. I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). — 77 k.

»Sprawozdania komisyi językowej.« *(Comptes rendus de la Commission de linguistique)*, in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *(Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne)*, in 8-vo, 10 vol. — 57 k.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 4 k. Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski. 6 k. Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 3 c. — Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *(Bibliothèque des auteurs polonais du XVI et XVII siècle)*, in 8-vo, 38 livr. 46 k. 40 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed Piekosiński. 20 k. — Vol. II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A. Sokołowski et J. Szujski; A. Lewicki. 32 k. — Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. — Vol. IV, Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. — Vol. V, VII, Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński. 20 k. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 10 k. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408—1530) ed. B. Ulanowski. 10 k. — Vol. XV, Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol. II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski. 6 k. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński: 6 k. — Vol. VII, X, XIV, XVII Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 14 k. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski 4 k. — Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed. V. Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 156 k.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546—1553. 10 k. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674, ed. Kluczycki. 20 k. —

Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (ex archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674—1683 ed. Waliszewski. 30 k. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler. 30 k. — Vol. VI, Acta Regis Joannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 10 k. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507 1795 ed. Piekosiński. 40 k. Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 10 c. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576 -1586 ed. Polkowski. 6 k.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III—VI. — 102 k.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I, in 8-vo. — 15 k.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *Anciens monuments du droit polonais* in 4-to, vol. II—X. — 72 k.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 12 k. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 6 k. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507 1531 ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VII, Acta expedition bellic ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 12 k. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ulanowski. 16 k. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405 1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 6 k. — Vol. X, p. 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 2 k.

Volumina Legum T. IX. 8-vo, 1889. — 8 k.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *Mémoires*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches, vol. I épuisé). — 170 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« *Séances et travaux*, in 8-vo, 33 vol. (241 planches). — 273 k.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *Comptes rendus de la Commission de physiographie*, in 8-vo, 29 volumes (III. VI — XXXIII, 59 planches, vol. I. II. IV. V épuisés). — 234 k. 50 h.

»Atlas geologiczny Galicyi.« *Atlas géologique de la Galicie*, in fol., 7 livraisons (35 planches) (à suivre). — 58 k.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *Comptes rendus de la Commission d'anthropologie*, in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 125 k.

»Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« (*Matériaux anthropologiques, archéologiques et ethnographiques*), in 8-vo, vol. I—III, (25 planches, 10 cartes et 60 gravures). — 20 k.

Świętek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« (*Les populations riveraines de la Raba en Galicie*), in 8-vo, 1894. — 8 k. **Górski K.**, »Historya piechoty polskiej« (*Histoire de l'infanterie polonaise*, in 8-vo, 1893. — 5 k. 20 h. »Historya jazdy polskiej« (*Histoire de la cavalerie polonaise*), in 8-vo, 1894. — 7 k. **Balzer O.**, »Genealogia Piastów.« (*Généalogie des Piasts*), in 4-to, 1896. — 20 k. **Finkel L.**, »Bibliografia historyi polskiej.« (*Bibliographie de l'histoire de Pologne*) in 8-vo, vol. I et II p. 1—2, 1891—6. — 15 k. 60 h. **Dickstein S.**, »Hoëne Wroński, jego życie i dzieła.« (*Hoëne Wroński, sa vie et ses oeuvres*), lex. 8-vo, 1896. — 8 k. **Federowski M.**, »Lud białoruski.« (*L'Ethnographie de la Russie Blanche*), in 8-vo. 1897. — 7. k.

»Rocznik Akademii.« *Annuaire de l'Académie*, in 16-o, 1874—1898 25 vol. (1873 épuisé) — 30 k.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« (*Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888*), 8-vo, 1889. — 4 k.

N^R 6. 12,229. 1901.

BULLETIN INTERNATIONAL

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

DE CRACOVIE

CLASSE DES SCIENCES MATHEMATIQUES ET NATURELLES

JUILLET

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1901.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ÉTÉ FONDÉE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE:

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR: S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est le polonais; c'est dans cette langue que paraissent ses publications.

Le Bulletin international paraît tous les mois, à l'exception des mois de vacances (août, septembre). Il est publié en deux séries, dont la première est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie, et la seconde aux travaux de la Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles. Chaque série contient les procés-verbaux des séances ainsi que les résumés des mémoires et les communications présentés à l'Académie.

Le prix de l'abonnement est 6 k. = 8 fr.
Séparément les livraisons se vendent à 80 h. = 90 centimes.

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem.-przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.

Kraków, 1901. — Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

SEP 30 1901

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADEMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.

III. CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

N° 6. Juillet 1901.

Sommaire: 29. E. de JANCZEWSKI. Hybrides des groseillers à grappes.
30. L. MARCHLEWSKI et J. SOSNOWSKI. Cumarophènasine et ses dérivés. Seconde partie.
31. ST. DROBA. Sur le parasite de la tuberculose et sa place dans le système des Champignons. (Note préliminaire).
32. J. SOSNOWSKI. Sur la résistance électrique des nerfs. I. Mesurage de la résistance par la méthode électrometrique.
33. T. BROWICZ. De la provenance de la substance amyloide. (Avec 3 pl.).
34. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Séance du lundi 1. Juillet 1901

Présidence de M. E. GODLEWSKI.

29. E. de JANCZEWSKI présente son travail: **Mieszańce porzeczek.** *(Hybrides des groseillers à grappes). (Bastarde der Johannisbeeren).*

Dans une note antérieure [1]) nous avons émis l'opinion que les groseillers à grappes cultivés n'appartiennent pas à une seule espèce botanique, mais dérivent tout au moins de trois espèces de première valeur, sans compter les affines, et en sont les descendants légitimes ou hybrides.

Cette opinion vient d'être confirmée par M. Hedlund [2]) qui trouve nécessaire de multiplier le nombre d'espèces que nous avons adoptées autrefois, en démembrant les unes et en y ajoutant d'autres.

Sans discuter ici la valeur des caractères servant à M. Hedlund pour distinguer les espèces qu'il a admises, nous nous proposons aujourd'hui de signaler l'origine hybride de quelques variétés horticoles dont deux ont été injustement élevées par M. Hedlund

[1]) Ed. de Janczewski. Origine multiple du groseiller à grappes cultivé Comptes rendus 26 février 1900.

[2]) T. Hedlund. Om Ribes rubrum. Botaniska Notiser 1901.

au rang d'espèces. Cette origine se laisse facilement reconnaître à la structure et à la forme de la fleur et trouve sa confirmation dans la présence d'un nombre plus ou moins grand de grains stériles du pollen. Elle serait entièrement certaine, si les descendants de ces hybrides n'étaient pas uniformes et s'ils manifestaient la tendance à revenir aux types ancestraux. Mais ces expériences-là ne se laissent pas improviser d'un jour à l'autre et demandent du temps pour apporter les résultats voulus, car le groseiller à grappes ne fleurit jamais avant la troisième année, ordinairement plus tard encore.

En nous proposant de donner autre part la description détaillée des espèces, races et variétés du groseiller à grappes, reconnues comme vraiment distinctes, nous nous bornerons ici à indiquer les caractères essentiels des hybrides en question et à les comparer à ceux des parents.

I. Ribes domesticum × rubrum [1]).

Dans la soixantaine de variétés que nous avons puisées aux plus riches établissements horticoles et aux jardins d'ancienne date et que nous cultivons dans notre collection, nous ne trouvons que les deux suivantes qui soient le produit certain des croisements de ces deux espèces.

1. Houghton Castle (Fig. 1). Forme et dimension de la fleur complètement intermédiaires. Sépales légèrement bronzés, maculés de rouge, mais bien moins que dans le *R. rubrum* de la Pologne ou de la Suède. Réceptacle muni d'un anneau saillant (disque), quoique moins prononcé que dans le *R. domesticum*. Anthères plus larges que dans le *R. rubrum*. Pollen contenant des grains stériles dont le nombre ne dépasse pas 10%. Mèche couronnant le fruit (fleur sèche) à insertion pentagonale-arrondie [2]) ou presque circulaire.

2. Perle striée. Grappes et fleurs plutôt semblables au *R. rubrum*. Sépales ordinairement dépourvus de macules rouges. Ré-

[1]) Nous conservons aux espèces les noms adoptés dans notre note antérieure, et ne présumons rien sur le rôle, père ou mère, qu'elles ont joué dans le croisement.

[2]) Cette insertion est entièrement pentagonale dans le *R. domesticum*, pentagonale-arrondie dans le *R. propinquum*, circulaire ou ovoïde dans les *R. rubrum* et *R. petraeum*. Par ce caractère on reconnaît, au premier coup d'oeil, l'espèce à laquelle appartient le fruit mûr.

ceptacle muni d'un anneau (disque) à peine indiqué ou nul. Anthères plus larges que dans le *R. rubrum*. Pollen contenant des grains stériles en nombre variable, dépassant quelquefois 10 %. Fruits jaunes,

Fig. 1. Groseiller Houghton Castle. Grandeur naturelle.

striés ou maculés de rouge. Mèche à insertion arrondie ou pentagonale-arrondie.

Si la Perle striée se rapproche beaucoup du *R. rubrum* en

rappelant le *R. domesticum* à un degré bien inférieur, il est permis de supposer que cet hybride contient $^3/_4$ de la première espèce et $^1/_4$ de la deuxième et doit être envisagé comme: *R. rubrum* × *(rubrum* × *domesticum)*, ou bien qu'il représente une deuxième génération hybride faisant retour à l'un des ancêtres.

L'autre groseiller à fruits panachés: Gloire des Sablons, n'a pas encore fleuri et fructifié chez nous; nous ne pouvons donc décider s'il est simplement un synonyme de la Perle striée ou si c'est un métis entre les races à fruit rouge et blanc du *R. rubrum*.

II. R. domesticum × petraeum.

La seule variété à laquelle nous avons reconnu cette origine, a été obtenue en France, où les deux espèces croissent spontanément.

1. Gondouin rouge. (Fig. 2). Bourgeons gros [1]. Fleur rappelant beaucoup le *R. petraeum*, à sépales ciliés; mais le réceptacle y est plus large et garni d'un anneau saillant (disque), quoique moins prononcé que dans le *R. domesticum*. Anthères de forme intermédiaire. Pollen contenant jusqu'à 10%, même 20% de grains stériles. Filaments rectilignes comme dans le *R. domesticum*. Base du style (voûte de l'ovaire) en cône de beaucoup moins développé que dans le *R. petraeum*. Fruit de même saveur que dans les autres groseillers cultivés. Insertion de la mèche toute particulière, à cinq lobes arrondis, plus ou moins prononcés, se confondant quelquefois en un pentagone arrondi, ou presque en cercle.

III. Ribes rubrum × petraeum.

Des trois variétés manifestant cette origine, deux ont été considérées par M. Hedlund comme espèces spontanées, la troisième paraît être un semis de l'une d'elles.

1. Rouge de Hollande (Fig. 3). Bourgeons volumineux, épanouissement et floraison presque aussi tardifs que dans le *R. petraeum*. La structure de la fleur rappelle cette espèce à un degré bien supérieur que le *R. rubrum*. Anthères intermédiaires, contenant un pollen mixte, avec 20% et 40% de grains stériles. Filaments

[1]) De toutes nos espèces de groseillers à grappes, l'espèce *R. petraeum* est celle que possède les plus gros bourgeons.

arqués à la base, comme dans le *R. petraeum.* Base du style (voûte de l'ovaire) en cône bien plus petit que dans le *R. petraeum.* Fruit tardif, plus précoce cependant que celui du *R. petraeum.*

Tout en reconnaissant les liens qui rattachent cette variété au

Fig. 2. Groseiller Gondouin. Grandeur naturelle.

R. petraeum, M. Hedlund lui attribue la valeur d'une espèce, la nommant *R. pallidum,* et lui assigne Dovre en Norvège comme station spontanée [1]). Dans une lettre de date plus récente, M. Hedlund

[1]) L. c. p. 102.

nous communique ses doutes sur la spontanéité réelle de son *R. pallidum* à Dovre, et son désir de faire contrôler cette station.

Pour nous, l'origine hybride de cette variété n'est pas douteuse, et nous avons trouvé un pied fructifié du groseiller Rouge de Hollande dans un bocage tourbeux, en société du *R. rubrum* spontané. C'était un émigré d'un jardin situé à quelques centaines de mètres, où cette variété se trouvait presque la seule cultivée. La même chose devait aussi avoir lieu en Norvège, car cette variété est la plus répandue dans les jardins du Nord et de l'Est de l'Europe.

Les semis semblent également confirmer l'origine hybride du groseiller Rouge de Hollande. Des quatre pieds, âgés de deux ans, que nous en avons conservé, l'un possède des feuilles glabres comme la mère, les trois autres des feuilles rudes au toucher, comme le *R. petraeum* des Alpes et Carpathes. Les gros poils coniques et terminés par de glandes à tannin qui en sont la cause, ne garnissent jamais la face supérieure des feuilles du *R. rubrum,* pas même sur des pieds de deux ans, issus de semis. Ils ne manquent pas, il est vrai, aux premières feuilles des germes et bordent aussi les cotylédons, mais ce caractère là que nous considérons comme ancestral, se perd bientôt dans le *R. rubrum, R. Warszewiczii* sp. n. et même dans le *R. petraeum* sibérien *(R. atropurpureum* C. A. Meyer) pour se conserver dans le *Ribes petraeum* des Alpes et des Carpathes, le *R. himalayense* Dcne (= *R. Meyeri* Maxim) etc., qui sont des espèces de l'époque glaciaire, certainement plus anciennes que les *R. domesticum, R. rubrum* et *R. propinquum.*

2. Pyriforme de Goegginger. Port, feuillage, fleurs, tout y rappelle le groseiller Rouge de Hollande dont il doit être un semis accidentel. Les différences ne résident que dans les filaments qui sont ici rectilignes, et dans l'ovaire qui est complètement pyriforme. Le fruit conserve cette forme particulière; son goût est, comme celui du *R. petraeum* de nos cultures, d'abord un peu farineux, rappelant plutôt une airelle *(Vaccinium vitis idaea),* ensuite assez fade.

3) Velouté *(R. holosericeum* hort, *R. caucasicum* hort, non Bieberst). Cette variété, plutôt ornementale qu'utile, peut bien venir du Caucase, mais ne constitue pas d'espèce indépendante, comme le croyait M. Hedlund en l'identifiant au *R. Biebersteinii* Berl [1]). Celui-ci

[1]) L. c. p. 106.

est un *R. petraeum* à grappes allongées et à feuilles très velues, comme nous l'avons constaté en examinant des échantillons d'herbier venant du Caucase, et surtout de la province de Kouban. Entre les poils unicellulaires très nombreux, nous avons toujours trouvé une certaine quantité de gros poils coniques et glanduleux.

Dans le groseiller Velouté, les bourgeons sont gros, l'époque

Fig. 3. Groseiller Rouge de Hollande. Grandeur naturelle.

de l'épanouissement, de la floraison et de la maturation des fruits, absolument intermédiaire. Feuilles très velues dans la jeunesse, dépourvues de gros poils coniques. Fleurs de même couleur que celles du *R. petraeum,* de forme et structure intermédiaires, par conséquent moins semblables à cette espèce que celles du Gr. Rouge de Hollande. Anthères de forme intermédiaire; pollen très mauvais ou en

tièrement stérile. Filaments rectilignes. Base du style (voûte de l'ovaire) en cône assez bas, mais plus haut que dans le *R. rubrum* et coloré en rouge (strié). Fruit rouge-noir. Etant assez commune dans le *R. petraeum* en Sibérie, au Tourkestan et au Caucase, la couleur noirâtre du fruit semble attester une origine asiatique de cet hybride et confirmer le nom de *Ribes caucasicum* qu'il porte encore aujourd'hui dans les établissements horticoles.

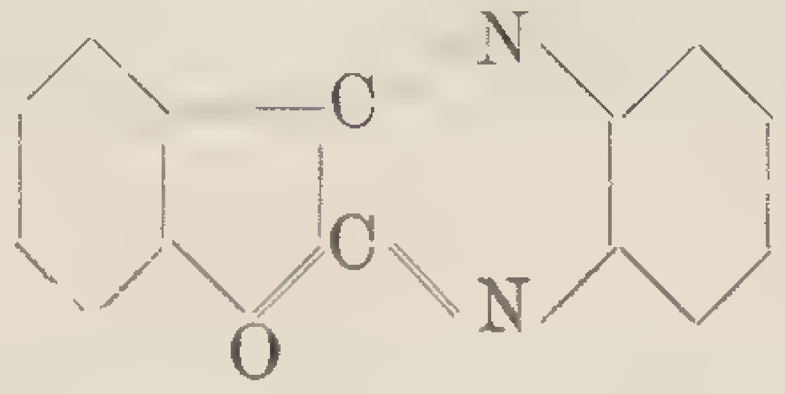
Si le croisement des espèces du groseiller à grappes donnait toujours des formes stériles ou très peu fécondes, les jardiniers ne les propageraient pas, à moins que l'hybride ne présentât quelque intérêt scientifique ou ornemental, comme c'est le cas du groseiller Velouté qui donne fort peu de fruits, probablement pour la raison que son pollen est très mauvais. Ils ne conservent que des produits aussi féconds que les descendants cultivés des espèces à l'état de pureté, et ces exemples comme nous venons de le démontrer, ne sont pas rares. Dans tous les hybrides énumérés, le pollen contient toujours un plus ou moins grand nombre de grains stériles, mais ce petit défaut n'entraîne aucune conséquence pratique et atteste seulement une origine immédiatement trahie par la forme et la structure florales, tantôt complètement intermédiaires entre les deux parents, tantôt plus semblables à l'un ou à l'autre. Leur fécondité ne laisse rien à désirer; au contraire, elle peut être exagérée par rapport aux parents spontanés dont le pollen était pourtant parfait. Ainsi, le *Ribes rubrum* est fort peu productif à l'état spontané, et ne l'est que modérément dans les variétés cultivées qui en sont les descendants légitimes. Le *R. domesticum* (avec l'espèce affine *R. macrocarpum)* vaut déjà bien mieux à l'état spontané et se comporte parfaitement dans les variétés qui en sont issues. Les hybrides, Houghton Castle et Perle striée, sont bien productifs, surtout le premier. Mais le *R. petraeum* porte fort peu de fruits dans nos jardins, et pourtant, croisé avec le *R. rubrum* si avare à l'état spontané, il a engendré le groseiller Rouge de Hollande donnant un maximum de rendement dans un sol et un climat qui lui conviennent. Il est à présumer que l'une des variétés du *R. rubrum,* à fruits roses ou à fruits blancs, n'existant plus dans aucun établissement horticole, mais découvertes dans un jardin en Lithuanie, est intervenue dans ce croisement; la variété à fruits rouges de la même source est trop peu

productive pour qu'on puisse la soupçonner d'être le parent du Gr. Rouge de Hollande. D'ailleurs, le fruit rouge clair du Gr. de Hollande semble indiquer que l'un des parents appartenait à une race à fruits clairs. La productivité du croisement du *R. petraeum* avec le *R. domesticum* est nécessairement l'héritage d'une variété cultivée, appartenant à la dernière espèce.

---

30. M. L. MARCHLEWSKI et M. J. SOSNOWSKI présente son travail: **Kumarofenazyn i pochodne**. Część druga. ***(Cumarophenazin und Derivate)***. (Zweiter Theil). *(Cumarophènasine et ses dérives)*. Seconde partie.

In der vorhergehenden Abhandlung haben wir eine Reaction beschrieben, die von dem aus Acetylisatin und o-Phenylendiamin darstellbaren o-Aminophenylhydroxychinoxalin zu einem Körper führte, dem die Constitutionsformel

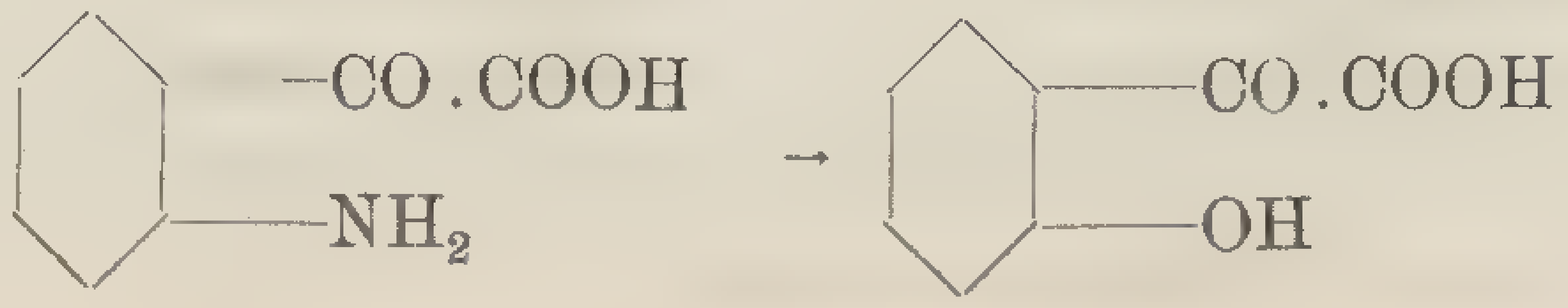


zugeschrieben wurde und der den Namen Cumarophenazin erhielt Wir sind jetzt in der Lage weitere, und, wie wir glauben, endgiltige Beweise für die vorgeschlagene Formel zu liefern.

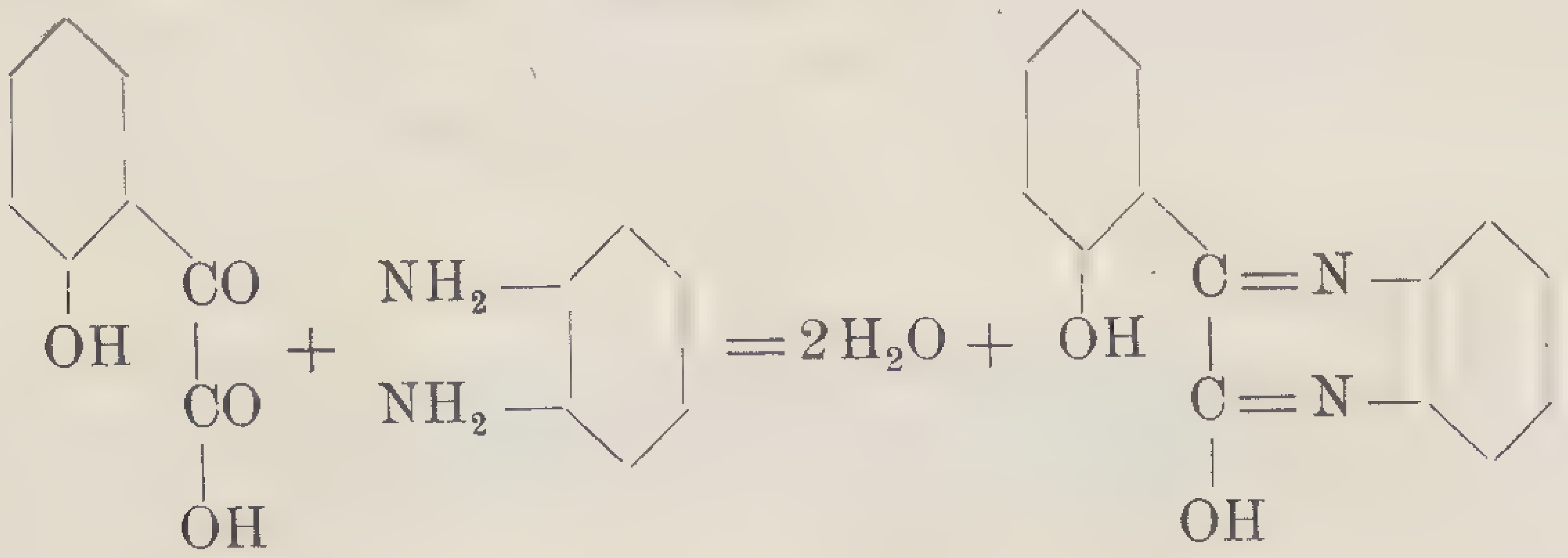
Wie bereits beschrieben, verwandelt sich Cumarophenazin bei anhaltendem Kochen mit einer wässerigen Lösung von Natriumhydroxyd in eine Verbindung. die wir als o-Hydroxyphenylhydroxychinoxalin auffassten.

Eine umgekehrte Umwandlung gelang uns damals nicht. Dass Cumarophenazin bei der erwähnten Behandlung wirklich Dihydroxyphenylchinoxalin liefert, liess sich direct auf folgende Art beweisen.

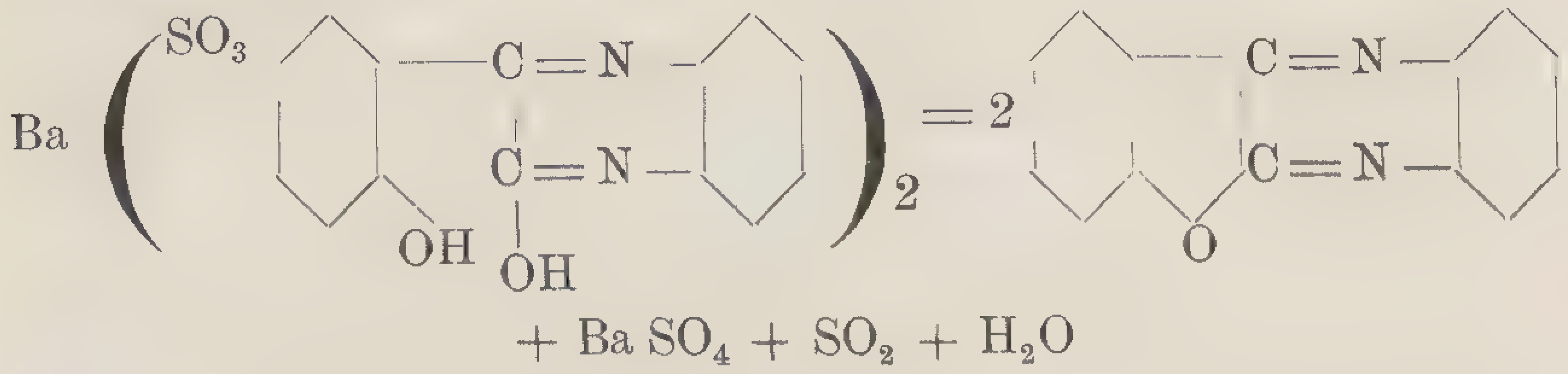
Wird Isatinsäure diazotiert und das entstehende Diazotierungsproduct mit angesäuertem Wasser gekocht, so erhält man eine Säure, die nichts anderes sein kann, als die noch unbekannte o-Hydroxybenzoylameisensäure



Wird letztere mit o-Phenylendiaminchlorhydrat erhitzt, so entsteht ein Körper, der identisch mit dem oben erwähnten Umwandlungsproduct des Cumarophenazins ist. Die Reaction verläuft offenbar wie folgt:



Die Umwandlung des o-Hydroxyphenylhydroxychinoxalins in Cumarophenazin erfolgt leicht in folgender Art. Wird das Baryumsalz der früher beschriebenen Solfosäure dieser Chinoxalinverbindung der trocknen Destillation unterworfen, so bildet sich ein Sublimat, welches nach entsprechender Reinigung sämmtliche Eigenschaften des Cumarophenazin besitzt. Der Umsatz kann, wie folgt formuliert werden:

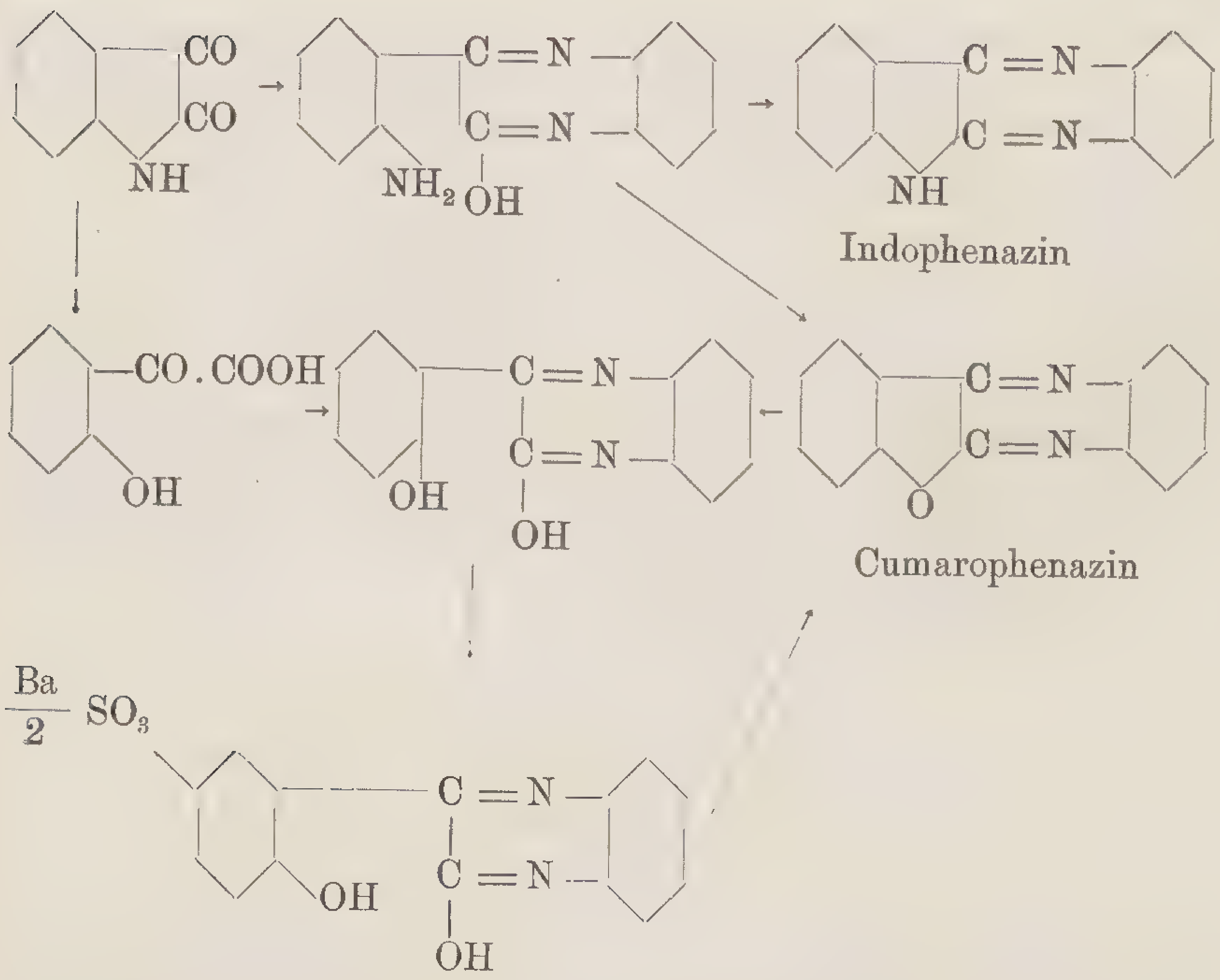


Die beschriebenen Umwandlungen des Isatins sind in folgender Tabelle, im Anschluss an die von Marchlewski und Buraczewski und Schunck beobachteten, übersichtlich zusammengestellt:

Siehe Seite 305, oben.

Diazotierung der Isatinsäure und Bildung der o-Hydroxybensoylameisensäure.

Isatin wurde in einer, die äquivalente Menge Na OH haltender Lauge gelöst, 15 Minuten gekocht, auf 0° abgekühlt, vorsichtig mit Salzsäure im Ueberschuss versetzt und bei einer 0° nicht überschreitenden Temperatur diazotiert. Die salpetrige Säure wird hierbei schnell verbraucht, aber ein mitunter starkes Schäumen ist nicht zu



vermeiden. Fast die theoretische Menge Nitrits wurde verbraucht. Die Diazolösung wurde sodann in eine kochende Lösung von Schwefelsäure eingetragen. Nach beendigter Stickstoffentwickelung wurde die Lösung abgekühlt und mit Aether extrahiert. Es resultierte ein gelbbraun gefärbtes Extract. Nach dem Abdestillieren des Aethers hinterblieb ein stark-sauer reagierender, brauner Syrop. Letzterer wurde in Wasser gelöst, mit Natriumcarbonat neutralisiert und zum Trocknen eingedampft. Das rohe Natriumsalz wurde in der Wärme wiederholt mit kleinen Mengen starken Alkohols ausgezogen. Die dunkelbraunen Verunreinigungen giengen zum grössten Theil in Lösung. Das rückständige hellbräunlichgelb gefärbte Natriumsalz wurde in Wasser gelöst und zur Darstellung der Chinoxalinabkömmlinge ohne weiteres benutzt.

o-Hydroxyphenylhydroxychinoxalin aus o-Hydroxybenzoylameisensäure.

Wird die wässerige Lösung des Natriumsalzes der o-Hydroxybenzoylameisensäure mit Essigsäure angesäuert, aufgekocht und

mit o-Phenylendiaminchlorhydratlösung versetzt, so entsteht sofort ein gelber krystallinischer Niederschlag, der nach dem Abfiltrieren aus Alkohol krystallisiert wurde. Es wurden so prächtige gelbe Nädelchen erhalten, die bei 296° schmolzen, sich schwer in kaltem Alkohol, ziemlich schwer in Aether, Benzol und Chloroform, hingegen ziemlich leicht in siedendem Alkohol lösten. Die Farbe der Lösung in conc. Schwefelsäure war rothbraun und wurde beim Erwärmen heller, wobei eine Sulfosäure entstand. In Alkalien löste sich diese Substanz sehr leicht – kurz, sie verhielt sich genau so, wie die früher unter demselben Namen beschriebene durch Kochen des Cumarophenazins mit Natriumhydrat erhaltene. Analyse:

0.1066 gr. geben bei t = 11.2 c. p. = 748
11.2 cm² feuchten Stickstoff
entsprechend 11.59 % N
$C_{14} H_{10} N_2 O_2$ verlangt 11.77 % N

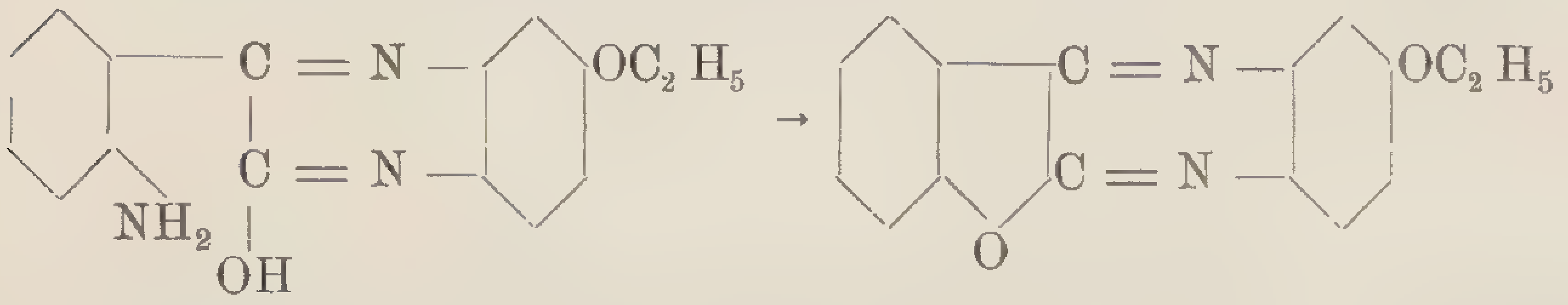
Umwandlung des o-Hydroxyphenylhydroxychinoxalins in Cumarophenazin.

Wird das Baryumsalz der Sulfosäure des o-Hydroxyphenylhydroxychinoxalins der trocknen Destillation unterworfen, so entsteht ein krystallinisches gelbes Sublimat, welches bei näherer Untersuchung sich als identisch mit Cumarophenazin erwies. Das Sublimat wurde zur Reinigung aus verd. Alkohol umkrystallisiert und so hellgelb gefärbte Nädelchen erhalten, deren Farbe nicht unbedeutend heller war als des aus o-Aminophenylhydroxychinoxalin erhaltenen Cumarophenazins. Dieser Umstand deutete darauf hin, dass es doch vielleicht gelingen kann, Cumarophenazin ebenso weiss zu erhalten wie sein früher beschriebenes höheres Homologe. Es gelang auch in der That, durch oftmaliges Umkrystallisieren des genannten Sublimats mit Zuhilfenahme von Thierkohle vollständig weisse Kryställchen zu erhalten. Daraufhin wurde auch ein nach dem früheren Verfahren erhaltenes, geblich gefärbtes Cumarophenazinpräparat demselben Reinigungsprocess unterworfen und schliesslich ebenfalls, obwohl mit grossen Verlusten, als vollständig weisse Krystallmasse erhalten. Der Vergleich des letzteren mit dem aus den o-Hydroxyphenylhydroxychinoxalin erhaltenen zeigte vollständige Uebereinstimmung. An demselben Thermometer gleichzeitig erhitzt, schmolzen beide Präparate bei 172.5° C, also etwas höher als früher angegeben.

Analyse: 0.1048 gr. Subst. gaben bei $t = 24^0$, $p = 747$
12.2 cm. feuchten Stickstoff
entsprechend 12.82% N
$C_{14}H_8N_2O$ verlangt 12.73% N

Aethoxycumarophenazin.

Wird das von dem einen von uns und L. G. Radcliffe beschriebene in Alkali lösliche Verseifungsproduct des Condensasationsproductes von Acetylisatin mit Aethoxy-o-Phenylendiamin in alkoholischer Lösung mit Natriumnitrit bei Anwesenheit von Salzsäure behandelt, so wird ein Körper erhalten, der als Aethoxycumarophenazin zu betrachten ist. Die Reaction verläuft gemäss dem Schema:



wobei, da das Ausgangsmaterial höchst wahrscheinlich ein Gemisch von zwei Isomeren ist, auch nur ein Gemisch von zwei Stellungsisomeren (in Bezug auf die Aethoxygruppe) entsteht, deren Trennung nicht sehr leicht sein dürfte.

Bezüglich des Reactionverlaufes ist folgendes zu sagen: Die alkoholische siedende Lösung des o-Aminophenylhydroxyaethoxychinoxalins mit Salzsäure versetzt, gibt eine weisse Fällung des Chlorhydrates. Wird nun eine wässerige Lösung von Natriumnitrit hinzugesetzt, so wird die Farbe der Mischung vorübergehend dunkel rothbraun und bald darauf hellgelb. Wasser zu der Lösung hinzugesetzt. verursacht eine hellgelbe Fällung des Aethoxycumarophenazins. Um letzteres rein zu erhalten, verfährt man, wie folgt: das Rohproduct wird zunächst mit kalter verd. Natronlauge ausgezogen, wobei eine geringe Menge in Lösung geht. Der Rückstand wird nach gründlichem Auswaschen mit heissem Wasser mehreremal aus siedendem, ein wenig mit Wasser verdünntem Alkohol, unter Zusatz von Thierkohle umkrystallisiert. Es wurde so in weissen Nädelchen erhalten, die bei 162·5° schmolzen. Aethoxycumarophenazin löst sich in den gebräuchlichen organischen Lösungsmitteln ziemlich leicht auf. Seine Lösungen, besonders die in

Chloroform, fluorescieren schwach bläulich. In conc. Schwefelsäure löst es sich mit rothbrauner Farbe auf.

Analyse: 0.1013 gr. geben bei $t = 26$, $p = 748$

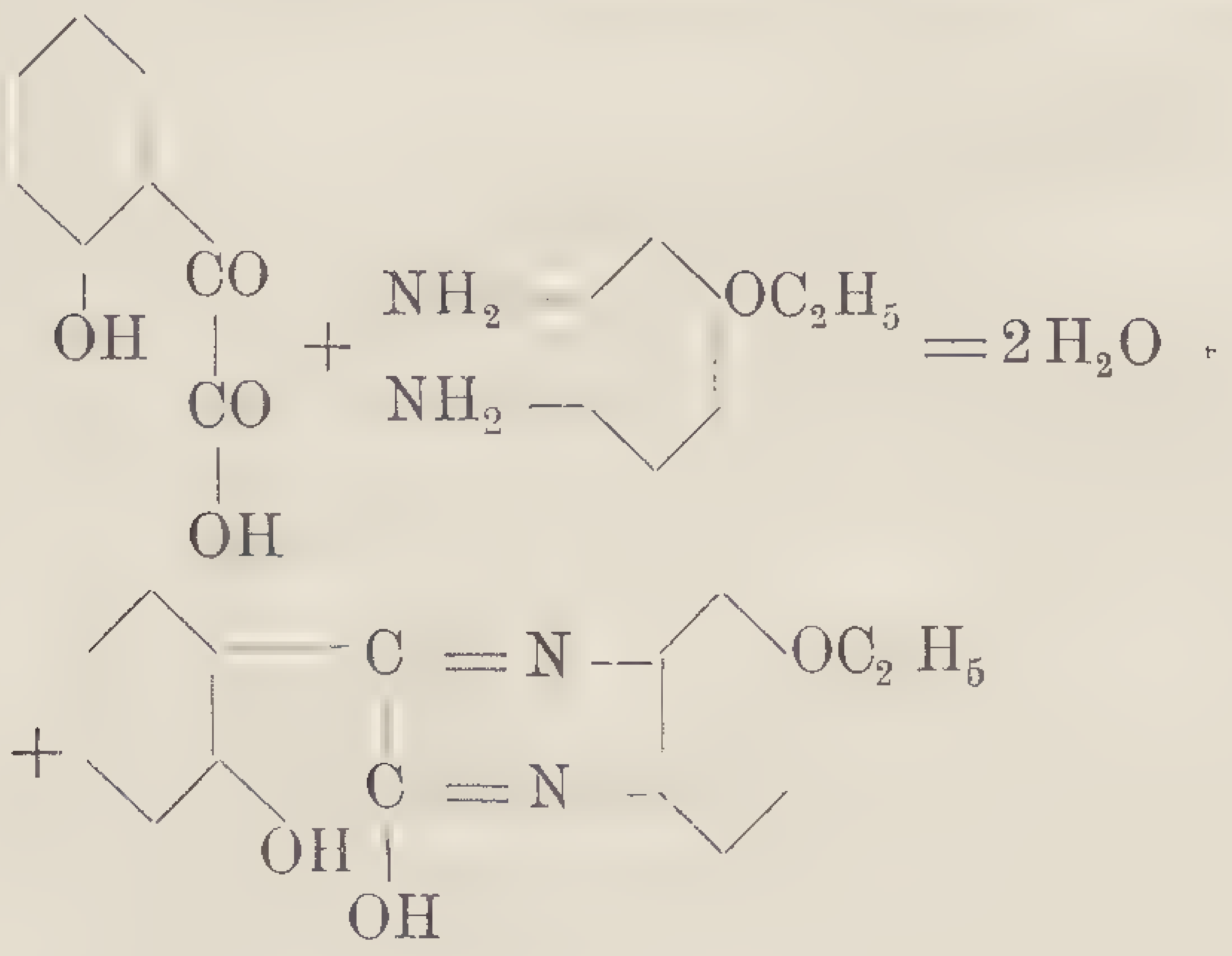
10.0 cm³ feuchten Stickstoff

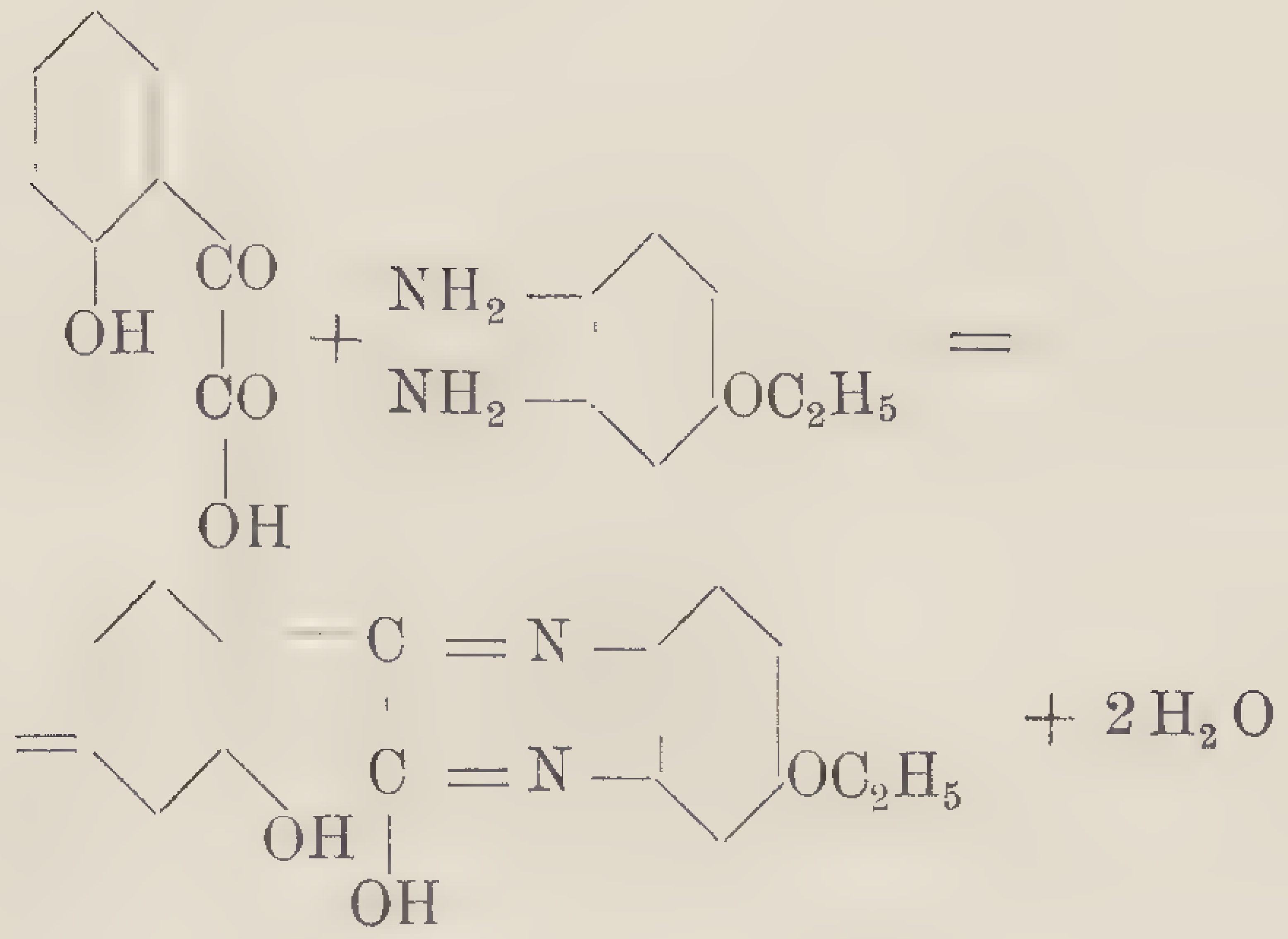
erhalten 10.75 % N

$C_{16}H_{12}N_2O_2$ verlangt 10.60 % N

o-Hydroxyphenylhydroxyaethoxychinoxalin.

Wird o-Hydroxybenzoylameisensäure mit Aethoxy-o-Phenylendiaminchlorhydrat in wässeriger Lösung gekocht, so bildet sich sehr bald ein gelber Niederschlag, der zur Reinigung mehreremal aus Alkohol und Essigsäure umkrystallisiert wurde. Man erhält schliesslich einen in gelben Nädelchen krystallisierenden Körper, der gemäss einer der folgenden Gleichungen entstehen musste:





Es ist natürlich auch hier nicht ausgeschlossen, dass ein Gemisch zweier, sich sehr ähnlich verhaltender Isomeren gebildet wird.

o-Hydroxyphenylhydroxyaethoxychinoxalin schmilzt bei 242-3°, löst sich, wie zu erwarten, leicht in wässerigen Alkalien auf und wird aus diesen Lösungen durch Säuren gefällt. In kaltem Alkohol löst es sich ziemlich schwer, leichter in siedendem Chloroform, Eisessig und Aether nehmen es leicht auf Benzol schwer. In conc. Schwefelsäure löst es sich mit dunkel rothbrauner Farbe auf, die beim Erhitzen nicht wesentlich verändert wird, wobei aber eine in Wasser leicht lösliche Sulfosäure gebildet wird.

Analyse: 0.1043 gr. gaben bei $t = 26$, $p = 747$
9.8 cm^3 feuchten N
entsprechend 10.20% N
$C_{16} H_{14} N_2 O_3$ verlangt 9.93% N

---

31. Secrétaire présente le travail de M. ST. DROBA: **Pasożyt gruźliczy i jego właściwe miejsce w systemie grzybów.** (Tymczasowe doniesienie). ***(Die Stellung des Tuberculoseerregers im System der Pilze).*** (Vorläufige Mittheilung). *(Sur le parasite de la tuberculose et sa place dans le system des Champignons).*

Die neuesten Untersuchungen über den Tuberculoseerreger (Fischel, Coppen-Jones, Hayo Bruns, Babes und Levaditi, Friedrich, O. Schulze, de Pasquale, de Michele, Bataillon, Terre, Moeller, Lubarsch) haben ergeben, dass derselbe nicht nur in der Form von Stäbchen, sondern auch von verzweigten, mehr oder minder langen Fäden auftritt. Letzteren Formen begegnet man insbesondere in Präparaten aus alten Culturen, auch im Sputum und Caverneninhalt. In künstlich inficiertem Gewebe fanden sich Bacillenhaufen, umgeben von einem Kranz radiär gelagerter kolbenförmiger Körper, welche lebhaft an Actinomyces erinnerten. Im Inneren der Bacillen wurden deutlich stark glänzende, kugelige Körner beobachtet, welche sich nach Ziehl-Neelsen dunkelroth färbten. Fischel und Coppen-Jones nannten dieselben Sporen. Auf Grund dieser Untersuchungsergebnisse entstand die schon früher von Metschnikoff gemachte Annahme, dass die bacilläre Form des Tuberculoseerregers nur ein Übergangsstadium eines Pilzes sei. Es wurde nun eine exacte Classificierung dieses

Mikroorganismus angestrebt. Unterstützt durch die nachherigen Untersuchungen von Lubarsch hat Kruse den Mikroorganismus in die Gruppe der Streptothricheen, welche an der Grenze zwischen Pilzen und Bacterien steht, eingereiht, Lehmann und Neumann unterscheiden in ihrem Lehrbuch eine neue Gattung Mycobacterium und bezeichnen dasselbe mit dem Namen *Mycobacterium tuberculosis hominis et avium.*

In meinen Untersuchungen, welche ich im histologisch-bacteriologischen Universitäts-Institut des Herrn Prof. Dr. Julian Nowak ausführte, und die von Prof. Rostafiński controliert wurden, gelangte ich zu folgenden Ergebnissen, über welche ich nur kurz berichte: Der Tuberculoseerreger wächst auf künstlichen Nährböden als Mycelium, in welchem dickere und lange Stolonen mit von denselben sich abzweigenden dünneren und kurzen Rhizoiden nachgewiesen werden können. In den Fäden constatierte ich nie Scheidewände; dagegen konnte ich in ihrem Inneren die erwähnten, stark glänzenden Körner beobachten. Dieselben schwanden unter Aether-Einwirkung; ich halte sie also für Fettkugeln. — In manchen Entwickelungsphasen treten Fructificierungserscheinungen auf in der Form von Conidien, die von Fruchtträgern, welche sich aus dem Mycelium erheben, getragen werden. Die Gruppierung der Conidien ist sehr ähnlich derjenigen, wie sie bei *Chaetocladiaceen* angetroffen wird. — Die Conidien keimen in verschiedenen Richtungen.

Nebstdem gelang es mir unzweifelhaft, *Zygosporen* nachzuweisen. Es liegen mir Bilder vor, welche alle ihre Entwickelungsstadien von der Copulation der Geschlechtszellen bis zu ihrer completen Ausbildung darstellen. Die *Zygosporen* hängen auf zangenförmig gelagerten Suspensoren und sind immer, ähnlich wie bei *Mortierella,* von einem dichten Fädengeflecht umgeben. In entsprechend hergestellten Präparaten sah ich nackte *Zygosporen* von ovaler Gestalt und constatierte ihre Keimung. Der aus der *Zygospore* austretende Keimschlauch verästelt sich unter dem Gipfel und bildet typisch gruppierte Conidien.

Sehr oft gelangten auch *Stylosporen* zur Beobachtung. Dieselben ragten als ziemlich runde kugelige Gebilde auf kurzen Fäden aus dem Mycelium hervor. Ihre Keimung liess sich ebenfals nachweisen. Auf Grund dieser Ergebnisse kann ich mit aller Bestimmtheit behaupten, dass der Tuberculoseerreger ein zu den *Zygomyceten* gehörender Pilz sei, und zwar zu den *Chaetocladiaceen*

gehört, unter denen er eine neue Gattung bildet. In meiner ausführlicheren Arbeit werde ich den Pilz benennen.

---

32. M. N. Cybulski présente le travail de M. J. SOSNOWSKI: **Badania nad oporem nerwów. I. Mierzenie oporu metodą elektrometryczną.** *(Untersuchungen über den Nervenwiderstand. I. Widerstandmessungen mittelst der elektrometrischen Methode). (Sur la résistance électrique des nerfs. I. Mesurage de la résistance par la méthode électrometrique).*

Aus dem physiologischen Laboratorium der Jagellonischen Universität in Krakau.

Die Aufgabe, den Widerstand der Nerven genau zu messen, hat schon seit längerer Zeit viele Elektrophysiologen beschäftigt. Wir besitzen daher eine grosse Anzahl von diesbezüglichen Untersuchungen. durch welche bis jetzt sehr viele interessante Eigenschaften der Nerven dargethan worden sind. Das Problem ist jedoch bis jetzt ungelöst geblieben. Als Ursache dieser Misserfolge ist man geneigt, die Polarisation zu betrachten, die nach Hermann [1]) sich im Nerven mit einer enormen Geschwindigkeit entwickelt, so dass die Kohlrausch'sche Wechselstrom-Methode viel zu grosse Resultate ergibt. Diese Vergrösserung des Nervenwiderstandes kann nach Hermann [2]) ca. $56^0/_0$ des wahren Widerstandes betragen. Es ist noch zu beachten, dass wir es bei der Wechselstrom-Methode immer mit thätigen Nerven zu thun haben, und man darf doch nicht ohne weiteres behaupten, dass der ruhende und thätige Nerv denselben Widerstand besitzt.

Da auch die Widerstandmessung mit constantem Strom noch viel weniger an den Nerven anwendbar ist, so musste man nach anderen Forschungsmethoden suchen. Den ersten Versuch in dieser Richtung haben Alt und Schmidt [3]) gemacht, ohne jedoch befriedigende Resultate zu erhalten.

In der vorliegenden Arbeit will ich einige Versuchsergebnisse kurz mittheilen, die ich bei Anwendung der elektrometrischen Me-

[1]) Pflügers Arch. Bd. V.
[2]) Pflügers Arch. 42.
[3]) Pflügers Arch. Bd. 53.

thode, wie sie von Bouty und Fousereau[1]) entwickelt worden ist, an Nerven erhalten habe. Vergleichende Messungen mit anderen Methoden und einige Schlussfolgerungen daraus will ich mir für eine spätere Arbeit vorbehalten.

Das Princip dieser Methode beruht auf folgenden Betrachtungen: es fliesse ein constanter Strom von der Intensität I durch den bekannten Widerstand W und den Nerven. Messen wir das Potentialgefälle e das eine Mal in den Punkten, zwischen denen der bekannte Widerstand W sich befindet, das andere Mal das Potentialgefälle E in zwei Punkten des Nerven, zwischen denen ein Widerstand R sich befindet, so haben wir

$$1)\quad e = I\,W$$

$$2)\quad E = I\,R$$

daraus berechnet sich

$$R = \frac{E}{e} W.$$

Selbstverständlich muss dabei die eigene elektromotorische Kraft des Nerven in den Punkten, in denen wir das Potentialgefälle messen, berücksichtigt werden.

Was die Einzelheiten meines Apparates anlangt, so habe ich den Strom von einem constanten Daniellelement durch den Graphitwiderstand, der die Stromesintensität regulieren liess, ferner durch den Widerstandskasten mit 9000 Ω, wo ich e gemessen habe, und schliesslich durch den Nerven, der in der feuchten Kammer auf unpolarisierbaren Elektroden lag, geleitet. Das Potentialgefälle habe ich mit der Compensationsmethode gemessen.

Gegen diese Methode kann man einwenden, dass sie zwar die Polarisation an den Elektroden vermeidet, die sog. „Infiltrationspolarisation" aber unverändert lässt. Auf diese Frage werde ich in einer späteren Arbeit noch zurückkommen.

Die Genauigkeit der Methode lässt sich schwer bestimmen, da der Widerstand des Nerven während der Versuchsdauer stetig wächst; dennoch ist es mir gelungen, in einigen Versuchsreihen den wahrscheinlichen Fehler auf ±0·5% zu bestimmen, was für meine Untersuchungen hinreichend genau war.

[1]) Journ. de Phys. Bd. V.

Alle Versuche wurden an dem unteren Theile der Froschischiadici bei einer Temperatur von $+18^0$ angestellt. Da der Nerv

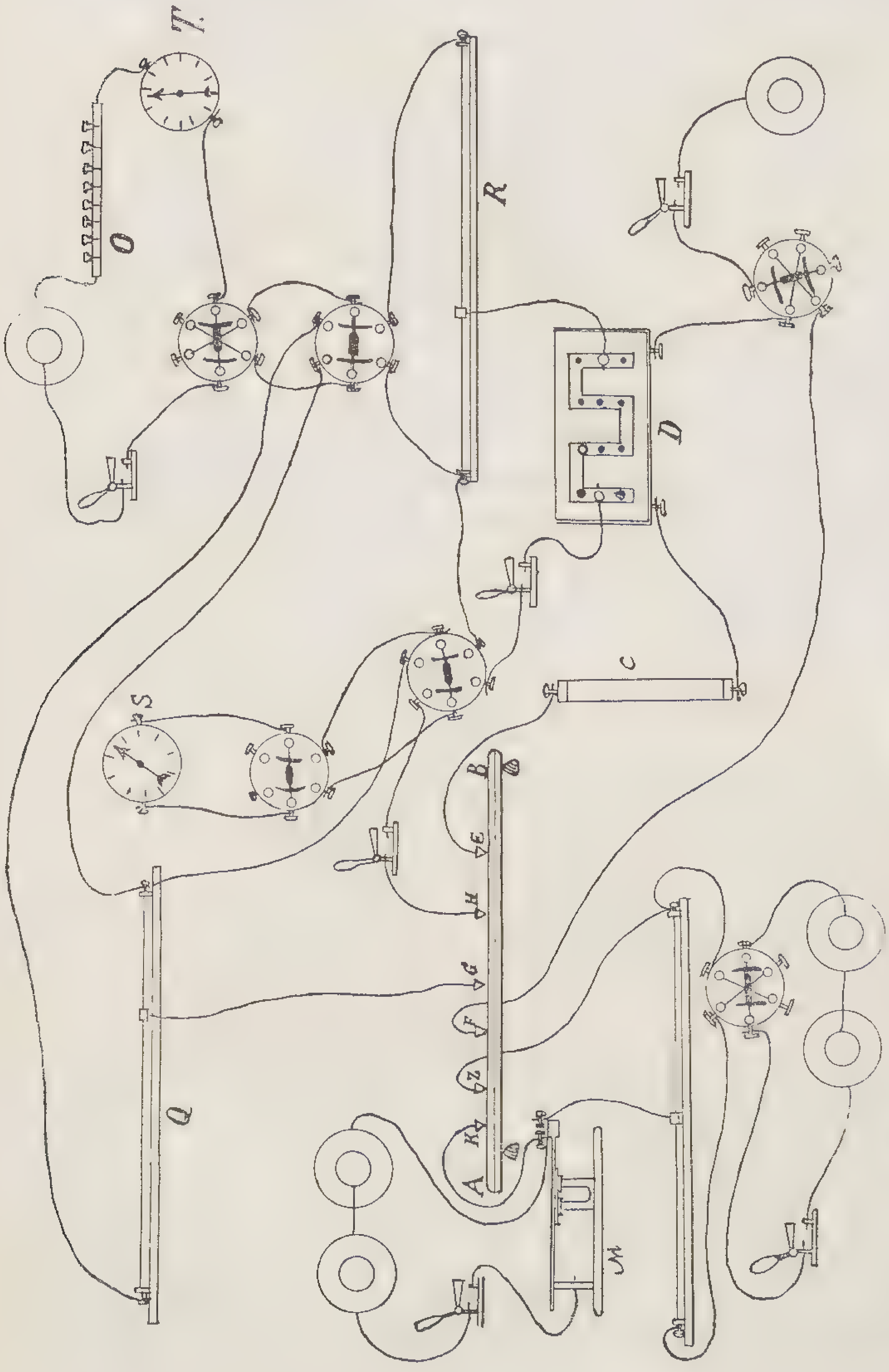


Fig. 1. *B A* Nerv. *C* Graphitwiderstand. *D* Widerstandskasten, wo wir das Potentialgefäll bestimmen. *E F* Stromzuführende Elektroden. *G* und *H* Elektroden, an denen wir das Potentialgefälle bestimmen. *K* und *Z* Reiseelektroden. *M* Kroneckerscher Stromunterbrecher. *S* Galvanometer mit dem Widerstand von *C A* 9000 Ω. *T* Miliamperimetr. *O* compensierender Stromkreis. *Q* Rheschord, der das Potentialgefälle in *G* und *H* bestimmt. *R* Rheschord, der das Potentialgefälle im Widerstandskasten bestimmt. Alles andere ist selbstverständlich.

auf den Elektroden lag, so habe ich bis jetzt die Frage nach dem Unterschiede des Quer- und Längswiderstandes unberücksichtigt gelassen.

Die individuellen Unterschiede zwischen verschiedenen Ischiadici sind sehr gross. Als Beispiel werde ich folgende Widerstände einer 1 cm. langen Nervenstrecke bei oben erwähnten Bedingungen anführen:

67·833 Ω
65·688 „
70·623 „
91·315 „
81·174 „
96·286 „

Der Widerstand schwankt also zwischen

60·000 und 100·000 Ω.

Wie ich schon früher erwähnt habe, wächst der Widerstand des Nerven während der Versuchsdauer, wie es z. B. aus der folgenden Tabelle ersichtlich ist:

Zeit	Widerstand der 3 mm. langen Nervenstrecke
5 Uhr 40 Min.	20·259
5 „ 45 „	20·350
5 „ 52 „	20·532
6 „ —	21·453
6 „ 10 „	21·818
16 Stunden später	25·393

Wenn wir den Nerven mit Aetherdämpfen abtödten, so wächst sein Widerstand sehr stark; als Beispiel hierzu werde ich folgenden Versuch beschreiben.

Versuch: Eine 5 mm lange Nervenstrecke hat einen 33329 Ω grossen Widerstand, nach 5 Minuten beträgt der Widerstand schon 34012 Ω. Jetzt wurde der Nerv den Aetherdämpfen ausgesetzt, und nach 2 Minuten beträgt sein Widerstand schon 43287 Ω, um später bis auf 44983 zu wachsen. Chloroform wirkt in dieser Richtung etwas schwächer. Es hatte zum Beispiel eine 3 mm lange Nervenstrecke den Widerstand von 22685 Ω, nach 5 Minuten wuchs der Widerstand bis 22972, nach Chloroformeinwirkung stieg er bis 24326.

Ich will noch erwähnen, dass diese Widerstandsänderungen nicht etwa auf Temperaturschwankungen beruhen, was ich immer mit einem empfindlichen Thermometer controliert habe.

Der Widerstand des Nerven wächst also nach seinem Tode, was übrigens schon Hermann constatiert hat. Die Ursache des Todes spielt dabei eine grosse Rolle, d. h. der Widerstand kann je nachdem mehr oder weniger wachsen. Auch die Wasseraufnahme und Wasserabgabe kann dabei von wesentlichem Einfluss sein.

Mit Hilfe der elektrometrischen Methode habe ich auch eine wichtige Thatsache nachweisen können, nämlich die Verminderung des Nervenwiderstandes während der Nerventhätigkeit. Für diese Versuche habe ich ausserhalb der Nervenstrecke, durch welche der Messstrom geleitet wurde, noch zwei Reizelektroden angebracht. Um irgend welche Täuschungen zu vermeiden, die durch die seitliche Ausbreitung des Reizstromes hervorgerufen werden könnten, habe ich als Reizstrom den unterbrochenen Kettenstrom gebraucht, dessen Richtung bekannt war und welcher verändert werden konnte. Dabei habe ich immer eine Verminderung des Widerstandes beobachten können.

Beispiel:

Widerstand vor der Reizung	Widerstand während der Reizung	Widerstand nach der Reizung
22500 Ω	21316 Ω	22618 Ω
22743 „	21684 „	22843 „
33483 „	31809 „	31506 „

Die Verminderung beträgt in obigen Beispielen ca. 5% des Widerstandes, sie kann aber kleiner und etwas grösser sein. Nach Aether- oder Chloroformwirkung verschwindet diese Erscheinung sogleich. Hiermit ist es also zum ersten Mal seit der Entdeckung der negativen Schwankung gelungen, eine Veränderung in Nerven während der Thätigkeit nachzuweisen. Ich hoffe, dsss diese Erscheinung etwas Licht auf die verwickelten Probleme der Elektrophysiologie werfen wird.

33. M. T. BROWICZ présente son travail: **O pochodzeniu substancyi skrobiowatej.** *(Über die Herkunft der amyloiden Substanz.* (Mit 3 Tafeln). *(De la provenance de la substance amyloïde)*[1]. (Avec 3 planches).

Über die Herkunft der amyloiden Substanz wissen wir bis jetzt trotz zahlreicher Untersuchungen und umfangreicher Literatur (v. Wichmann, die Amyloiderkrankung. Ziegler's Beiträge. Bd. 13) nichts Bestimmtes. Auch über die chemische Constitution dieser Substanz wissen wir wenig. Allgemein wird angenommen, dass dieselbe eine stickstoffhaltige Substanz, ein Eiweisskörper, ist. Dieselbe scheint einen complicierten chemischen Bau zu besitzen, worauf schon der Umstand hinweist, dass die amyloide Substanz, welche im frischen Gewebe charakteristische mikrochemische Reactionen gibt, nach Aufbewahrung der Gewebe in Alkohol, nach einer gewissen Zeit, diese Reactionen nicht aufzuweisen pflegt und die hyaline (dem optischen Aussehen nach) Grundlage sich mit Eosin oder Pikrinsäure entsprechend rosaroth oder gelb färbt. Daraus lässt sich schliessen, dass irgend eine die mikrochemische Reaction liefernde Substanz durch Alkohol oder Wasser extrahiert wird und der Rest dessen was wir Amyloid nennen, als hyaline Masse zurückbleibt. Krawkow konnte mittelst Wasser von hoher Temperatur und unter starkem Drucke aus der nach Kühne's Methode isolierten amyloiden Substanz eine in Wasser und Alkohol leicht lösliche Substanz extrahieren, welche die charakteristische Jodreaction lieferte. Krawkow bezweifelt sogar die albuminöse Natur der amyloiden Substanz. Der Grund unserer äusserst lückenhaften Kenntnisse der chemischen Structur dieser Substanz liegt darin, dass wir bisher keine sichere Methode kennen, mittelst welcher man die amyloide Substanz in ganz reinem Zustande aus den Geweben isolieren könnte.

Selbst die Bedingungen, unter welchen die amyloide Substanz im Organismus auftritt, sind nicht hinlänglich bekannt. Die Amyloiderkrankung tritt beim Menschen meist bei chronischer ulceröser Tuberculose, chronischer Eiterung, Syphilis, Malaria auf, wurde jedoch theils als localer, theils als allgemeiner Zustand im Verlaufe verschiedenartiger pathologischer Processe angetroffen, und in neuester

[1]) Das Resumé dieser Untersuchungen überreichte ich der Akademie der Wissenschaften schon am 24. April 1901.

Zeit lenkte ich (siehe bei dem polnischen Autor Nowak. Aetiologie der Amyloidosis. Virch. Arch. 1898) und Krawkow (De la dégénérescence amyloïde. Arch. d. med. exp. 1896) die Aufmerksamkeit darauf, dass in manchen Fällen chronischer Darmkrankheiten, hauptsächlich des Dickdarms. in Fällen, wo nirgends im Organismus irgend welche Spuren von Krankheitszuständen, in deren Verlaufe Amyloidosis aufzutreten pflegt, vorhanden sind, selbst hochgradige Amyloidosis vorzufinden ist infolge von Resorption irgend welcher Substanzen aus dem Darme.

Die Ergebnisse der Experimentaluntersuchungen an Thieren (Birch-Hirschfeld, Bouchard-Charrin, Czerny, Krawkow, Nowak, Petrone, Davidsohn, Lubarsch u. A.), obwohl an sich dadurch wichtig, weil sie beweisen, dass mittelst Einführung von Mikrobenculturen, ja selbst ihrer Producte, bei Thieren Amyloidosis hervorgerufen werden kann, haben bezüglich der Herkunft der amyloiden Substanz keine Auskunft geliefert.

Was das Material anbetrifft, aus welchem die amyloide Substanz ensteht, weichen die Ansichten sehr auseinander. Ziegler (Lehrbuch d. pathol. Anat. 1898) äussert sich folgendermassen: „Die Amyloidsubstanz existirt nicht im Blute, aber das Material, aus dem sie sich bildet, entstammt dem Blute. Es scheint, dass herabgesetzte Lebensthätigkeit der Gewebe in Folge allgemeiner Cachexie die Bildung der Amyloidsubstanz begünstigt. Man darf sich vielleicht den Hergang so vorstellen, dass unter den genannten Verhältnissen ein Eiweisskörper aus dem Blute (Serumalbumin) mit den Gewebssubstanzen sich zu diesem eigenthümlichen Körper verbindet oder in Folge der herabgesetzten Ernährung und der damit zusammenhängenden Störung des Stoffwechsels aus dem circulirenden Eiweiss diese eigenartige Eiweissmodification zur Ausscheidung kommt“. In der neuesten (X) Auflage vom J. 1901 sagt derselbe: „Das Material, aus dem das Amyloid entsteht, liefern vielleicht zum Theil zerfallende Eiterkörperchen oder Gewebszellen am Orte der primären Erkrankung“.

Ribbert (Pathologische Histologie. 1896.) sagt: „Das Amyloid zeigt bei seiner Entstehung enge Beziehungen zum Blutgefässsystem, besonders zu den Capillaren, auf deren Aussenfläche es abgeschieden wird. Es bildet sich entweder als Gewebsprodukt oder wahrscheinlicher, durch Veränderung eines aus dem Blute austretenden Eiweisskörpers, der sich zu Amyloid verwandelt, weil er

von den Geweben nicht weiter verarbeitet wird und liegen bleibt, oder weil er sich mit Produkten der Gewebszellen verbindet".

Recklinghausen (Handbuch der allgemeinen Pathologie. 1883.) spricht die Meinung aus, dass möglicherweise die Bindegewebszellen, Lymphzellen und farblosen Blutkörperchen die hauptsächlichsten, wenn auch nicht die einzigen Producenten des Amyloids sind. An einer anderen Stelle spricht er die Hypothese aus, dass aus den Zellen des Organs homogenes Material austritt und von dem Gewebssaft, indirect von dem Blute bespült, wie die Schleimklumpen anschwillt und zusammenfliesst, um sich dabei in Knollen, Balken oder Netze, selbst in Membranen und Röhren zu formen. „Will man diesen Vorgang als eine Art Gerinnung auffassen und der Fibrinbildung parallelisieren, so würde ich dem nicht widersprechen, vorausgesetzt, dass man diese Art der Gerinnung durch das Zusammentreten von Bestandtheilen der Gewebselemente mit Theilen des Blutes zu Stande kommen lässt".

Friedreich hat die Hypothese ausgesprochen, dass das Amyloid überhaupt aus Blutfibrin entstehe, was auch Jürgens zugibt, der in Thromben am Endocard Amyloidsubstanz gefunden hat.

Mosso (Virch. Arch. 1887) hat die Meinung ausgesprochen, dass bei dem nekrobiotischen Process der Erythrocyten eine der Amyloidsubstanz ähnliche Substanz sich bildet.

Der polnische Autor Obrzut (Origine des produits inflammatoires du rein und Nouvelles recherches histologiques sur la dégénérescence amyloïde. Arch. d. med. exp. 1889. und 1900.) leitet die amyloide Substanz von den Erythrocyten her. Auf dem VI. Congress polnischer Naturforscher und Ärzte (1891) hat Obrzut dieselbe Meinung vorgetragen.

Wie man aus dieser kurzen Übersicht ersieht, wurden Serumalbumin, Leukocyten, Fibrin, Erythrocyten als das Material, aus welchem die amyloide Substanz entsteht, angesehen, wobei nach einigen Autoren Gewebszellen wenigstens irgend einen Bestandtheil der amyloiden Substanz liefern sollen, wie sich das z. B. Recklinghausen, Ribbert, Ziegler vorstellen. Bindegewebszellen, Lymphzellen wurden auch als Producenten der amyloiden Substanz angesehen.

Das eine scheint heute festzustehen, dass die amyloide Substanz kein Degenerationsproduct der Gewebszellen ist, dieselben sich nicht in Amyloidschollen verwandeln, vielmehr die Amyloidosis als Infil-

trationszustand angesehen werden soll, abgesehen davon, ob die amyloide Substanz als solche im fertigen Zustande in den Geweben abgelagert wird, oder irgend eine Substanz, welche aus dem Blute stammt, innerhalb der Gewebe wenn auch unter dem Einflusse der Gewebszellen schliesslich in Amyloid umgewandelt wird.

Die Frage nach der Herkunft der amyloiden Substanz ist also noch offen, und es wird verschiedenen Ansichten gehuldigt. Im Laufe meiner mehrjährigen mikroskopischen Studien über die Leber in verschiedenen pathologischen Zuständen bekam ich Bilder zu Gesicht, welche mich veranlassten, der Frage nach der Herkunft der amyloiden Substanz nachzugehen. In Präparaten, welche auf die von mir geübte Weise[1]) angefertigt worden sind, und mittelst Hämatoxylin und Eosin gefärbt waren, stiess ich auf folgende Bilder.

Fig. 1. Ein Theil eines Leberzellenbalkens, von dessen vasaler Fläche sich die Capillarwand abgelöst hat. Zwischen der Capillarwand und dem Rande des Leberzellenbalkens liegen Erythrocyten, welche deutliche Polychromatophilie darbieten.

Fig. 2. Ähnliches Bild. In der abgelösten Capillarwand ein Zellenkern sichtbar. Zwischen der Capillarwand und dem Rande des Leberzellenbalkens einzelne schwach eosingefärbte Erythrocyten sowie grössere, ebenso gefärbte Schollen.

Fig. 3. Die Capillarwand, in welcher zwei Wandzellen sichtbar sind, ist vom Rande des Leberzellenbalkens abgelöst. Zwischen der abgelösten Capillarwand und dem Rande des Leberzellenbalkens mehrere Erythrocyten sowie kleine ebenso gefärbte Körner und eine den ganzen Raum ausfüllende der Capillarwand und dem Leberzellenbalken anliegende ovale homogene schwach eosinfarbige Masse.

Fig. 4. In dem Raume zwischen der abgelösten Capillarwand und dem Rande des Leberzellenbalkens oben eine aus zusammenschmelzenden Kugeln entstandene hyaline Masse, unten in dem Raume ein Leukocyt und hyaline Kugeln. In der Capillarwand eine Wandzelle sichtbar.

Fig. 5. Ein hufeisenförmiger Abschnitt eines Leberzellenbalkens, polymorphe Erythrocyten und hyaline Körner. Innerhalb der Capillare in der Kuppel eine das Lumen ausfüllende hyaline Masse, drei Erythrocyten von derselben Farbe, sowie ein Knäuel von Fibrinfäden.

[1]) Härtung in 2% Formalin, Gefriermikrotomschnitte.

Fig. 6. Durchschnitt einer Blutcapillare mit einer braunes körniges Pigment enthaltenden Wandzelle. Innerhalb der Capillare ein Klumpen hyaliner Substanz, ebensolche in dem Raum zwischen der abgelösten Capillarwand und dem Rande des Leberzellenbalkens.

Fig. 7. Ein sich dichotomisch theilender Leberzellenbalken. In dem Raume zwischen der abgelösten und links eine Wandzelle zeigenden Capillarwand und dem Rande des Leberzellenbalkens Anhäufung von Fibrin, das mantelartig den Leberzellenbalken umgreift. Innerhalb der Fibrinablagerung links zwei deutliche Leukocyten, rechts ein Erythrocyt. Zu beiden Seiten der Capillarwand entsprechend dem Lumen der Capillargefässe Fibrinablagerungen.

Fig. 8. Rings um die dissociierten Leberzellen und Leberzellengruppen ein Fibrinmantel, der nach aussen von der Capillarwand begrenzt ist. Innerhalb des Fibrinmantels hyaline durch ihre Farbe und homogenes Aussehen sich abhebende Schollen.

Derlei Bilder, welche von einem längere Zeit in Formalin aufbewahrten Material stammten, an welchem die charakteristische mikrochemische Reaction des Amyloids nicht mehr erlangt werden konnte, lenkten meine Aufmerksamkeit auf sich.

Diese Bilder beweisen, dass schon zu Lebzeiten eine Ablösung der Capillarwand, welche wie Kupffer's und meine (Bau der intraacinösen Blutcapillaren und ihr Verhältnis zu den Leberzellen. — Anzeiger d. Akad. d. Wissenschaft zu Krakau. Mai. 1900.) Untersuchungen erwiesen haben, aus einer einzigen Zelllage besteht, von der vasalen Fläche der Leberzellen, mit denen die Capillarwand normal innig verbunden ist, stattfinden kann, dass weiter zwischen die Capillarwand und den Leberzellenrand Blutextravasate statt haben können, was die in diesem Raume vorfindlichen morphologischen Blutbestandtheile, wie Erythrokyten und Leukocyten sowie Fibrinmassen, beweisen, was ja nach dem Tode als postmortale Erscheinung nicht zustande kommen kann.

Dass die hyalinen (dem optischen Aussehen nach) Massen aus zusammengelötheten Erythrocyten entstanden sind, dafür sprechen die mannigfachen Übergangsbilder, welche schon auf den beigefügten Figuren vorkommen, sowie die Bilder, welche man in Fällen findet, in welchen Blutgifte experimentell auf die Erythrocyten einwirken, so wie die Bilder, welche in verschiedenen pathologischen mit einer Blutalteration verlaufenden Zuständen beim Menschen zum Vorschein kommen (hyaline Thromben).

Nach subcutaner Einverleibung von Toluilendiamin, welches einen Theil der Erythrocyten löst, geht Hämoglobin in Lösung was die körnigen braunschwarzen Pigmentablagerungen im Lumen der Blutgefässe, eben solche sowie nadelförmig krystallinische Ablagerungen innerhalb der Wandzellen der Blutcapillaren sowie in den Leberzellen beweisen, welche an mikroskopischen Präparaten von in Formalin gehärtetem Lebergewebe anzutreffen sind. Einen weiteren Beweis des Gelöstwerdens von Hämoglobin bieten die im Lumen der Blutgefässe vorfindbaren Hämoglobinkrystalle. Ein anderer Theil der Erythrocyten erleidet unter Einwirkung des Toluilendiamins Veränderungen: dieselben werden viscös, schmelzen zu verschieden grossen Kugeln und unregelmässig gestalteten Klumpen zusammen (Browicz: Pathogenese des Icterus. Przegląd Lekarski, Wiener Klinische Wochenschrift. 1900).

Derlei homogene Conglomerate in den intraacinösen Blutcapillaren der Leber, sowie homogene aus Erythrocyten entstehende Kugeln im Cytoplasma der Leberzellen beobachtete ich nach Einführung von einer Lösung Merck'schen Hämoglobins in die Halsvene des Hundes, nach Einführung einer von einer anderen Thiergattung stammenden Substanz, welche auf das Blut respective die Erythrocyten augenscheinlich alterierend einwirkte. (Das mikroskopische Bild der Leberzelle nach intravenöser Hämoglobininjection. Anzeiger der Akad. d. Wissenschaft in Krakau. November. 1898. Über die Einwirkung des Formalins auf das in den Geweben vorfindbare Hämoglobin. Virchows Arch. 1900) [1].

[1]) Im IX. Bande der Ergebnisse der Anatomie und Entwickelungsgeschichte hat Oppel über meine die Leber betreffenden Arbeiten Bericht erstattet, worin er sich veranlasst findet, mir gegenüber Mahnungen auszusprechen behufs Zurücknahme meiner unhaltbaren (ohne die geringsten Motive anzuführen) Ansichten, andere vor meinen Unheil stiftenden Publicationen zu warnen, welche er schöne Seifenblasen, amüsante Phantasien nennt, die durch den Glanz der Diction bestechen könnten. Eine sehr galante und die Wissenschaft gewiss fördernde Berichterstattung, worüber ich jedoch getrost zur Tagesordnung übergehen kann. Oppel sollte zu denjenigen Untersuchungssobjecten und derselben Untersuchungsmethode greifen, welche ich angegeben habe, da würde er dies alles gefunden haben, auch die so sehr von ihm perhorrescierten intracellulären Gallenkanälchen und die Wandungen intercellulärer Gallengänge, natürlich an entsprechend gewähltem Materiale.

Als eine Probe aus meinen Arbeiten erwähnt Oppel die Publication über Intussusception der Erythrocyten durch die Leberzelle und die daraus möglichen Bilder und fügt hinzu, dass es sich seiner Überzeugung nach nicht um normale Ver-

Ähnliche Bilder findet man in der Leber des Hundes nach der Transfusion fremdartigen defibrinierten Blutes, worüber ich nächstens ausführlicher berichten werde. Es kommen polymorphe, polychromatophile Erythrocyten in den Blutcapillaren massenhaft vor, Schollen, hyaline Thromben, welche aus zusammengeschmolzenen Erythrocyten entstehen, Haufen von Erythrocyten in Vacuolen im Cytoplasma der Leberzellen, woraus sich hyaline sich auch mit Fuchsin färbende Kugeln bilden können. Infiltrationen der Wände interacinöser Blutgefässe mit Erythrocyten und perivasculäre Extravasate derselben, welche zu Schollen und Kugeln zusammenschmelzen.

Diese Ablagerungen homogener Massen zwischen den abgelösten Capillarwandungen und den Leberzellenbalken entsprechen, obwohl an dem in Formalin längere Zeit aufbewahrten Material keine mikrochemische Reaction erlangt werden konnte, dem Bilde der Amyloidosis. Wir kennen überhaupt im Lebergewebe keinen anderen pathologischen Vorgang, der derlei Bilder, Anhäufung hyaliner Massen zwischen den Capillarwänden und den Leberzellenbalken hervorrufen würde.

Diese Bilder veranlassten mich zu weiteren Untersuchungen. Ich wählte von dem mir zu Gebote stehenden reichlichen Leichenmaterial des Krakauer pathologisch-anatomischen Institutes Fälle von

hältnisse handeln kann. Die Conglomerate von Erythrocyten und die Bildung hyaliner Kugeln im Cytoplasma der Leberzellen fanden sich in mikroskopisch normales Aussehen darbietenden Leberzellen und bei einem vor der Injection der Lösung von Merck'schem Hämoglobin normalen Hunde, welcher 5 Stunden danach getödtet worden ist. Ich habe mich ja in dieser Publication nirgends dahin geäussert, dass diese hyalinen Kugeln im Cytoplasma der Leberzelle normale Gebilde darstellen, das findet ma ja gewöhnlich nicht, was ich ja ebenso gut weiss wie Oppel. Unter gewissen Umständen jedoch, und hier war es der Einfluss fremdartigen Hämoglobins (denn das Merck'sche Hämoglobin ist ja kein Hundehämoglobin), welches alterierend auf das Hundeblut respective die Erythrocyten einwirkte, kann die Leberzelle Haufen von Erythrocyten aufnehmen, welche zu hyalinen Kugeln zusammenfliessen können.

Wir kennen die Aenderungen, Zerfallsarten und Schicksale der Erythrocyten heute noch zu wenig und beachten dieselben zu wenig, worüber ich in der eben behandelten Publication eine Bemerkung eingeschaltet habe.
Übrigens wies ich ja ganz deutlich auf die Analogie mit hyalinen Kugeln hin, welche man in Sarcom- und Carcinomzellen vorfindet. Die Grenze zwischen Normalem und Pathologischem ist ja übrigens äusserst precär und nicht immer scharf zu ziehen.

chronischer ulceröser Lungentuberculose mit ausgedehnten Cavernen, die man chronischen Abscessen gleichstellen kann, Fälle, in welchen die Leber makroskopisch keine Amyloidosis aufwies, ja selbst bei mikroskopischer Untersuchung nur vereinzelte, im Lebergewebe zerstreute kleine Herde amyloider Substanz aufgedeckt werden konnten, also Anfangsstadien der Amyloidosis, wozu sich das Lebergewebe seiner grösseren Übersichtlichkeit wegen besonders eignet. Es wurden mikroskopische Präparate von jedem Falle sowohl aus frischem als auch durch paar Tage in 2% Formalin gehärtetem Materiale mit dem Gefriermikotom angefertigt und sowohl Jod-, die Jodschwefelsäure- als auch Methylviolettreaction (unter Anwendung von Essigsäure) vorgenommen. Die aus in Formalin gehärtetem Materiale angefertigten und mit Methylviolett behandelten Schnitte wurden in einer Lösung von Kali aceticum untersucht. Die Farbennüancen erhalten sich sehr gut selbst nach einem halben Jahre. In dem untersuchten Material kamen sowohl Fälle vor, in welchen amyloide Substanz nur intraacinös vorkam, als auch Fälle, wo nur die interlobulären Venen oder Arterien amyloide Reaction zeigten.

Bei der Untersuchung der mit Jodlösung behandelten Schnitte fiel mir an den in den intraacinösen Capillaren und interlobulären Venen vorfindlichen Erythrocyten auf, dass unter und neben normale gelbliche Färbung darbietenden Erythrocyten auch solche vereinzelte ja selbst zahlreichere, vorkamen, welche tiefbraun gefärbt erschienen, welche Färbung jedoch bei Einwirkung von verdünnter Schwefelsäure meistentheils wieder verschwand. Bei der Methylviolettfärbung erschienen vereinzelte oder auch zahlreichere Erythrocyten auffallend roth gefärbt mitten unter normale Färbung darbietenden oder auch gräulich blau, ja vereinzelt tiefblau gefärbten, welche verschiedenenfarbigen Erythrocyten in einem und demselben Blutgefässe neben einander gelagert waren. Folgende Bilder von nur mit Methylviolett (Differenzierung mit Essigsäure) gefärbten Präparaten entnommen. illustrieren den mikroskopischen Befund dieser Untersuchungsreihe.

Fig. 9. Innerhalb der Capillare Erythrocyten, die einen gräulich blauen Farbenton darbieten, innerhalb des Erythrocytenhaufens eine amyloide Kugel.

Fig. 10. Ausser drei gräulichblau gefärbten Erythrocyten einige rothgefärbte, ausserdem eine fast ungefärbte homogene Scholle.

Fig. 11. Ein Abschnitt einer interlobulären Vene. Hart an der

Innenfläche der Venenwand zwei graubläuliche Erythrocyten. Ebensolche infiltrieren den Raum zwischen der Venenwand und den angrenzenden Leberzellen.

Fig. 12. Ein Abschnitt einer interlobulären Vene. An der Innenfläche ein Haufen normalfarbiger Erythrocyten. Zwischen der Endothelauskleidung und der fibrillären Venenwand roth gefärbte Schollen und Kugeln verschiedener Grösse, ein Infiltrat der Venenwand bildend.

Fig. 13. Ein Abschnitt einer interlobulären Vene. An der Innenfläche der Vene ein Haufen gräulichblau aussehender Erythrocyten. Innerhalb der inneren Wandschichten ein Infiltrat rothgefärbter Kugeln.

Fig. 14. Ein Abschnitt einer interlobulären Vene. Im Lumen derselben normalfarbige Erythrocyten. Innerhalb des Erythrocytenhaufens zwei verschieden grosse Conglomerate von roth gefärbten Kugeln, welche der Venenwand anliegen. Ein Zellenkern wahrscheinlich von einer Endothelzelle herrührend zwischen dem grösseren Conglomerate rothgefärbter Kugeln und den normalfarbigen Erythrocyten.

Fig. 15. Ähnliches Bild. Die Erythrocyten an der Innenfläche der Venenwand gräulichblau. An der Wand ein Haufen polymorpher, roth gefärbter Schollen, zwischen welchen Erythrocyten eingeschoben liegen.

Fig. 16. Im Lumen einer interlobulären Vene oben roth gefärbte Erythrocyten, in der Mitte eine Gruppe tiefblau gefärbter verschieden grosser Kugeln, links ein Haufen röthlichblau gefärbter verschieden grosser Kugeln. Ausserdem Schatten von Erythrocyten. An zwei Stellen innerhalb der inneren Lagen der Venenwand ebensolche infiltrierte roth gefärbte Kugeln wie rechts im Lumen der Vene.

Fig. 18. Zwischen der an einer begrenzten Stelle abgelösten Capillarwand und dem Rande des Leberzellenbalkens eine Ablagerung von roth gefärbten Kugeln verschiedener Grösse und roth gefärbte Fibrinmasse.

Fig. 19. Zwischen der an einer umschriebenen Stelle abgelösten Capillarwand, in welcher der Kern der Wandzelle sichtbar ist, und dem Rande des Leberzellenbalkens eine hyaline Ablagerung, von welcher der grösste Theil hochroth gefärbt, der kleinere Theil fast ungefärbt erscheint.

Fig. 20. Ablagerung roth gefärbter homogener Masse zwischen der Capillarwand, deren eine Wandzelle deutlich hervortritt, und dem Leberzellenbalken. Die eine amyloide Ablagerung bietet am äusseren, den Leberzellen zugekehrten Rande ein kammartiges Aussehen dar.

Fig. 21. Innerhalb des Lumens der Capillare eine Ablagerung amyloider Substanz in Gestalt einer nicht in allen Theilen gleich intensiv gefärbten Scholle, zwischen welcher und dem Leberzellenrande an einer Seite drei blau und zwei roth gefärbte Kugeln liegen.

Fig. 22. Die im Lumen einer Capillare gelegene Scholle amyloider Substanz, innerhalb welcher ein Zellkern eingelagert ist, bietet nur in den centralen Partien tiefroth gefärbte Stellen, während der Rest nur röthlich gefärbt erscheint.

Fig. 23. Innerhalb der Capillare eine unregelmässig gestaltete hochroth gefärbte Scholle amyloider Substanz, auf deren einer Seite unregelmässig gestaltete Balken von amyloider Substanz liegen. Nebstdem zwei Leucocyten.

Fig. 24. Capillaren mit verschieden grossen Kugeln, vielgestaltigen Massen amyloider Substanz vollgefüllt, an zwei Stellen mit kammartig aussehenden, den Leberzellenbalken zugewendeten Rändern.

Fig. 25. Im Lumen der Capillare ein unregelmässig gestalteter Klumpen amyloider Substanz auf einer Seite mit gefranstem Rande.

Fig. 26. Im Lumen der Capillare eine hyaline, fast ungefärbte, das Lumen der Capillare nahezu ausfüllende Masse, innerhalb welcher tiefroth gefärbte und verzweigte mit gefransten Rändern versehene Partien sich vorfinden.

Fig. 27. Frei im Lumen einer Capillare liegende amyloide Substanz in Gestalt zweier kleiner Schollen, welche an einer Seite gefranste Ränder besitzen.

Fig. 28. Bild eines Theiles eines hochgradig veränderten Leberacinus, in welchem hie und da nur noch Spuren von Zellen in Gestalt von Zellkernen zu sehen sind und der Haupttheil aus verschieden grossen Schollen und Kugeln amyloider Substanz besteht.

Die Bilder Fig. 9, 10, 14, 15, 16 und 21 zeigen im Lumen der Blutgefässe neben normalfarbigen oder polychromatischen Erythrocyten Kugeln, welche, meiner Ansicht nach, als metamorphosierte, die Amyloidreaction gebende Erythrocyten anzusehen sind. Ähnliche Bilder von der Leber und Milz enthält die erwähnte Arbeit von Obrzut (1900).

„Um die pathologischen Verhältnisse richtig zu würdigen, muss man sich stets erinnern, dass schon im normalen Blute die einzelnen rothen Blutkörperchen einander durchaus nicht gleichwertig sind. Fort und fort wird physiologisch ein Theil der Zellen verbraucht und durch neue ersetzt. Jeder Blutstropfen enthält mithin die verschiedensten Alterstufen fertiger Erythrocyten nebeneinander. Es ist leicht einzusehen, dass demnach auch Schädigungen, die das Blut treffen, — wenn ihre Intensität ein gewisses Mass nicht übersteigt — nicht auf alle rothen Blutkörperchen gleichmässig wirken können. Diejenigen Elemente, die am wenigsten widerstandsfähig sind d. h. die ältesten, werden unter dem Einflusse von Schädlichkeiten zu Grunde gehen, auf welche andere lebenskräftigere zweckmässig reagieren", sagt ganz richtig Ehrlich-Lazarus (Nothnagels specielle Pathologie. III. Band. I. Theil. S. 32). Diese, sagen wir, Necrobiose der Erythrocyten muss mit einer chemischen Änderung derselben einhergehen. Est ist also unter entsprechenden Verhältnissen, auf die ich weiter unten zurückkommen werde, eine amyloide Metamorphose der Erythrocyten wohl denkbar und möglich.

Die Entstehung von grösseren Kugeln und Schollen, ja die Bildung homogener Membranen, die man bei der Amyloidosis vorfindet, lässt sich wohl dadurch erklären, dass, wie ich schon erwähnt habe, unter dem Einflusse chemischer Agentien, welche Alterationen des Blutes respective der Erythrocyten herbeiführen, infolge der Viscosität veränderter Erythrocyten dieselben zu grösseren Conglomeraten zusammenschmelzen, und Kugeln, Balken, membranöse Gebilde, je nach dem Raume, in welchem sie lagern, entstehen. In der Leber, in welcher so oft, aber nicht ausschliesslich, amyloide Ablagerungen zwischen der Capillarwand und den Leberzellenbalken sich vorfinden, müssen die metamorphosierten zusammenschmelzenden Erythrocyten entsprechend dem Raume diese verschiedenen Gestaltungen annehmen.

Dass Blutextravasate infolge der Ablösung der Capillarwand von der vasalen Fläche der Leberzellenbalken in den Raum zwischen der Capillarwand und den Leberzellenbalken statthaben können, das beweisen die Bilder Fig. 1—8 unzweideutig.

Dass die Amyloidosis der schichtwandigen Blutgefässe von einer Infiltration mit Amyloid metamorphosierter Erythrocyten herrühren kann, dies beweist das Bild Fig. 17.

Fig. 17 zeigt einen Abschnitt einer mit Erythrocyten stark

infiltrierten interlobulären Venenwand aus der Leber eines Neugeborenen. Färbung mittelst van Gieson's Methode.

Im Laufe meiner Untersuchungen der Leber fand ich oft Erythrocyten theils vereinzelt theils in Gruppen innerhalb der Wände schichtwandiger Gefässe. Derlei Bilder beweisen, dass eine passive Emigration durch schichtwandige Gefässe stattfinden kann.

Auf Grund dieser Beobachtung lassen sich die Bilder 12, 13 und 16 leicht erklären, an welchen man roth gefärbte Kugeln von der Grösse der Erythrocyten als auch grössere durch Zusammenschmelzen veränderter Erythrocyten entstandene Kugeln und Schollen vorfindet.

Die Bilder Fig. 26 und 27, welche den in der erwähnten Arbeit von Obrzut ähnlich sehen, erinnern unwillkürlich an die Bilder bei der Gerinnung des Blutes, besonders an die Bilder, welche man so häufig bei den Gerinnungsvorgängen in Blutgefässen in pathologischen Processen vorfindet, ebenso das Bild Fig. 33 und 34, theilweise die Bilder Fig. 18, 20, 25, welchen ähnliche Bilder auch der polnische Autor Nowak (Przegląd lekarski 1897, Przyczynek do nauki o zmianie skrobiowatej) beschreibt.

Diese Bilder hauptsächlich Fig. 26, 27 und 33 würden dafür sprechen, dass die amyloid metamorphosierten Erythrocyten an der Fibrinbildung oder einer Art von Fibrinbildung betheiligt sein können.

Die Untersuchungen von Klebs, Mosso, Welti, Ziegler, Wlassow, Arnold u. A. haben die grosse Bedeutung der Desorganisation der Erythrocyten für die Gerinnung nachgewiesen, woran vielleicht die ältesten als der Desorganisation am leichtesten anheimfallenden theilnehmen. Bei der Bildung rother Thromben und der extravasculären Blutgerinnung spielt der Zerfall von Erythrocyten darnach eine grosse Rolle und liefert das Material zur Bildung des Fibrins.

Ohne anderen Blutbestandtheilen einen Antheil an der Bildung des Fibrins abzusprechen, muss man, worauf viele der diese Frage behandelnden Autoren hingewiesen haben, und was ich selbst beobachtet habe, darauf Nachdruck legen, dass bei dem Eintritt extravasculärer oder intravasculärer Gerinnungen die Leukocyten keinerlei Veränderungen erkennen lassen, auch die grosse Masse der Erythrocyten zeigt keine Veränderungen, und innerhalb des Blutgerinnsels weist das Mikroskop normale Erythrocyten auf. An

der Bildung des Fibrins nimmt nur ein Procenttheil der Erythrocyten Antheil. Dem würde auch der Umstand entsprechen, dass Fibrin bei der Gerinnung keineswegs in so bedeutender Menge entsteht, als es zunächst den Anschein hat, da seine Quantität nur 0·1—0·4% von dem Gewicht des betreffenden Blutes ausmacht. Trotzdem ist das frische Fibrin so voluminös, dass es in seinen Maschenräumen alle Formelemente einzuschliessen vermag, und so die gesammte Blutmenge in eine gallertige Masse verwandelt.

Ältere Autoren behaupteten, dass die amyloide Substanz sich innerhalb der Zellen als Degenerationsproduct bildet, was durch E. Wagner widerlegt worden ist und was wohl heute fast niemand mehr annimmt.

Ich traf jedoch bei meinen Untersuchungen Bilder, welche dafür zu sprechen schienen.

Fig. 29. Innerhalb der Leberzelle nahe am Capillarrande eine runde amyloide Einlagerung.

Fig. 30. Innerhalb der Capillaren Ablagerungen amyloider Substanz, welche wie oben die Capillare ausfüllen, oder wie unten dem Leberzellenrand anliegen. Innerhalb der Leberzelle eine kugelförmige Einlagerung amyloider Substanz.

Fig. 31. Ähnliches Bild.

Fig. 32. Eine abgelöste Capillarwandzelle mit einer Einlagerung amyloider Substanz.

Fig. 33. Innerhalb der deformierten abgelösten Capillarwandzelle eine kugelförmige Einlagerung amyloider Substanz, von welcher ringsumher nach allen Seiten strahlenförmig fädige Ausläufer zu sehen sind, ein Gerinnungscentrum erinnernd, gleichsam ein Krystallisationsphänomen.

Fig. 34. Ebenfalls eine Capillarwandzelle mit einer unregelmässig gestalteten amyloiden Einlagerung, von welcher nach einer Seite hin fadenförmige Ausläufer ausstrahlen, der Rand wie gefranst erscheint.

Fig. 35. Abgelöste deformierte Capillarwandzelle, innerhalb welcher eine amyloide Kugel steckt.

Im Vergleich mit der Menge der zwischen den Capillarwänden und den Leberzellenrändern als auch im Lumen der Capillaren angehäuften amyloiden Substanz kamen mir derlei Bilder verhältnismässig selten vor, so dass schon aus diesem Grunde diese Zellen nicht als Producenten des Amyloids angesehen werden kön-

nen. Mann kann jedoch heute diese Bilder ganz leicht erklären. Kupffer und ich (l. c.) haben gleichzeitig nachgewiesen, dass die Capillarwandzellen in der Leber Erythrocyten aufnehmen. Ich habe die Beobachtung gemacht (Wie und in welcher Form wird den Leberzellen Hämoglobin zugeführt. Anzeiger d. Akad. d. W. zu Krakau, Juni 1897), dass Erythrocyten von den Leberzellen aufgenommen werden, ja selbst Haufen derselben, welche in Vacuolen im Cytoplasma gelagert erscheinen. Diese innerhalb der Zellen vorfindbaren amyloiden Einlagerungen sind nicht an Ort und Stelle als durch einen Degenerationsvorgang entstanden zu denken, sondern als von aussen aufgenommene metamorphosierte Erythrocyten.

Noch über einen Befund muss ich hier berichten. Das Material, welches mir zu dieser Untersuchungsreihe diente, stammte von tuberculösen Individuen. In der Leber fanden sich solitäre mikroskopische Tubercel, welche unter anderen hart an grösseren Blutcapillaren lagen. In diesen Tuberceln befanden sich zerstreute amyloide Einlagerungen. Ein Befund, der zwar mit der Genese der amyloiden Substanz nichts zu thun hat, der aber an sich und für den Erklärungsversuch, den ich mir construiert habe, nicht ohne Belang ist.

Es ist eine allgemein anerkannte und feststehende Thatsache, dass das Amyloid bei seiner Entstehung in enger Beziehung zum Blutgefässsystem steht, besonders zu den Capillaren. In der Leber gewahrt man als die Ablagerungsstätten den Raum zwischen der Blutcapillarwand und den Leberzellenbalken, die Wände der interlobulären Venen und Arterien, das Lumen der intraacinösen Blutcapillaren.

Die Bilder Fig. 1—8 beweisen aber, dass Blut unter geeigneten Umständen, infolge Ablösung der mit den Leberzellen normal in innigem Verbande stehenden Capillarwände in den dadurch entstehenden Raum zwischen die Capillarwand und die Leberzellen gelangen kann, dass förmliche Blutextravasate in diesen Raum zustande kommen können.

In eben diesen Räumen lagert sich so oft fast in jedem Falle der Amyloidosis der Leber, die amyloide Substanz ab.

Weiter ist, wie ich schon oben angeführt habe, leicht zu constatieren, dass unter den Blutveränderungen, welche unter dem

Einfluss mancher Blutgifte und im Verlaufe infectiöser Processe entstehen und welche in Form von Plasmoschisis, Plasmorhexis, Plasmolysis auftreten, auch solche vorkommen, bei welchen die Erythrocyten viscös werden und zu Kugeln, Klumpen, homogenen Massen zusammenfliessen, so dass, worin ich *Obrzut* beipflichte, wenigstens ein Theil des sogenannten Hyalins von derlei veränderten Erythrocyten sich herleiten lässt. *Die Morphologie der amyloiden Ablagerungen entspricht wieder ganz derlei aus einem Zusammenfliessen veränderter Erythrocyten entstehenden Formen.*

Die Möglichkeit, wie dies das Bild Fig. 17 beweist, einer Infiltration der Wandschischten der Blutgefässe mit Erythrocyten spricht auch weiter dafür, dass metamorphosierte Erythrocyten das Material für die amyloide Substanz abgeben können. *Eben in den Wandschichten der Blutgefässe lagert sich ja die amyloide Substanz ab.* An Bildern Fig. 12, 13 und 16 sehen wir ja Kugeln aus amyloider Substanz von der Grösse der Erythrocyten als auch Schollen verschiedener Grösse, welche, wie ich oben erwähnt habe, aus zusammengeschmolzenen Erythrocyten hervorgehen können.

Die Bilder Fig. 18, 26, 27, 33 und 34, welche roth gefärbte, also die Amyloidreaction aufweisende, fädige, balkige, den Gerinnungscentren des Blutes ähnliche Ablagerungen darstellen, *würden auch für die Erythrocyten als das Material, aus dem die amyloide Substanz entstehen könnte, sprechen.*

Nicht nur in den Räumen zwischen den abgelösten Blutcapillarwänden und den Leberzellen, nicht nur innerhalb der Wandschichten der interlobulären Blutgefässe lagert sich amyloide Substanz ab, aber auch im Lumen der intraacinösen Blutcapillaren, wie dies an den Bildern Fig. 21, 22, 23, 25, 26 namentlich Fig. 24 zu sehen ist. Die Gefässe sind manchmal mit amyloiden Kugeln von der Grösse der Erythrocyten, Schollen, Massen vollgepropft, *ohne dass die die Blutcapillaren begrenzenden Leberzellen verändert erscheinen.*

Wenn wir alle die angeführten reellen, wirklich existierenden und in den Anfangsstadien der Amyloidosis leicht am entsprechenden Materiale zu constatierenden Einzelheiten, sowie den Befund von unter normalen oder mehr weniger polychromatophilen Erythrocyten innerhalb der Blutgefässe auch die amyloide Reaction aufwei-

senden, auch der Form und Grösse nach typischen Erythrocyten berücksichtigen, so erscheint es, für mich wenigstens, in Einklang mit Obrzut, als sicher, dass Erythrocyten das Material für die amyloide Substanz abgeben. Auch die Gestalt, Grösse der amyloiden Massen, das Vorhandensein von verschieden grossen Körnern, ebensolchen wie bei der Plasmoschisis und Plasmorhexis der Erythrocyten, welche man bei der Amyloidosis findet und welche amyloide Reaction aufweisen, stützt die Ansicht von der Erythrocytenherkunft der amyloiden Substanz.

Ebenso wie durch verschiedene chemische Substanzen Erythrocyten metamorphosiert werden können und die Erythrocyten geänderte physikalische (Polymorphie, Viscosität) und chemische (Polychromatophilie) Eigenschaften annehmen, so können auch die Erythrocyten unter dem Einflusse gewisser chemischer Substanzen hauptsächlich durch Mikrobenproducte (Auftreten der Amyloidosis im Verlaufe chronischer Infectionsprocesse, auch der experimentellen Amyloidosis nach Einführung von gewissen Mikrobenculturen oder ihrer chemischen Producte) eine chemische Verbindung eingehen, und in amyloide Substanz sich umwandeln.

Im circulierenden Blut hat noch niemals amyloide Substanz nachgewiesen werden können, auch unter der grossen Masse von Erythrocyten wird man schwerlich im kreisenden Blute bei Entnahme von Blutproben auf amyloid metamorphosierte stossen, denn die überwiegende Hauptmenge der Erythrocyten bleibt von dieser Metamorphose unberührt. Nur ein gewisser Percenttheil der Erythrocyten wird sich gegenüber gewissen chemischen Einflüssen widerstandloser verhalten und der amyloiden Metamorphose unterliegen können.

In den Blutgefässen der Leber, namentlich in den intraacinösen Capillaren, wo sich leicht morphotische Beimengungen des Blutes anhäufen, und als solche gleichsam fremdartige Beimengungen könnten die in ihren physikalischen Eigenschaften veränderten Erythrocyten angesehen werden, lassen sich derlei metamorphosierte Erythrocyten leichter entdecken.

Ist es dabei nöthig und überhaupt annehmbar, an einen Antheil der Gewebszellen zu denken?

Man müsste dann annehmen, dass die verschiedenartigsten Gewebszellen und Wandzellen [1]) der Blutcapillaren auf die extra-

[1]) Neueste Untersuchungen weisen darauf hin, dass entsprechend den ver-

vasierten Erythrocyten auf dieselbe Weise Einfluss haben müssten, dass diese verschiedenen Gewebszellen gleiche Substanz ausscheiden müssten, durch welche die Erythrocyten beeinflusst, in amyloide Substanz verwandelt werden könnten. Man findet in den Anfangsstadien der Amyloidosis keine mikroskopischen Andeutungen von Production irgend einer homogenen, quellbaren Substanz, welche ein Substrat für die Bildung amyloider Substanz liefern könnte.

Amyloide Substanz findet man ja in fast allen Geweben, und dieselbe, glaube ich, tritt häufiger auf, als wir es vermuthen, ohne dass die Gewebe dadurch in wahrnehmbarer Weise bei geringem Grade der Amyloidosis verändert erscheinen. Bilder, in welchen neben normales Aussehen darbietenden Leberzellen und Capillarwandzellen in den Blutcapillaren geringere oder grössere, ja selbst die Capillaren vollständig ausfüllende Massen amyloider Substanz vorhanden sind, beobachtet man gar nicht selten, sowie Fälle, in welchen nur vereinzelte Stellen im Lebergewebe oder nur die interlobulären Blutgefässwände allein von Amyloidosis befallen sind, während die Leberacini ganz frei davon sind, welche Localisation sich gut mit der Annahme einer Extravasation der Erythrocyten vereinbaren lässt. Bei einem gewissen Grade der Amyloidosis atrophieren die Leberzellen, was nicht so sehr meiner Meinung nach Folge von Druck der amyloiden Ablagerungen als Folge der schwierigen Ernährungsverhältnisse ist, unter welchen nach Ablösung der Capillarwand oder durch Anhäufung von Amyloid im Lumen der Capillaren die Leberzellen sich befinden, deren normale Ernährung und Function durch den innigen Verband der Leberzellen mit den Blutcapillarwandzellen bedingt ist. In Fällen, in welchen die Bedingungen der Bildung amyloider Substanz fortdauern, häufen sich in den Capillaren immer grössere Mengen amyloider Substanz an, obwohl das Lebergewebe immer mehr atrophisch wird, die Leberzellen und die Capillarwandzellen in ihren wie immer gearteten Leistungen tief untergraben sind, so das Bilder zum Vorschein kommen wie auf der Fig. 28, wo nur Spuren von Zellen in Gestalt von Zellkernen hie und da noch zu sehen sind, und die ganze Masse des Leberacinus aus Schollen und Kugeln amyloider Substanz besteht. Die Leber nimmt infolge wachsender Ablagerung

schiedenen physiologischen Functionen in verschiedenen Organen Verschiedenheiten im Bau der Blutcapillaren, der dieselben bildenden Zellen vorhanden sind.

amyloider Substanz an Grösse zu, während die Gewebszellen schon längs atrophisch sind. Die Gewebszellen verhalten sich passiv, sie atrophieren, gehen schliesslich zu Grunde, dahingegen die Amyloidosis wächst, was gegen irgend einen thätigen Antheil der Gewebszellen an der Bildung amyloider Substanz spricht.

Kurz gefasst, erscheint mir die Amyloidosis als ein Infiltrationszustand der Gewebe mit extravasirten, schon amyloid metamorphosierten Erythrocyten oder als Anhäufung derselben infolge Stromverlangsamung innerhalb der Blutcapillaren, welche Anschauung die Localisation, Morphologie amyloider Ablagerungen und die engen Beziehungen der Amyloidosis zum Blutgefässsystem am leichtesten, glaube ich, erklärt.

Es drängt sich noch eine Frage von selbst auf, nämlich das Verhältnis der amyloiden Substanz zur hyalinen die Amyloidreaction nicht gebender Substanz. Hyaline Substanz, welche man in verschiedenen pathologischen Processen in verschiedenen Geweben findet und welche die Amyloidreaction nicht gibt, findet sich sowohl als alleiniger pathologischer Zustand, als auch neben mikrochemisch charakteristisch reagierender amyloider Substanz, ja selbst in morphologisch einheitlichen Ablagerungen hauptsächlich im Lumen der Blutgefässe, Capillaren, welche, wie Fig. 10, 19, 26 zeigt, sich nicht mit Methylviolett charakteristisch färben, die amyloide Substanz umgeben oder auch derselben anliegen. Wenn man den oben angeführten Umstand, dass Erythrocyten unter den Einflusse hemischer Substanzen, Blutgifte, zu homogenen Massen, Kugeln, Balken, hyalin aussehenden Strängen zusammenfliessen können, berücksichtigt, ferner das längst bekannte Factum, dass unter dem Einflusse z. B. des Alkohols nach einer gewissen Zeit, was auch oben hervorgehoben ist, die amyloide Substanz die charakteristische Reaction nicht mehr gibt und hyaline Masse zurückbleibt, was auf eine Extraction irgend eines Bestandtheils der amyloiden Substanz hindeutet, so liesse sich daraus schliessen, dass hyaline Substanz ebenfalls erythrocytischer Herkunft sein kann, aber nicht als Vorstufe des Amyloids betrachtet werden könnte. Die amyloide Substanz würde darnach als eine besondere, specifisch chemische Verbindung der Substanz gewisser Erythrocyten mit einer gewissen chemischen, hauptsächlich durch Mikroben producierten Substanz angesehen werden müssen.

34. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Le Secrétaire dépose sur le bureau les dernières publications de la Classe:

„Sprawozdania Komisyi fizyograficznej". *(Comptes rendus de la Commission de physiographie, vol. XXXV. p. XXXIX. et 398.). (Berichte der physiographischen Commission, Bd. XXV. S. XXXIX. und 398).*

J. Grzybowski. „Otwornice warstw inoceramowych okolicy Gorlic". *(Le foraminifères des couches à Inoceramus des environs de Gorlice. — Avec 3 planches). (Die Foraminiferen der Inoceramenschichten von Gorlice. — Mit 3. Tafeln).*

L. Marchlewski et M. Nencki. „Przemiana filocyaniny w hemopyrrol i urobilinę". *(Transformation de la phyllocyanine en hemopyrrol et urobiline). (Ueber die Umwandlung des Phyllocyanins in Haemopyrrol und Urobilin).*

M. Nencki et J. Zaleski. „Produkty odtlenienia heminy, budowa jej i pochodnych". *(Sur les produits de la réduction de l'haemine sur sa constitution et sur celles de ses dérivès). (Ueber die Reductionsproducte des Haemins, die Constitution desselben und seiner Abkömmlinge).*

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem.-przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.

Kraków, 1901. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego

3 Września 1901.

PUBLICATIONS DE L'ACADÉMIE
1873—1900

Librairie de la Société anonyme polonaise
(Spółka wydawnicza polska)
à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« *Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires*, in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« *(Classe de philologie. Séances et travaux*, in 8-vo, volumes II—XXXI (vol. I épuisé). — 238 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« *(Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux*, in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XL, (vol. I. II. XIV épuisés, 61 pl.) — 256 k.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *(Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne)*, in 4-to, vol. I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). — 77 k.

»Sprawozdania komisyi językowej.« *Comptes rendus de la Commission de linguistique)*, in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *(Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne)*, in 8-vo, 10 vol. — 57 k.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 4 k. Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski. 6 k. Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 3 c. — Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *(Bibliothèque des auteurs polonais du XVI et XVII siècle*, in 8-vo, 38 livr. 46 k. 40 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed Piekosiński. 20 k. — Vol. II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A. Sokołowski et J. Szujski; A. Lewicki. 32 k. — Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. — Vol. IV, Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. — Vol. V, VII, Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński. 20 k. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 10 k. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408—1530) ed. B. Ulanowski. 10 k. — Vol. XV, Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol. II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski. 6 k. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński; 6 k. — Vol VII, X, XIV, XVII Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 14 k. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski 4 k. — Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed V. Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 156 k.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546—1553. 10 k. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674, ed. Kluczycki. 20 k. —

Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (ex archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674—1683 ed. Waliszewski. 30 k. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler. 30 k. — Vol. VI, Acta Regis Ioannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 10 k. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507—1795 ed. Piekosiński. 40 k. Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 10 c. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 6 k.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III—VI. — 102 k.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I, in 8-vo. — 15 k.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« (*Anciens monuments du droit polonais*) in 4-to, vol. II—X. — 72 k.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 12 k. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 6 k. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507—1531 ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VII, Acta expedition. bellic. ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 12 k. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ulanowski. 16 k. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405—1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 6 k. — Vol. X, p. 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 2 k.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 8 k.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *Mémoires*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches, vol. I épuisé). — 170 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« *Séances et travaux*, in 8-vo, 33 vol. (241 planches). — 273 k.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *Comptes rendus de la Commission de physiographie*, in 8-vo, 29 volumes (III. VI — XXXIII, 59 planches, vol. I. II. IV. V épuisés). — 234 k. 50 h.

»Atlas geologiczny Galicyi.« (*Atlas géologique de la Galicie*, in fol., 7 livraisons (35 planches) (à suivre). — 58 k.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *Comptes rendus de la Commission d'anthropologie*, in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 125 k.

»Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« (*Matériaux anthropologiques, archéologiques et ethnographiques*), in 8-vo, vol. I—III, (25 planches, 10 cartes et 60 gravures). — 20 k.

Świętek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« (*Les populations riveraines de la Raba en Galicie*), in 8-vo, 1894. — 8 k. **Górski K.**, »Historya piechoty polskiej« (*Histoire de l'infanterie polonaise*), in 8-vo, 1893. — 5 k. 20 h. »Historya jazdy polskiej« (*Histoire de la cavalerie polonaise*), in 8-vo, 1894. — 7 k. **Balzer O.**, »Genealogia Piastów.« (*Généalogie des Piasts*), in 4-to, 1896. — 20 k. **Finkel L.**, »Bibliografia historyi polskiej.« (*Bibliographie de l'histoire de Pologne*) in 8-vo, vol. I et II p. 1—2, 1891—6. — 15 k. 60 h. **Dickstein S.**, »Hoëne Wroński, jego życie i dzieła.« (*Hoëne Wroński, sa vie et ses oeuvres*), lex. 8-vo, 1896. — 8 k. **Federowski M.**, »Lud białoruski.« (*L'Ethnographie de la Russie Blanche*), in 8-vo, 1897. — 7. k.

»Rocznik Akademii.« (*Annuaire de l'Académie*), in 16-o, 1874—1898 25 vol. (1873 épuisé) — 30 k.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« (*Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888*), 8-vo, 1889. — 4 k.

12,229

N^R 7. 1901.

BULLETIN INTERNATIONAL

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

DE CRACOVIE

CLASSE DES SCIENCES MATHEMATIQUES ET NATURELLES

OCTOBRE

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1901.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ÉTÉ FONDÉE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE :

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR : S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est le polonais; c'est dans cette langue que paraissent ses publications.

Le Bulletin international paraît tous les mois, à l'exception des mois de vacances (août, septembre). Il est publié en deux séries, dont la première est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie, et la seconde aux travaux de la Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles. Chaque série contient les procés-verbaux des séances ainsi que les résumés des mémoires et les communications présentés à l'Académie.

Le prix de l'abonnement est 6 k. = 8 fr.
Séparément les livraisons se vendent à 80 h. = 90 centimes.

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem. przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.

Kraków, 1901. Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADEMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.

III. CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

N° 7. Octobre 1901.

Sommaire: 35. M. L. NATANSON Sur les lois de la diffusion.
36. M ST. NIEMENTOWSKI. Sur les dérivés du biphényle.
37. M. E. GODLEWSKI (jun.). Sur le développement du tissu musculaire des muscles du corps et du coeur des mammifères.
38. M. A. M. PRZESMYCKI. Sur quelques Protozoaires parasites des Rotifères.
39. M. SZULC. Sur les grêles en Galicie.
40. Comptes rendus de la Commission de Physiographie. vol. XXXV.
41. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Séance du lundi 14. Octobre 1901.

Présidence de M. E. GODLEWSKI.

35. M. L. NATANSON présente son travail: **O prawach zjawisk dyfuzyjnych.** ***(Sur les lois de la diffusion).*** *(Ueber die Gesetze diffusionartiger Vorgänge).*

Depuis longtemps, en Physique, on a remarqué l'analogie que présentent entre eux les phénomènes de la viscosité, de la propagation de la chaleur par conductibilité, de la diffusion de la matière à l'état gazeux ou dissous. Clerk-Maxwell, assimilant la viscosité à la diffusion de la quantité de mouvement et la conductibilité calorifique à la diffusion de l'énergie, a même pu convertir cette analogie en une identité. Dans la présente étude nous adopterons cette manière de voir; par diffusion nous entendrons généralement la propagation dans un milieu, suivant certaines lois déterminées, d'une propriété mesurable quelconque.

On a l'habitude de dire, dans la théorie classique de la diffusion, que le transport de la quantité qui se diffuse (masse, quantité de mouvement, énergie) s'effectue sans qu'on puisse en définir la vitesse. Cette opinion est certainement fondée; cependant, les équations de la théorie classique admettent également une interprétation différente. La diffusion, d'après elles, peut s'assimiler à un

résidu qui persiste après qu'une onde a passé; seulement, à la vitesse avec laquelle cette onde se propage il faut attribuer une valeur infinie. Or, la théorie classique de la diffusion n'est nullement une théorie exacte. Elle repose sur un ensemble d'hypothèses approximatives qui dans les différents cas peuvent être plus ou moins voisines de la vérité. On est donc amené à se demander si, d'après une théorie moins simplifiée, la perturbation qui laisse derrière elle le résidu de la diffusion ne pourrait pas se propager avec une vitesse finie, quoique certainement très-grande dans les cas accessibles à l'expérience.

Le problème essentiel de la théorie de la diffusion consiste à établir une équation entre le flux de la quantité qui se diffuse (rapporté à l'unité de surface et de temps) et un certain vecteur auquel, pour la commodité du langage, nous proposons de donner le nom de stimulant. Dans la théorie classique, la théorie de Fourier par exemple, l'on admet entre ces deux quantités, la loi de la proportionnalité simple. Cela revient à supposer que, dans la diffusion, l'énergie utilisable qui correspond à l'existence du vecteur stimulant est entièrement dissipée. C'est précisément sur ce point que porte la tentative de généralisation dont nous nous occuperons dans la suite. D'après nos équations, l'action du vecteur stimulant ne consiste pas seulement à produire le flux de la quantité diffusée, mais aussi à varier son intensité d'un instant à l'autre. Si l'on se place à ce point de vue, on trouve que la diffusion n'est pas, en général, un phénomène à dissipation totale; la dissipation de l'énergie utilisable qui s'y produit n'est que partielle; le rapport de la quantité d'énergie dissipée et de celle qui n'est pas dissipée dépend de la durée du „temps de la relaxation".

Dans la théorie de la diffusion on fait généralement une seconde hypothèse que nous nous efforcerons d'éviter; elle se rapporte à la forme de l'expression qui convient au vecteur „stimulant". Si, pour cette expression, on adopte la forme simple qui lui a été attribuée par Fourier, la perturbation dont la diffusion est le „résidu" se réduit à une onde véritable. Mais il n'est guère douteux qu'en réalité cette perturbation est beaucoup plus compliquée.

§ 1. Nous considérerons un gaz parfait et monoatomique; nous adopterons les hypothèses fondamentales dont on part dans la Théorie

Cinétique; ainsi, le gaz sera assimilé à un système de molécules en mouvement. Soit $dxdydz\ n$ le nombre de molécules qui à un instant donné t se trouvent dans l'élément $dxdydz$ de volume. Soient

$$u+\xi,\quad v+\eta,\quad w+\zeta \tag{1}$$

les composantes de la vitesse d'une molécule, u, v, w représentant celles de la vitesse hydrodynamique de l'élément, en sorte que l'on a

$$\bar{\xi}=\tfrac{1}{n}\,\Sigma\xi=0\,;\quad \bar{\eta}=\tfrac{1}{n}\,\Sigma\eta=0\,;\quad \bar{\zeta}=\tfrac{1}{n}\,\Sigma\zeta=0\,. \tag{2}$$

Nous désignerons par Q une fonction quelconque des $(u+\xi)$, $(v+\eta)$, $(w+\zeta)$; par $\bar{Q}$ la valeur moyenne dans un élément de volume:

$$\bar{Q}=\tfrac{1}{n}\,\Sigma Q\,; \tag{3}$$

par ρ la densité du milieu, par X, Y, Z les composantes de l'accélération que produisent, en (x, y, z), les forces extérieures. Le symbole d/dt sera défini comme équivalent à l'opération

$$\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}+w\frac{\partial}{\partial z}, \tag{4}$$

tandis que $\delta/\delta t$ sera réservé aux changements provoqués par les actions mutuelles qui ont lieu entre les molécules. On a l'équation fondamentale, donnée par Maxwell [1]) en 1867,

$$\rho\frac{d\bar{Q}}{dt}+\frac{\partial\overline{\xi Q}\rho}{\partial x}+\frac{\partial\overline{\eta Q}\rho}{\partial y}+\frac{\partial\overline{\zeta Q}\rho}{\partial z}= \\ =\rho\left(\frac{\delta\bar{Q}}{\delta t}+X\frac{\partial\bar{Q}}{\partial u}+Y\frac{\partial\bar{Q}}{\partial v}+Z\frac{\partial\bar{Q}}{\partial w}\right). \tag{5}$$

§ 2. De l'équation fondamentale, en posant Q

$$=u+\xi\,;\quad =v+\eta\,;\quad =w+\zeta\,, \tag{1}$$

et en tenant compte de la conservation des quantités de mouvement, on déduit les équations du mouvement, dont la première est

$$\rho\frac{du}{dt}+\frac{\partial\rho\overline{\xi^2}}{\partial x}+\frac{\partial\rho\overline{\xi\eta}}{\partial y}+\frac{\partial\rho\overline{\zeta\xi}}{\partial z}=\rho X\,. \tag{2a}$$

[1]) Philosophical Transactions, Vol. CLVII, p. 72. 1867.

Dans la même équation, donnons à Q la signification

(3) $$Q = (u + \xi)^2 + (v + \eta)^2 + (w + \zeta)^2;$$

en tenant compte du théorème de la conservation de l'énergie, nous trouverons l'égalité

$$\rho \frac{d}{dt}(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) + 2\rho\xi^2 \frac{\partial u}{\partial x} + 2\rho\eta^2 \frac{\partial v}{\partial y} + 2\rho\zeta^2 \frac{\partial w}{\partial z} +$$

$$+ 2\rho\eta\zeta\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right) + 2\rho\zeta\xi\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) + 2\rho\xi\eta\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) +$$

(4) $$+ \frac{\partial \rho r_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho r_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho r_z}{\partial z} = 0$$

dans laquelle on a posé

(5) $$\xi(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) = r_x; \quad \eta(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) = r_y; \quad \zeta(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) = r_z.$$

§ 3. Dans l'équation (5), § 1., posons

(1) $$Q = (u + \xi)\{(u + \xi)^2 + (v + \eta)^2 + (w + \zeta)^2\}.$$

Si, de l'égalité ainsi obtenue, on élimine les X, Y, Z en y substituant leurs valeurs tirées des équations du mouvement, on trouve sans peine

$$\rho \frac{d}{dt}\{u(u^2 + v^2 + w^2) + u(3\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) + r_x + 2v\xi\eta + 2w\zeta\xi\} +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x}\{(3u^2 + v^2 + w^2)\rho\xi^2 + \rho\xi^2(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) + u\rho r_x +$$

$$+ 2uv\rho\xi\eta + 2uw\rho\zeta\xi + 2u\rho\xi^3 + 2v\rho\xi^2\eta + 2w\rho\xi^2\zeta\} +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y}\{2uv\rho\eta^2 + (3u^2 + v^2 + w^2)\rho\xi\eta + 2uw\rho\eta\zeta + u\rho\eta(3\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) +$$

$$+ 2v\rho\xi\eta^2 + 2w\rho\xi\eta\zeta + \rho\xi\eta(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)\} +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z}\{2uw\rho\zeta^2 + (3u^2 + v^2 + w^2)\rho\zeta\xi + 2uv\rho\eta\zeta + u\rho\zeta(3\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) +$$

$$+ 2v\rho\xi\eta\zeta + 2w\rho\xi\zeta^2 + \rho\zeta\xi(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)\} =$$

$$= \rho \frac{\delta}{\delta t}\{u(u^2 + v^2 + w^2) + u(3\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) + r_x + 2v\xi\eta + 2w\zeta\xi\} +$$

$$+ (3u^2 + v^2 + w^2 + 3\overline{\xi^2} + \overline{\eta^2} + \overline{\zeta^2}) \left\{ \rho \frac{du}{dt} + \frac{\partial \rho \overline{\xi^2}}{\partial x} + \frac{\partial \rho \overline{\xi\eta}}{\partial y} + \frac{\partial \rho \overline{\zeta\xi}}{\partial z} \right\} +$$

$$+ (2uv + 2\overline{\xi\eta}) \left\{ \rho \frac{dv}{dt} + \frac{\partial \rho \overline{\xi\eta}}{\partial x} + \frac{\partial \rho \overline{\eta^2}}{\partial y} + \frac{\partial \rho \overline{\eta\zeta}}{\partial z} \right\} +$$

$$+ (2uw + 2\overline{\zeta\xi}) \left\{ \rho \frac{dw}{dt} + \frac{\partial \rho \overline{\zeta\xi}}{\partial x} + \frac{\partial \rho \overline{\eta\zeta}}{\partial y} + \frac{\partial \rho \overline{\zeta^2}}{\partial z} \right\}. \qquad (2)$$

§ 4. Dans cette équation, nous poserons:

$$u = 0; \quad v = 0; \quad w = 0; \quad \partial \rho / \partial t = 0; \qquad (1)$$

il vient alors

$$\frac{\partial \rho r_x}{\partial t} - \rho \frac{\delta r_x}{\delta t} + \rho R_x = 0 \qquad (2)$$

où, pour abréger, on a introduit le symbole R_x avec la signification suivante:

$$\rho R_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \overline{\xi^2 (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)} \right) - (3\overline{\xi^2} + \overline{\eta^2} + \overline{\zeta^2}) \left\{ \frac{\partial \rho \overline{\xi^2}}{\partial x} + \frac{\partial \rho \overline{\xi\eta}}{\partial y} + \frac{\partial \rho \overline{\zeta\xi}}{\partial z} \right\} +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \overline{\xi\eta (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)} \right) - 2\overline{\xi\eta} \left\{ \frac{\partial \rho \overline{\xi\eta}}{\partial x} + \frac{\partial \rho \overline{\eta^2}}{\partial y} + \frac{\partial \rho \overline{\eta\zeta}}{\partial z} \right\} +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \overline{\zeta\xi (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)} \right) - 2\overline{\zeta\xi} \left\{ \frac{\partial \rho \overline{\zeta\xi}}{\partial x} + \frac{\partial \rho \overline{\eta\zeta}}{\partial y} + \frac{\partial \rho \overline{\zeta^2}}{\partial z} \right\}. \qquad (3)$$

Désignons par T la durée du temps de la relaxation de la perturbation (r_x, r_y, r_z). Pour simplifier, nous nous bornerons à admettre que T ne dépend ni des coordonnées ni du temps; on pourrait, sans difficulté sérieuse, généraliser nos calculs à cet égard. Conformément à des considérations antérieurement publiées [1], nous supposerons que l'équation suivante exprime la loi de la relaxation considérée en elle-même:

$$\frac{\delta r_x}{\delta t} = -\frac{r_x}{T}. \qquad (4)$$

[1]) Voir Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie, Année 1893, p. 348; Année 1894, p. 295; Année 1896, p. 117 et 1901, p. 95.

L'équation (2) pourra, par conséquent, se mettre sous la forme

$$\frac{\partial \rho r_x}{\partial t} + \frac{\rho r_x}{T} + \rho R_x = 0. \tag{5}$$

Ainsi ρr_x a pour expression

$$\rho r_x = \varepsilon^{-t/T} \Gamma_x (x, y, z) - \varepsilon^{-t/T} \int dt\, \varepsilon^{t/T} \rho R_x, \tag{6}$$

la fonction $\Gamma_x\ (x, y, z)$ étant indépendante du temps t et ε désignant la base des logarithmes népériens. L'équation (6) est exactement de la même forme que les expressions que, dans une Communication récente, nous avons données des inégalités de pression au sein d'un fluide déformé.

Reprenons maintenant l'équation (4), § 2. En vertu de l'hypothèse (1) du présent paragraphe, le facteur ρ a une valeur constante et nous aurons simplement

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)\right) + \frac{\partial \rho r_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho r_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho r_z}{\partial z} = 0. \tag{7}$$

Jointe à l'équation (5) et aux équations analogues que l'on trouve pour les variations de ρr_y et de ρr_z, l'égalité (7) permet d'écrire

$$\left.\begin{array}{c} \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\rho(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)\right) - \\ -\left\{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\rho r_x}{T} + \rho R_x\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\rho r_y}{T} + \rho R_y\right) + \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\dfrac{\rho r_z}{T} + \rho R_z\right)\right\} \end{array}\right\} = 0 \tag{8}$$

par conséquent

$$\left.\begin{array}{c} \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\rho(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)\right) + \dfrac{1}{T}\dfrac{\partial}{\partial t}\left(\rho(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)\right) - \\ -\left(\dfrac{\partial \rho R_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \rho R_y}{\partial y} + \dfrac{\partial \rho R_z}{\partial z}\right) \end{array}\right\} = 0. \tag{9}$$

C'est l'équation *exacte* de la propagation de la chaleur dans le milieu considéré. Elle est d'une forme plus générale que l'équation classique de Fourier. Pour mettre en lumière les hypothèses approchées qu'implique cette dernière équation, nous introduirons, en premier lieu, la température absolue ϑ définie par l'égalité

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = 2c\vartheta, \tag{10}$$

dans laquelle c représente la chaleur spécifique du gaz à volume constant. Moyennant l'égalité (10) l'équation (9) devient

$$T\frac{\partial^2\vartheta}{\partial t^2}+\frac{\partial\vartheta}{\partial t}-\frac{T}{2\rho c}\operatorname{div}\rho R=0\,; \tag{11}$$

le symbole div ρR, emprunté à la théorie des vecteurs, a été adopté pour plus de brièveté. Pour mettre ce même terme, div ρR, sous une forme plus simple, négligeons, à l'exemple de Maxwell[1]), la différence

$$\xi^2(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)-\xi^2.(3\xi^2+\eta^2+\zeta^2)$$

dans l'expression (3) de ρR_x; négligeons y pareillement les termes dissymétriques ainsi que les différences qui séparent les valeurs de ξ^2, η^2 et ζ^2 de leur moyenne $\frac{2}{3}c\vartheta$. De ces hypothèses il résulte

$$R_x=\frac{10}{3}c\zeta^2\frac{\partial\vartheta}{\partial x} \tag{12}$$

en sorte que l'on a

$$\text{Val. appr. de}\left(\frac{T}{2\rho c}\operatorname{div}\rho R\right)=$$

$$=\frac{5}{3}\frac{T}{\rho}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho\xi^2\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho\eta^2\frac{\partial\vartheta}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho\zeta^2\frac{\partial\vartheta}{\partial z}\right)\right\} \tag{13}$$

Négligeons une seconde fois les différences entre ξ^2, η^2, ζ^2 et leur moyenne et convenons, à titre d'approximation première, de considérer comme constante l'expression

$$\frac{5}{9}c\rho(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)T=K\,; \tag{14}$$

l'équation (13) deviendra

$$\text{Val. appr. de}\left(\frac{T}{2\rho c}\operatorname{div}\rho R\right)=\frac{K}{c\rho}\nabla^2\vartheta. \tag{15}$$

§ 5. Pour les gaz tels que l'air atmosphérique, à 0° C. et sous la pression normale, la période T est une quantité de l'ordre de 10^{-10} sec. Cela nous apprend qu'il sera permis, dans l'équation (11) du paragraphe précédent, de négliger le terme $T\partial^2\vartheta/\partial t^2$ lorsque, pour le dernier terme à gauche, on adopte l'expression (15). Pour plus de généralité, nous discuterons les différents cas qui peuvent

[1]) Philosophical Transactions, Vol. CLVII, p. 86. 1867.

se présenter. Soit, en premier lieu, le cas extrême de $T=0$; dans ce cas, la vitesse avec laquelle s'accomplit la relaxation est infinie. Nous admettrons que le terme $T.\operatorname{div} \rho R/2\rho c$ tend vers une limite finie lorsque T tend vers zéro. Dans le cas où l'équation (15) s'applique, cela revient à dire que la valeur de $K/c\rho$ reste finie; la vitesse $\sqrt{\xi^2+\eta^2+\zeta^2}$ sera donc nécessairement une quantité infinie. Ainsi, pour $T=0$, l'équation (11) du paragraphe précédent se réduit à la suivante

$$(1) \qquad \frac{\partial\vartheta}{\partial t} - Lim\left(\frac{T}{2\rho c}\operatorname{div}\rho R\right)_{T=0} = 0\,;$$

si l'équation (15) s'applique, nous retombons sur l'équation de Fourier, avec une valeur finie du coefficient $K/c\rho$.

Considérons, en second lieu, le cas opposé où l'on admet $T=\infty$; dans ce cas la relaxation fait entièrement défaut. De l'équation (11) du paragraphe précédent, nous tirons dans ces conditions:

$$(2) \qquad \frac{\partial^2\vartheta}{\partial t^2} - Lim\left(\frac{1}{2\rho c}\operatorname{div}\rho R\right)_{T=\infty} = 0\,.$$

Soit un milieu illimité qui satisfait à nos hypothèses; l'équation (2) nous apprend qu'il s'y propage une perturbation qui, jusqu'à un certain point, peut présenter le caractère d'une onde.

La même conclusion s'applique encore lorsque la période T a une valeur finie quelconque; seulement, comme dans ce cas l'équation de propagation est l'équation (11) du paragraphe précédent, il faut admettre que la perturbation en se propageant laisse derrière elle un résidu qui peu à peu s'affaiblit et s'efface. On pourrait facilement préciser la loi de ce phénomène si l'on supposait que, malgré la valeur finie du temps T, l'équation (15), § 4., est suffisamment approchée. Dans ce cas l'équation (11), § 4., prendrait la forme connue qui se présente dans la Théorie Electromagnétique de Maxwell et qui a été traitée par M. Heaviside, M. Poincaré, M. Picard, M. Boussinesq, M. Birkeland et M. Voigt.

§ 6. Considérons un système de molécules i m m o b i l e s et supposons qu'un gaz y pénètre et s'y propage par diffusion. Désignons par P la densité constante du système de molécules immobiles, par ρ la densité du gaz. Soient $u, v, w, \xi, \eta, \zeta, X, Y, Z$ les valeurs que présentent, en un point (x, y, z) et à un instant donné t,

les composantes de la vitesse hydrodynamique et de la vitesse moléculaire du gaz, ainsi que les composantes des accélérations dues aux forces étrangères. Enfin, soit A un coefficient constant qui caractérise les deux espèces de molécules en présence. La théorie donnée par Maxwell et Stefan nous enseigne que, dans ce cas, les équations du mouvement du gaz seront de la forme

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)+$$
$$+\frac{\partial\rho\xi^2}{\partial x}+\frac{\partial\rho\xi\eta}{\partial y}+\frac{\partial\rho\zeta\xi}{\partial z}+A\rho Pu-\rho X=0. \tag{1}$$

Nous aurons, en outre, l'équation de continuité

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial\rho u}{\partial x}+\frac{\partial\rho v}{\partial y}+\frac{\partial\rho w}{\partial z}=0 \tag{2}$$

et la durée du temps de relaxation qui convient au problème sera

$$T=1/AP. \tag{3}$$

En vertu des égalités (2) et (3) l'équation (1) peut s'écrire:

$$\frac{\partial\rho u}{\partial t}+\frac{\rho u}{T}+\frac{\partial(\rho u^2+\rho\xi^2)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho uv+\rho\xi\eta)}{\partial y}+$$
$$+\frac{\partial(\rho uw+\rho\xi\zeta)}{\partial z}-\rho X=0. \tag{4}$$

Par sa forme ainsi que par son sens, cette équation mérite d'être rapprochée de l'équation (5) au § 4. Il y a évidemment deux équations analogues qui se rapportent à ρv et à ρw. Jointes à l'équation (2), les trois équations (4) fournissent l'égalité suivante

$$\frac{\partial^2\rho}{\partial t^2}-\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho u}{T}+\frac{\partial(\rho u^2+\rho\xi^2)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho uv+\rho\xi\eta)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho uw+\rho\xi\zeta)}{\partial z}-\rho X\right)+\right.$$
$$+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho v}{T}+\frac{\partial(\rho vu+\rho\eta\xi)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v^2+\rho\eta^2)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho vw+\rho\eta\zeta)}{\partial z}-\rho Y\right)+ \tag{5}$$
$$\left.+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\rho w}{T}+\frac{\partial(\rho wu+\rho\zeta\xi)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho wv+\rho\zeta\eta)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w^2+\rho\zeta^2)}{\partial z}-\rho Z\right)\right\}=0$$

qui se transforme aisément et prend la forme

$$\frac{\partial^2\rho}{\partial t^2}+\frac{1}{T}\frac{\partial\rho}{\partial t}-\left\{\frac{\partial^2(\rho u^2+\rho\xi^2)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2(\rho v^2+\rho\eta^2)}{\partial y^2}+\frac{\partial^2(\rho w^2+\rho\zeta^2)}{\partial z^2}+\right.$$

$$\left.+2\frac{\partial^2(\rho vw+\rho\eta\zeta)}{\partial y\partial z}+2\frac{\partial^2(\rho wu+\rho\zeta\xi)}{\partial z\partial x}+2\frac{\partial^2(\rho uv+\rho\xi\eta)}{\partial x\partial y}\right\}+$$

(6) $$+\frac{\partial\rho X}{\partial x}+\frac{\partial\rho Y}{\partial y}+\frac{\partial\rho Z}{\partial z}=0\,.$$

C'est l'équation exacte de la propagation d'un gaz au milieu d'un système de molécules immobiles; on peut la rapprocher des équations analogues (9) et (11) du § 4.; des considérations pareilles à celles qui ont été données plus haut seront, dans ce cas, également applicables. L'équation classique se déduit en négligeant $u, v, w, X, Y, Z, \rho\overline{\eta\zeta}, \rho\overline{\zeta\xi}, \rho\overline{\xi\eta}$ et en admettant, au surplus, les deux hypothèses que voici:

(7) $$T=0 \quad \text{et, en même temps,}$$

(8) $$Lim\,(\xi^2\,T)=Lim\,(\eta^2\,T)=Lim\,(\zeta^2\,T)=\text{quantité finie.}$$

§ 7. Rappelons rapidement les principes sur lesquels repose, pour un gaz parfait monoatomique, la théorie cinématique du phénomène de la viscosité. Convenons de conserver aux symboles dont nous avons fait usage leur signification précédente et posons

(1) $$p=\tfrac{1}{3}\,\rho\,(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)$$

(2) $$\left|\begin{array}{lll} q_{xx}=\rho\xi^2-p\,; & q_{yx}=\rho\eta\xi & ;\quad q_{zx}=\rho\zeta\xi \\ q_{xy}=\rho\xi\eta & ;\quad q_{yy}=\rho\eta^2-p\,; & q_{zy}=\rho\zeta\eta \\ q_{xz}=\rho\xi\zeta & ;\quad q_{yz}=\rho\eta\zeta & ;\quad q_{zz}=\rho\zeta^2-p \end{array}\right.$$

Les équations du mouvement sont de la forme

(3) $$\rho\left(\frac{du}{dt}-X\right)+\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial q_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial q_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial q_{xz}}{\partial z}=0\,.$$

Si, dans l'équation (5) du § 1., l'on fait

(4) $$Q=(u+\xi)^2$$

on trouve une égalité qui, après l'élimination de X, donne la relation suivante

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\overline{\xi^2}) + 2\rho\overline{\xi^2}\frac{\partial u}{\partial x} + 2\rho\overline{\xi\eta}\frac{\partial u}{\partial y} + 2\rho\overline{\xi\zeta}\frac{\partial u}{\partial z} +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x}(u\rho\overline{\xi^2}) + \frac{\partial}{\partial y}(v\rho\overline{\xi^2}) + \frac{\partial}{\partial z}(w\rho\overline{\xi^2}) +$$

$$+ \frac{\partial\rho\overline{\xi^3}}{\partial x} + \frac{\partial\rho\overline{\xi^2\eta}}{\partial y} + \frac{\partial\rho\overline{\xi^2\zeta}}{\partial z} - \frac{\delta}{\delta t}(\rho\overline{\xi^2}) = 0 . \tag{5}$$

Deux équations analogues se déduisent de même. Ajoutées membre à membre, les trois équations (5) fournissent une nouvelle égalité que nous retrancherons de l'équation primitive (5) après l'avoir multipliée par le facteur $\frac{1}{3}$. Si l'on observe que l'on a

$$\frac{\delta}{\delta t}(\rho(\overline{\xi^2} + \overline{\eta^2} + \overline{\zeta^2})) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\delta q_{xx}}{\delta t} = -\frac{q_{xx}}{T}, \tag{6}$$

T désignant la période caractéristique relative au phénomène de la viscosité et si l'on pose

$$[\rho\xi^2 - \tfrac{1}{3}\rho(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)]\,\overline{(u+\xi)} = P_{xx} \tag{7^a}$$

$$[\rho\xi^2 - \tfrac{1}{3}\rho(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)]\,\overline{(v+\eta)} = P_{xy} \tag{7^b}$$

$$[\rho\xi^2 - \tfrac{1}{3}\rho(\overline{\xi^2} + \overline{\eta^2} + \overline{\zeta^2})]\,\overline{(w+\zeta)} = P_{xz}\,; \tag{7^c}$$

on parvient ainsi à la relation

$$\frac{\partial q_{xx}}{\partial t} + \frac{q_{xx}}{T} + 2\rho\overline{\xi^2}\frac{\partial u}{\partial x} - \tfrac{2}{3}\left(\rho\overline{\xi^2}\frac{\partial u}{\partial x} + \rho\overline{\eta^2}\frac{\partial v}{\partial y} + \rho\overline{\zeta^2}\frac{\partial w}{\partial z}\right) +$$

$$+ 2\rho\overline{\xi\eta}\frac{\partial u}{\partial y} + 2\rho\overline{\xi\zeta}\frac{\partial u}{\partial z} -$$

$$- \tfrac{2}{3}\left\{\rho\overline{\eta\zeta}\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right) + \rho\overline{\zeta\xi}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) + \rho\overline{\xi\eta}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)\right\} +$$

$$+ \frac{\partial P_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial P_{xz}}{\partial z} = 0 . \tag{8}$$

On peut rapprocher l'équation ainsi obtenue de l'équation (5) du § 4. ainsi que de l'équation (4) du § 6.

En dernier lieu, dans l'équation (5), § 1., posons

$$Q = (u + \xi)(v + \eta)\,; \tag{9}$$

admettons d'autre part l'égalité

$$\frac{\delta q_{xy}}{\delta t} = -\frac{q_{xy}}{T} \tag{10}$$

et nous trouverons sans peine l'équation

$$
(11) \quad \begin{aligned} &\frac{\partial q_{xy}}{\partial t} + \frac{q_{xy}}{T} + \rho\xi^2 \frac{\partial v}{\partial x} + \rho\eta^2 \frac{\partial u}{\partial y} + \rho\eta\zeta \frac{\partial u}{\partial z} + \rho\zeta\xi \frac{\partial v}{\partial z} + \\ &+ \rho\xi\eta \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial Q_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial Q_{zz}}{\partial z} = 0 . \end{aligned}
$$

dans laquelle les symboles Q ont la signification suivante

$$
(12) \quad \overline{\rho\xi\eta (u + \zeta)} = Q_{zx} ; \quad \overline{\rho\xi\eta (v + \eta)} = Q_{zy} ; \quad \overline{\rho\xi\eta (w + \zeta)} = Q_{zz} .
$$

L'équation (11) appartient à la même catégorie que l'équation (8) du présent paragraphe. Il est aisé de voir qu'il existe une troisième équation similaire qui se rapporte au flux q_{xz} et à sa variation $\partial q_{xz} / \partial t$. Nous joindrons à cette équation les équations précédentes (8) et (11) et, en suivant la voie qui nous a servi dans deux occasions analogues (§§ 4. et 6.), nous les introduirons dans l'équation (3) du présent paragraphe. Les équations ainsi obtenues seront les équations généralisées du mouvement. Les équations classiques, celles de Navier, de Poisson et de Stokes, s'en déduisent immédiatement si l'on néglige tous les termes dont la forme est dissymétrique et si, en posant $T = 0$, l'on admet en même temps que les expressions $\xi^2 T$, $\eta^2 T$, $\zeta^2 T$ tendent vers une même limite dont la valeur est finie.

§ 8. En résumé, les phénomènes divers de la diffusion présentent entre eux des analogies que nous essayerons de mettre en lumière en en énonçant les lois sous une forme générale. Soit une quantité Q quelconque considérée comme fonction des coordonnées et du temps. Désignons par f_x le flux de la quantité Q, par unité de temps, à travers un élément de surface égal à l'unité et perpendiculaire à l'axe Ox; désignons par f_y et f_z les deux autres flux analogues. En premier lieu, nous avons la relation évidente

$$
(1) \quad \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial f_x}{\partial x} + \frac{\partial f_y}{\partial y} + \frac{\partial f_z}{\partial z} = 0 .
$$

En second lieu, il existe pour chaque flux, ainsi que nous venons de le voir, une équation de la forme

$$
(2) \quad \frac{\partial f_x}{\partial t} + \frac{f_x}{T} + F_x = 0 .
$$

Nous proposons de donner à la période T le nom de „temps de relaxation“ de la perturbation en question; quant à la somme réunie ici sous le signe F_x, nous la considérons comme la composante, dans la direction Ox, d'un vecteur $F\ (F_x,\ F_y,\ F_z)$ que nous avons appelé „le stimulant“.

L'équation (1), jointe aux trois équations dont l'égalité (2) est la première, fournit l'équation de propagation qui est la suivante

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} + \frac{1}{T}\frac{\partial Q}{\partial t} - \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}\right) = 0. \qquad (3)$$

Pour parvenir aux équations classiques de la théorie Fourierienne il faut avoir recours à deux hypothèses. En premier lieu, il faut supposer

$$F_x = a^2 \frac{\partial Q}{\partial x}; \quad F_y = a^2 \frac{\partial Q}{\partial y}; \quad F_z = a^2 \frac{\partial Q}{\partial z}, \qquad (4)$$

en désignant par a une quantité dont les dimensions sont celles d'une vitesse. En second lieu, tout en faisant $T = 0$, il faut admettre que la limite vers laquelle tend alors le produit a^2T est finie. Si de plus cette limite est constante, nous avons

$$\frac{\partial Q}{\partial t} - a^2 T . \nabla^2 Q = 0. \qquad (5)$$

Ainsi, dans la théorie classique, on néglige, dans (2) et les deux équations analogues, les termes de la forme $\partial f_x / \partial t$ et l'on pose

$$f_x = - Lim\,(T F_x)_{T=0}; \qquad (6)$$

c'est dire que l'énergie utilisable liée à l'existence du vecteur stimulant est entièrement dissipée. On peut pousser plus loin l'approximation si l'on écrit, en vertu de l'équation (2),

$$f_x = C_x \varepsilon^{-t/T} - \varepsilon^{-t/T} \int dt\, \varepsilon^{t/T} F_x \qquad (7)$$

ce qui donne sans peine

$$f_x = C_x \varepsilon^{-t/T} - T \left\{ F_x - T \frac{\partial F_x}{\partial t} + T^2 \frac{\partial^2 F_x}{\partial t^2} - \ldots\ldots \right\}. \qquad (8)$$

On voit par là qu'un flux, à un instant donné, ne dépend pas seulement de la valeur que présente la composante correspondante du

vecteur stimulant; il n'est défini complètement que lorsque la loi de la variation de cette composante est connue.

Posons $T = \infty$. Dans ce cas:

$$\frac{\partial f_x}{\partial t} = - Lim\,(F_x)_{T=\infty} \quad ; \tag{9}$$

la dissipation par conséquent est nulle.

Lorsque la durée du temps T n'est ni nulle ni infinie, les deux premiers termes du membre gauche de l'équation (2) sont des quantités de même ordre; suivant que l'influence de l'un ou de l'autre est prépondérante, les caractères du phénomène peuvent varier, se rapprochant plus ou moins de l'un ou de l'autre des cas extrêmes déjà considérés.

Ce qui, nous semble-t-il, est éminemment désirable, dans l'état actuel de la Théorie de la Dissipation de l'Energie, c'est de ne point se borner à des points de vue purement qualitatifs; lorsqu'un phénomène est mis à l'étude, il importerait de pouvoir toujours déterminer l'exacte position dans laquelle il se place au point de vue de la dissipation de l'énergie.

---

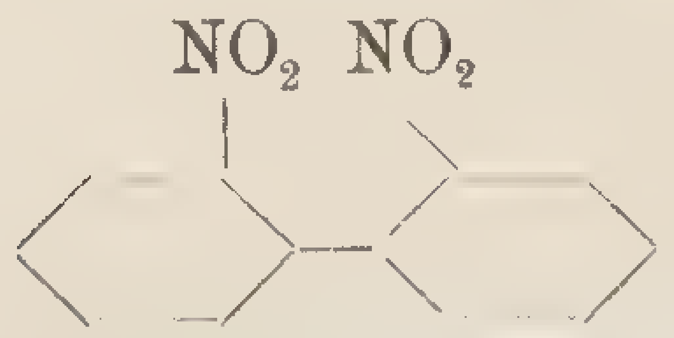
36. M. ST. NIEMENTOWSKI présente son travail: **O pochodnych bifenylu.** ***(Derivate des Biphenyls).*** *(Sur les dérivés du biphényle).*

Die Mittheilung von F. Ullmann und J. Bielecki[1]) „Über Synthesen in der Biphenylreihe“, noch mehr aber das in der Chemiker' Zeitung vom 4. September l. J. veröffentlichte französische Patent Nr. 307.467[2]), veranlassen mich zur Mittheilung der Resultate einer noch im J. 1896 begonnenen Untersuchung. Gelegentlich der Darstellung des o-Chlornitrobenzols aus o-Nitranilin nach dem Sandmeyer'schen Verfahren wurde die Bildung relativ bedeutender Mengen des Dinitrobiphenyls beobachtet, was den ersten Anstoss zur genauen Erforschung dieser interessanten Umwandlung der Benzol- in Biphenylderivate gab. Es stellte sich heraus an den Beispielen d.s o-Nitranilins und m-Nitro-p-Toluidins, dass bei Anwendung des

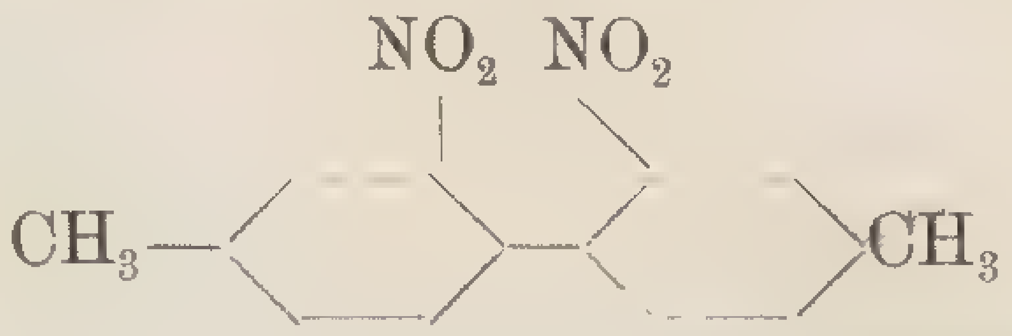
[1]) Berichte d. d. chem. Gesell. 34. 2174 [1901].

[2]) Chemiker Zeitung 25. 751. [1901].

frisch gefällten Kupfers die Diazoverbindungen dieser Nitramine fast ausschliesslich Biphenylderivate bilden, und zwar:



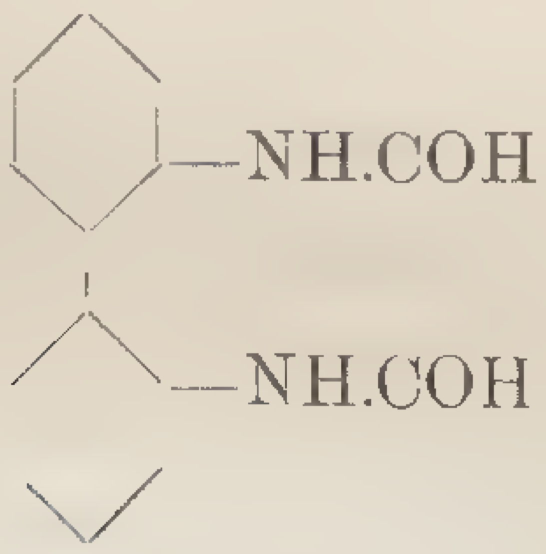
2,2′ — Dinitrobiphenyl

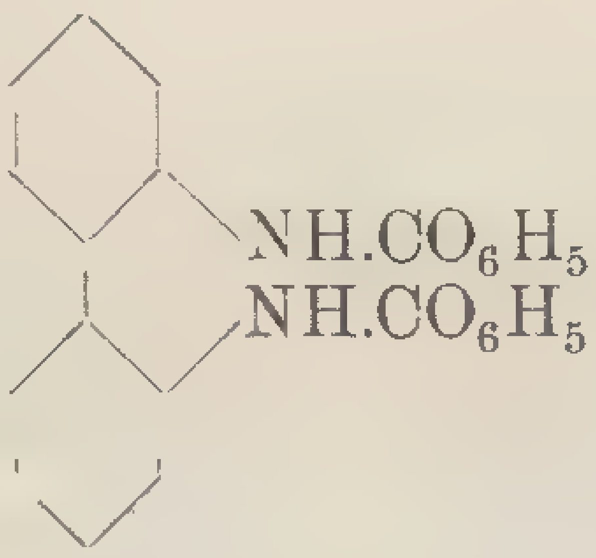


und 2,2′ — Dinitro 4,4′ — Dimethylbiphenyl

Der erste dieser Körper ist vor einigen Jahren von Ernst Täuber [1]) auf umständlichem Wege durch Zersetzung der Diazoverbindung des m-Dinitrobenzidins dargestellt worden, der zweite (im Ullmann'schen Patente kurz erwähnte), wurde vom Verfasser näher untersucht: er schmilzt bei 140°, bildet goldgelbe, stark lichtempfindliche Nadeln von neutralem Charakter und ist in Benzol und Eisessig leicht, in Alkohol schwerer löslich. Beide Dinitroverbindungen wurden mit Zinn und Salzsäure reduciert und die auf diesem Wege leicht zugänglichen Basen, die isomeren des Benzidins und der Tolidine, wurden vorerst durch Darstellung einiger Derivate näher charakterisiert und dienten sodann als Ausgangsmaterial für mehrere noch nicht gänzlich abgeschlossene Versuche zur Synthese neuer Kohlenwasserstoffe, chinon- und hydrochinonartiger Verbingungen, der Körper der Carbazol und Diphenylenoxyd-reihe, der Dichinoline u. drgl.

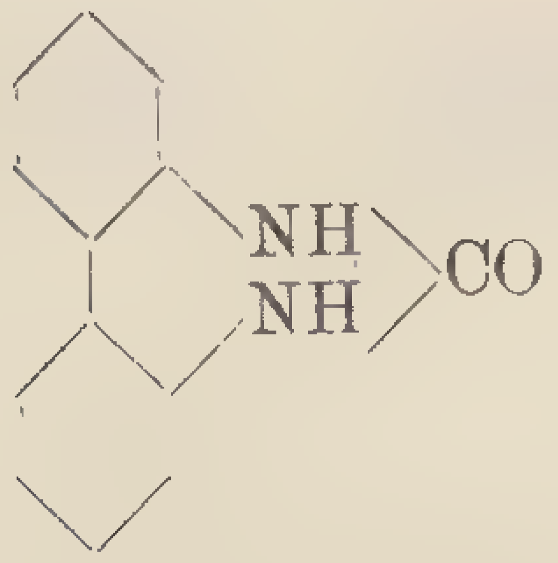
Von den Säurederivaten des 2,2′ — Biphenyls wurden Diformyl-





(vom Schmelzpunkt 137°) und das Dibenzoylderivat (bildet dicke Kryställchen vom Schmelzpukt 184°) dargestellt; beide sind neutral, in organischen Solventien löslich. Durch Zusammenschmelzen mit Harnstoff bei 205° ergab die Base ein Carbonyl 2.2′ — diaminobiphenyl $C_{13}H_{10}N_2O$, welches aus

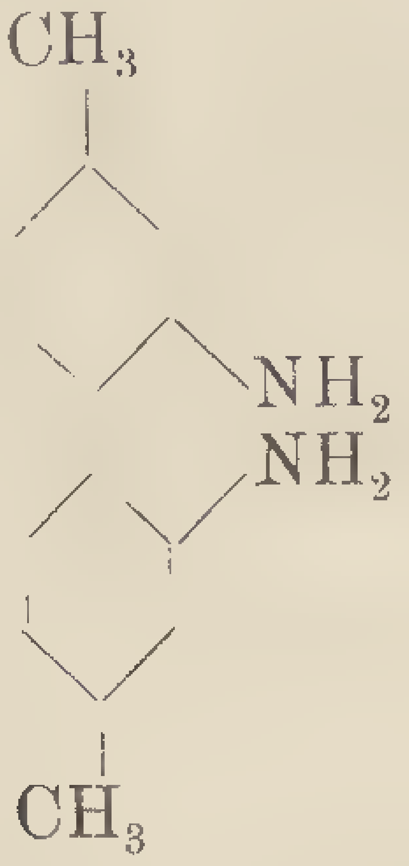
[1]) Berichte d. d. Chem. Ges. **24**. 197. **25**. 132.



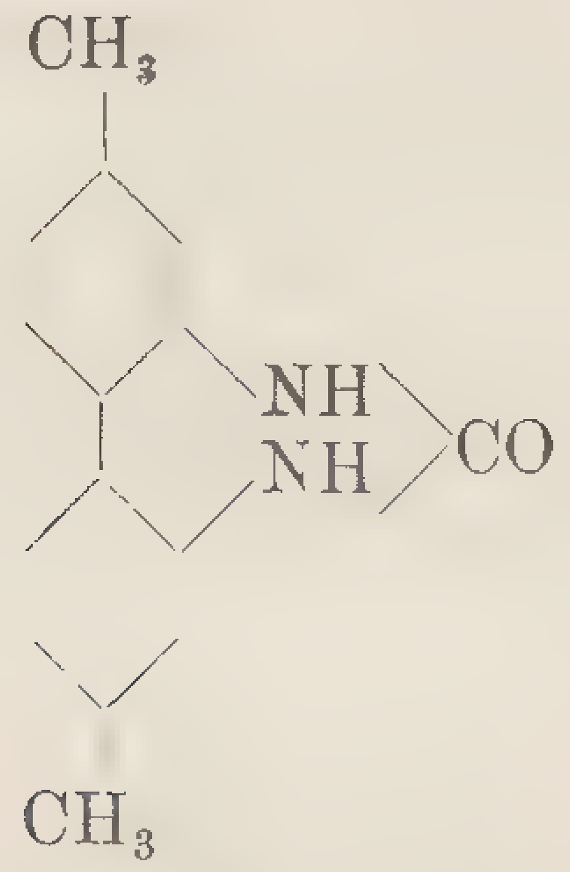
Eisessig in wasserhallen, lebhaft glänzenden Krystallen vom Schmelzpunkt 310° sich ausscheidet. Sublimierbar, in organischen Solventien äusserst schwer löslich, in Wasser unlöslich.

Gelegentlich der Versuche zur Darstellung des Biphenylens $C_{12}H_8$, wurde die Entstehung des Carbazols $C_{12}H_9N$ bei der Einwirkung des frisch gefällten Kupfers auf das diazotierte Diaminobiphenyl in geringen Mengen beobachtet.

Das neue Isomer der Tolidine $C_{14}H_{16}N_2$, das 2,2′ — Diamino- 4,4′ — dimethylbiphenyl

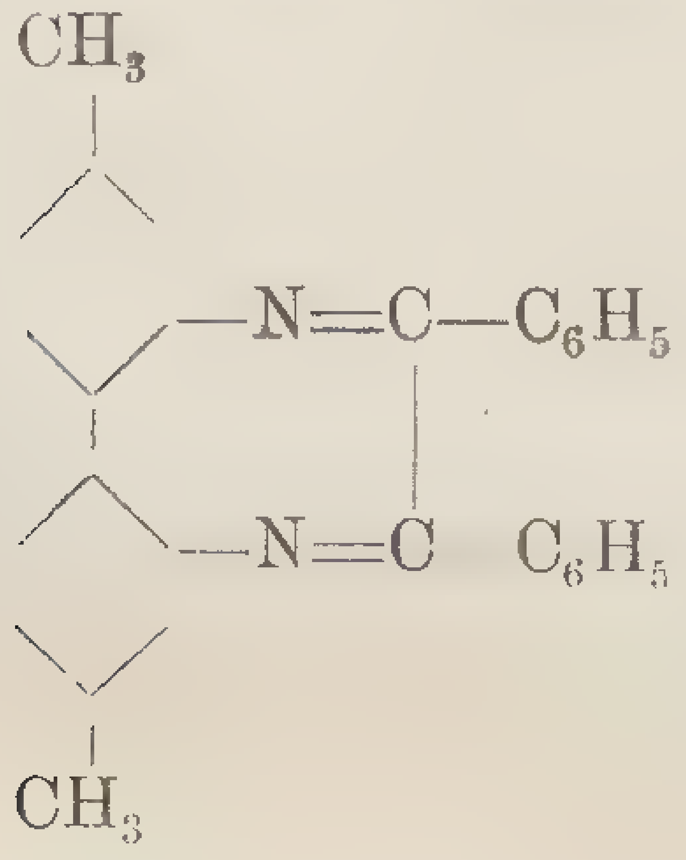


krystallisiert in Stäbchen und concentrisch gruppierten Nadeln vom Schmelzpunkt 120°; es ist in organischen Solventien sehr leicht löslich und bildet mit Mineralsäuren in Wasser äussert leicht lösliche Salze. Sein Diformylderivat $C_{16}H_{16}N_2O_2$ schmilzt bei 187°, das Diacetylderivat $C_{18}H_{20}N_2O_2$ bei 189° und das Dibenzoylderivat $C_{28}H_{24}N_2O_2$ bei 170°; alle drei krystallisieren in derben Krystallen oder Nadeln, sind in Wasser praktisch unlöslich, löslich in Alkohol. Carbonyl — 2,2′ — diamino — 4,4′ — dimethylbiphenyl

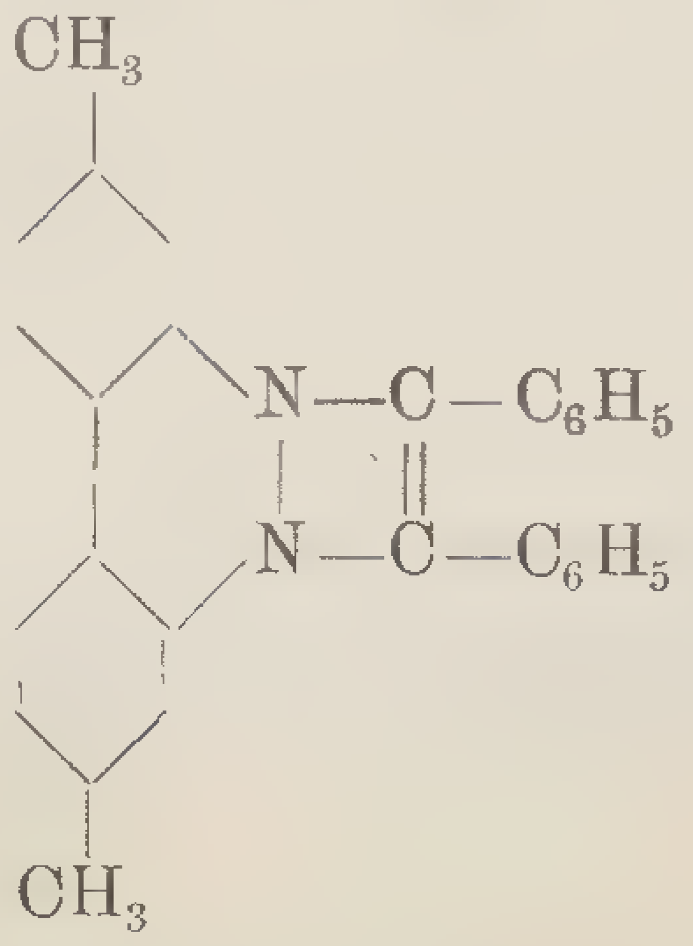


bildet aus Eisessig schneeweisse, wollige Nadeln vom Schmelzpukt 339°, welche ½ Molekel Krystalleisessig enthalten. Der Körper ist gleich den drei vorhergehenden Derivaten von neutralem Charakter und entspricht im übrigen seinem um zwei Methylgruppen ärmerem Analogon.

Durch Zusammenschmelzen des 2,2′ — Diamino — 4,4′ — Dimethylbiphenyls mit Benzil bei 220° wurde ein Condensationsproduct von der Zusammensetzung $C_{28}H_{22}N_2$ erhalten, dessen Constitution einer der folgenden Structurformeln entsprechen dürfte:

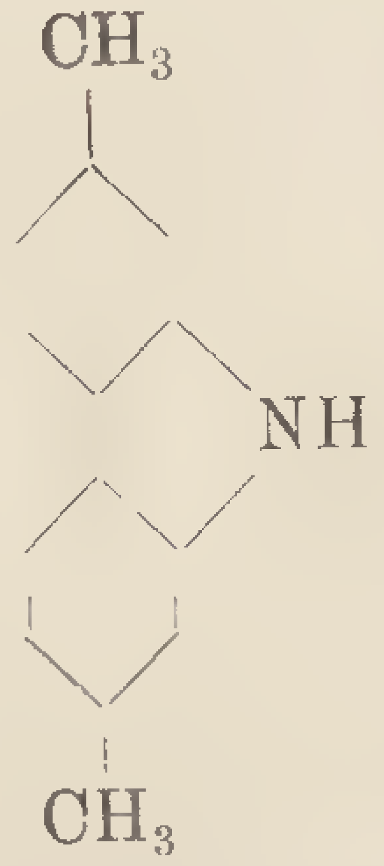


oder



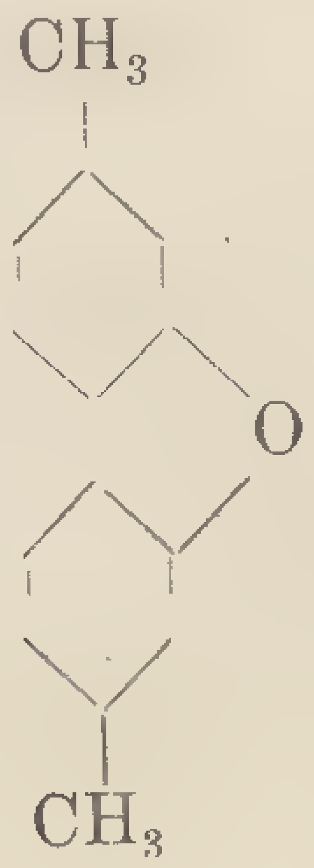
Der Körper krystallisiert aus Eisessig in gelben Nadeln und Stäbchen vom Schmelzpunkt 242°. Er ist neutral, in concentrierter Schwefelsäure ohne Änderung seiner Natur mit gelber Farbe löslich in Wasser unlöslich, äusserst schwer löslich in Alkohol und Aceton, etwas leichter löslich in Benzol und Eisessig.

4.4′—Dimethylcarbazol $C_{14}H_{13}N=$



wurde aus dem diazotierten Diaminodimethylbiphenyl und Kaliumsulfhydrat ähnlich dargestellt, wie das ursprünglich Ernst Täuber[1]) für Carbazol selbst gelungen ist; es wurden jedoch bei der Ausführung dieser Reaction auch gewisse Neben- und Zwischenproducte beobachtet, deren nähere Untersuchung noch aussteht, welche aber hoffentlich mehr Licht über den Verlauf dieser noch recht dunklen Reaction verbreiten wird. Das neue homologe Carbazol bildet weisse lebhaft glänzende Blättchen vom Schmelzpukt 283°. Es ist neutral, in organischen Solventien mässig löslich; zeigt jedoch schwach die Fichtenspahnreaction.

Ähnlich wie beim Diaminobiphenyl gelegentlich der Versuche zur Darstellung des Kohlenwasserstoffes $C_{12}H_8$ die Entstehung des Carbazols beobachtet wurde, fand ich hier in einem zum Zwecke der Darstellung des homologen Kohlenwasserstoffes $C_{14}H_{12}$ unternommenen Versuche, in welchem das diazotierte Diaminodimethylbiphenyl mit frisch gefälltem Kupfer zusammengebracht wurde, als Hauptproduct der Reaction in guter Ausbeute das 4,4′—Dimethylbiphenylenoxyd



[1]) Ber. ded. chem. Ges. 26 1703.

Der Körper ist mit Wasserdampf schwer flüchtig, krystallisiert aus Alkohol in lebhaft glänzenden Blättchen vom Schmelzpunkt 82°, ist neutral, unlöslich in Wasser, löslich in organischen Solventien.

Er entsteht auch ohne Mitwirkung von Kupfer durch Zersetzung der Diazoverbindung des Diaminodimethylbiphenyls, also unter ähnlichen Bedingungen wie dies von Ernst Täuber und Egmont Halberstadt [1]) für das Biphenylenoxyd beobachtet wurde.

---

37. M. K. Kostanecki présente le travail de M. E. GODLEWSKI (jun.): **O rozwoju tkanki mięsnej w mięśniach szkieletowych i w sercu zwierząt ssących.** ***(Die Entwicklung des Skelet- und Herzmuskelgewebes der Säugethiere).*** *(Développement du tissu musculaire des muscles du corps et du coeur des mammifères).*

Der Verfasser kommt auf Grund der vorwiegend mit M. Heidenhain'scher Methode gefärbten Präperate zu folgenden Schlussresultaten:

Die Skeletmuskelfasern gelangen hauptsächlich durch Verschmelzung der muskelbildenden Zellen in den Myotomen zur Entwicklung. Nur wenige entstehen durch Wachsthum einer einzigen Zelle, in welcher die Kerntheilung ohne Zelltheilung vor sich geht. Das Material für die Bildung der contractilen Fibrillen ist in den muskelbildenden Zellen in Form von plasmatischen Körnchen vorhanden. Die Körnchen sind in den ersten Entwicklungsstadien fast gleichmässig im Protoplasma der Myoblasten zerstreut. Die erste Anlage der Fibrillen erscheint in reihenartiger Anordnung dieser plasmatischen Körnchen. Indem sie sich nämlich reihenartig aneinanderlagern und sich mittelst sehr feinen plasmatischen Fäden verbinden, entstehen feine primitive Fibrillen. Durch Wachsthum. Verdichtung, Differencierung der inneren Structur der Fibrillen kommt es schliesslich zur Bildung von zwei differenten Substanzarten und damit zur Anlage der Querstreifung (blau gefärbte Segmente, Q-Streifen, verbunden durch den roth gefärbten J-Streifen). Die Fibrillen verlaufen unäbhängig von den ursprünglichen

[1]) Ber. d. d. chem. Ges. **25**, 2745

Zellterritorien über längere Strecken. Die Fibrillen vermehren sich durch Längsspaltung.

Der Verfasser schildert die Entwickelung der Muskelfasern in den Myotomen. wo der grössere Theil der Fasern auch durch Verschmelzung der anastomosierenden Zellen in Muskellamellen sich entwickelt. Es kommen jedoch auch Muskelfasern vor, welche dem intensiven Wachsthum der Zellleiber der muskelbildenden Elemente ihre Entstehung verdanken. Die Fibrillen, welche in den Muskelfasern der Myotome sich differencieren verlaufen unabhängig von den ursprünglichen Zellterritorien über die ganze Länge der Myotome. Aus mehreren dicht beieinander liegenden Fibrillen entstehen die Muskelsäulchen (Kölliker, M. Heidenhain). In der Nähe der intermyotomalen Septen zerfallen die Säulchen in einzelne Fibrillen, welche sich an den Enden der Säulchen bei Anwendung der Heidenhain'schen Färbung als eigenthümliche keulenförmige Gebilde von faseriger Structur darstellen. Die Säulchen einzelner Myotome können mit einander verschmelzen, wodurch lange, continuirliche Fibrillen entstehen. Solche Fibrillen können also ununterbrochen über mehrere Myotome verlaufen.

Nach der Schilderung der Entwicklung der Muskelfasern in dem Muskelblatt der Urwirbel, wobei der Verf. auch auf einige Literaturangaben (Maurer, Vosseler, Pedaschenko) hinweist, beschreibt er die Entstehung der Muskelfasern in den Muskeln, welche als Derivate der muskelbildenden Elemente zu betrachten sind. Sie entwickeln sich aus den nicht differencierten Myoblasten an derjenigen Stelle, wo der betreffende Muskel zu seiner Entwickelung gelangt (Extremitätenmuskulatur, Zwerchfellsmuskel u. s. w.).

In dem Entwicklungsvorgang solcher Muskel unterscheidet der Verfasser zwei Entwicklungsetappen. Die erste Periode erstreckt sich bis zum Anfang der unter dem Namen „Degenerationsprocesse“ bekannten Vorgänge; die zweite beginnt mit dem Degenerationsprocesse mancher Fasern und dauert bis zur definitiven Ausbildung des Muskels.

Die Neubildungsprocesse der ersten Periode lassen sich am besten an der Oberfläche der schon angelegten Muskelfasern beobachten. Durch Verschmelzung der protoplasmareichen, länglichen, mit Ausläufern versehenen Zellen entstehen die neuen Muskelfasern. Der Muskel wächst in die Dicke durch Apposition der neuen

Elemente an die Oberfläche der Muskelanlage. Die Fibrillen sind hier auch auf die Körnchenreihen zurückzuführen, welche in den Zellleibern der Myoblasten entstehen. Diese Körnchenreihen, welche sich zu Fibrillen heranbilden, verlaufen unabhängig von den ursprünglichen Zellterritorien. In Bezug auf die Enstehungsweise der Muskelfasern beruft sich der Verfasser auf die Beobachtungen von Götte, Krösing und Maurer, welcher in der Extremitätenmuskulatur auch ähnliche Entwicklungsvorgänge (Verschmelzung der Myoblasten) beschrieben hat.

Die zweite Entwicklungsetappe beginnt, wie oben hervorgehoben wurde, mit dem Degenerationsprocesse oder der Sarcolyse. „welcher eine modellierende Thätigkeit zukommt" (Schaffer). Der Verfasser bestätigt auf Grund seiner Präparate die Angaben von S. Mayer über die Bildung der Sarcolyten, welche den degenerierten Muskelfasern ihre Entstehung verdanken. Die Angaben von Margo und Paneth über die Entstehungsweise der Muskelfasern stellt der Verf. in Abrede. Auf Grund seiner Abbildungen glaubt der Verf. nachgewiesen zu haben, das in den von diesen Autoren beschriebenen Fällen die Degenerationsproducte als Sarcoblasten d. h. muskelbildende Zellen beschrieben wurden. Der Verf. schildert bei dieser Gelegenheit den Unterschied zwischen den Myoblasten und den Zerfallsproducten der degenerierten Muskelfasern.

In der zweiten histogenetischen Periode entwickeln sich die Muskelfasern weiter, welche zur Zeit der Degeneration nicht zu Grunde gegangen sind. Die Fibrillen vermehren sich rasch und bilden zahlreiche Muskelsäulchen. Die Muskelsäulchen und ihre Componenten (Fibrillen) sind in dieser späteren Entwicklungsperiode bekanntlich so gruppiert, dass die gleichnamigen Streifen der gesammten Fibrillenmasse in derselben Querebene gelegen sind. Gleichzeitig mit dem Auftreten dieser eigenthümlichen Gruppierung der Fibrillenmasse erscheinen auch die Streifen Z und später M (der Heidenhain'schen Nomenclatur), welche bisher nicht vorhanden waren. Der Verf. glaubt in dieser Beobachtung eine Stütze für die Anschauung gefunden zu haben. nach welcher diese Streifen J und M als „Querverbindungen der gleichgerichteten Plasmafäden" ererklärt werden.

Die Vermehrung der Muskelfasern in der zweiten Entwicklungsetappe, d. h. nach dem Abschluss des Degenerationsprocesses, erfolgt in den Fasern, welche dabei nicht zu Grunde gegangen sind.

durch Längsspaltung. Der Verf. stimmt in dieser Beziehung mit W. Felix überein, welcher vom dritten Monate des embryonalen Lebens (beim Menschen) die neuen Muskelfasern „nur durch Längstheilung der vorhandenen Fasern“ entstehen lässt.

Die Kerntheilung in der Periode der Umwandlung der muskelbildenden Zellen in Muskelfasern erfolgt durch Karyokinese. In der unmittelbaren Umgebung der mitotischen Figur sowohl in den Zellen, welche als myoblastische Elemente an der Bildung der Muskelfasern sich betheiligen, wie auch in den embryonalen Muskelfasern selbst fällt eine bedeutende Zunahme an plasmatischen Körnchen auf. In späteren Stadien, wenn die Myoblasten schon mit einander verschmolzen sind, eine Art von Syncytium bilden, und der Kern in Mitose tritt, entsteht in der Umgebung der karyokinetischen Figur ein eigenthümliches plasmatisches Territorium, welches scharf vom übrigen Protoplasma abgegrenzt ist. Dieses der Mitose zugehörige Territorium wird durch Hervortreten grober schwarzer Körnchen gekennzeichnet. Der Verf. beschreibt weiter den Verlauf der Mitose in allen Stadien sowohl in den rand- wie auch in den innenständigen Kernen.

Ein besonderes Augenmerk hat der Verf. auf die Centrosomen gerichtet, da dieselben bisher in der Literatur des Quergestreiften Muskelgewebes nicht erwähnt werden. Im Knäuelstadium und im Mutter- und Tochtersternstadium hat der Verfasser das Vorhandensein der Centrosomen nachgewiesen. Nach Beobachtungen des Verfassers vermehren sich die Kerne in der zweiten histogenetischen Periode auch durch Amitose. Er lässt jedoch die Frage offen, ob die durch Amitose entstandenen Tochter Kerne zu weiterer Fortpflanzung fähig sind.

Die Auswanderung der axial gelegenen Kerne an die Peripherie der Muskelfasern kann in dreifacher Weise zu Stande kommen. 1) Die Kerne können bedeutend an Volumen zunehmen und drängen die sie umgebenden Fibrillen auseinander. Die Fibrillen verschieben sich dabei mehr und mehr nach einer Seite des Kernes, so dass zwischen den Fibrillen eine Spalte entsteht, durch welche der Kern nach aussen gelangt. 2) In eine kleine Lücke, welche zwischen den Fibrillen freigellassen wird, schiebt sich der Kern zuerst mit einem kleinen Fortsatz hinein, tritt dann immer mehr nach aussen, bis er schliesslich vollkommen an die Peripherie der Muskelfaser gelangt. 3) Bei der Längsspaltung der

Muskelfaser werden die innenständigen Kerne zu randständigen Kernen der Tochtermuskelfasern.

Die Entwicklung des Herzmuskels.

Nach einer kurzen Skizze der Literaturangaben über die Histogenese des Herzmuskels (Weissmann, Fredericq, Mac Callum) giebt der Verf. an, dass zwölf Tage alte Kaninchenembryonen nur eine schmale Lage von Muskelgewebe zwischen Peri- und Endocardium zeigen. In dieser Bildungszone sind die embryonalen Zellen in einer ziemlich stark lichtbrechenden, an manchen Stellen ein feinstes Reticulum zeigenden Grundsubstanz zerstreut und liegen meist ziemlich weit von einander entfernt. Bezüglich des Aussehens und der Gruppierung gleichen diese Zellen in ihrem undifferencierten Zustande vollkommen dem mesenchymatischen Gewebe. Es sind sternförmige protoplasmareiche Gebilde, welche mit langen feinen Ausläufern versehen sind. Diese Zellen treten bald vermittelst ihrer Ausläufer miteinander in Zusammenhang. Da sich diese Elemente auch rasch vermehren, und der Zusammenhang zwischen denselben immer inniger wird, so nehmen die intercellularräume gleichzeitig ab. Die Zellen verschmelzen schliesslich in eine einheitliche Plasmamasse (Syncytium).

Die Fibrillenanlagen lassen sich im Stadium, wo die Zellen von einander isoliert liegen, nur im Gebiete der einzelnen Zellen und hie und da auch in deren Ausläufern verfolgen.

Haben sich die Zellen aber vermittelst ihrer Ausläufer mit einander vereinigt, so setzen sich dieselben auch in das benachbarte Zellterritorium fort. Auch wenn die Myoblasten zu einer einheitlichen Masse verschmolzen sind, ist die Entwicklung neuer Fibrillen noch nicht unterbrochen, und es tritt nunmehr klar zu Tage, dass die Fibrillen von verschiedenstem Kaliber vollkommen unabhängig von den ursprünglichen Zellterritorien zwischen den Kernen verlaufen, ohne die geringste Spur einer Unterbrechung erkennen zu lassen. Der Verf. weist auf die Publication von Hoyer hin, welche gleichzeitig mit seiner vorläufigen Mittheilung erschienen ist, in welcher Hoyer auch die Continuität der Fibrillen im Herzmuskel festgestellt hat. Von grosser Bedeutung scheint dem Verf. die Arbeit von v. Ebner zu sein, welcher die Continuität der Fibrillen nachgewiesen hat und die angeblichen Zellgrenzen, „die Kittlinien" der Autoren, als „Schrumpfungscontractionen".

welche erst beim Absterben entstehen, oder als „abgerissene Perimysiumhaütchen" betrachtet.

Im ersten Stadium der Entwicklung der Fibrillen sieht man die plasmatischen Körnchen in regelmässigen Reihen angeordnet. Die Zahl dieser Körnchen wächst, so dass man im zweiten Stadium den Eindruck bekommt, als ob ein einheitlicher Faden vorliege. Erst später differencieren sich in diesen Primitivfibrillen zwei tinctoriell verschiedene Substanzarten, so dass die erste Anlage der Querstreifung damit zum Vorschein kommt. Bei einem älteren Embryo gruppieren sich die Fibrillen resp. Muskelsäulchen in der Weise, dass die Kernreihen central zu liegen kommen, und jede Reihe wird von den in einer Schicht gelagerten Fibrillen resp. Muskelsäulchen umgeben. Die Kerne liegen wie in einer Fibrillenröhre im kernführenden Sarcoplasma.

In den vom Verf. untersuchten Entwicklungsstadien vermehren sich die Kerne auf mitotischem Wege.

---

38. M. K. Kostanecki présente le travail de M. A. M. PRZESMYCKI: **O paru rodzajach pierwotniaków, pasożytujących we wrotkach.** ***(Ueber parasitische Protozoen aus dem Inneren der Rotatorien).*** *(Sur quelques Protozoaires parasites des Rotifères).*

Aus dem zoologischen Institut der Universität München.

Während meiner Untersuchungen über die *intravitale* Färbung des Kernes und des Protoplasmas wurde ich dank dieser Färbung auf gewisse Körper aufmerksam, welche in der Leibeshöhle der lebenden, besonders aber oft im Inneren der todten *Rotatorien* zu Tage traten. Diese Körper schienen mir in die Reihe parasitischer Bildungen hineinzugehören.

Die speciellen Untersuchungen, welche ich unternommen hatte, erwiesen, dass man es mit einigen verschiedenen, wenn auch vielleicht nahe verwandten Protozoen-Arten zu thun habe und ferner, dass die parasitische Natur dieser Körper auch noch verschieden zu deuten sei, indem die einen die lebenden, die anderen dagegen nur die gelähmten oder gar die todten Thiere anzugreifen vermochten.

In der vorliegenden Arbeit sollen nicht alle von den *Protozoen*-Arten, welche ich in den *Rotatorien* zu beobachten Gelegenheit hatte, gleich eingehend besprochen werden.

Ich möchte hier speciell die Arten der II-ten Gruppe, d. h., derjenigen, welche die gelähmten oder todten Rotatorien angreifen, näher schildern, und zwar auch diese nur in dem Maasstab, als es mir geglückt ist oder möglich war, sie zu erforschen. Mit den *Protozoen* der I-ten Gruppe werde ich mich dagegen sehr kurz befassen. Ich werde nur einige am Leben gemachte Beobachtungen anführen, um den principiellen Unterschied zwischen den beiden Gruppen besser zeigen zu können.

Es sei mir gestattet, an dieser Stelle Herrn Prof. Richard Hertwig für die Anregung zu der vorliegenden Arbeit und seinen freundlichen Beistand während der Untersuchungen meinen aufrichtigen Dank auszusprechen.

Bevor ich zur Darstellung meiner Untersuchungen und deren Resultate komme, mögen zunächst einige Worte über die Angaben, welche es mir bis jetzt in der entsprechenden Literatur ausfindig zu machen möglich war, vorausgeschickt werden.

Diese Angaben sind sehr spärlich und mangelhaft. Wir finden meistens nur ganz flüchtige Notizen, dass in manchen Vertretern der *Rotatorien* gewisse Körper wahrnehmbar waren, denen man parasitische Natur zuzuschreiben geneigt war; viel weniger stösst man auf Bemühungen, diese Körper biologisch und entwickelungsgeschichtlich zu untersuchen.

So finden wir z. B. schon bei Ehrenberg (2) eine flüchtige Notiz, dass „die Monaden oder wahren Entozoen“ einen lebenden *Brachionus Mülleri* erfüllten, und dass die Entozoen „vorn wirbelnd waren“.

So berichtet ferner Weisse (6) über gewisse kleine, kreisrunde mit concentrischen Ringen umgürtete, bewegungslose Körperchen von parasitischer Natur, welche er im Innern von *Brachionus urceolaris* zu beobachten Gelegenheit hatte.

So stellt endlich Leydig (4) „die eigenthümlichen Kugeln“, welche er anfangs als Samenkörperchen der *Lacinularia* gedeutet hatte, „in die Reihe parasitischer Bildungen“.

Den ersten Bemühungen, die eigentliche Natur der in den

Rotatorien vorkommenden parasitischen Körper näher zu erforschen, begegnen wir in den Arbeiten von Nowakowski und Bertram.

Nowakowski (5) schildert uns unter anderen Arten der *Chytridiaceen,* die er beobachtet hat, auch ein *Chytridium gregarium,* welches die Eier der *Rotatorien* angriff, sich mit dem Inhalt derselben ernährte und sich dort schliesslich fortpflanzte.

Bertram (1) beschreibt gewisse Körperchen, welche er ihrer Gestalt halber als „parasitische Schläuche" bezeichnet. Sie kamen in der Leibeshöhle der lebenden *Rotatorien* zum Vorschein, und zwar bei: *Brachionus urceolaris* Ehrbrg., *Brachionus* von Gosse und *Brachionus amphiceros.*

Die „parasitischen Schläuche" stellten sich als cylindrische, an den Enden zugespitzte oder abgerundete, mit einer homogenen, sehr dünnen, structurlosen Membran versehene Körper dar. Das Innere dieser Körper war erfüllt mit kleinen, rundlichen bis ovalen, meist durch gegenseitigen Druck polyedrisch gestalteten Zellen, welche als Fortpflanzungskörper der „parasitischen Schläuche" aufzufassen sind.

Nach 48 Stunden, zuweilen aber auch viel früher, sterben die inficierten *Rotatorien* ab. Während des Todes dieser letzteren, oder gleich nachdem derselbe erfolgt war, „zerfallen" (nach Bertram) oder, wie es vielleicht richtiger bezeichnet werden sollte, entleeren sich die „parasitischen Schläuche".

Die frei gewordenen Zellen kommen anfangs in die Leibeshöhle zu liegen; nachher soll das Vorderende des *Rotatoriums* platzen und die jungen Zellen gelangen in das umgebende Wasser. Sie sollen dann in neue lebendige *Rotatorien* eindringen. Auf welche Weise dieses Hineindringen vor sich geht, weiss Bertram nicht näher anzugeben. Er hat bei diesen Körperchen niemals Bewegungen wahrnehmen können.

Die eben in die neuen Wirthe eingedrungenen Zellen zeigen anfangs eine mehr rundliche Gestalt. Sie wachsen nachher an und werden dabei immer mehr länglich. Binnen 5 Tagen sollen diese Zellen reif werden. Sie nehmen die Gestalt der oben beschriebenen erwachsenen Schläuche an und producieren die Fortpflanzungskörper von neuem.

Die „parasitischen Schläuche" sollen in allen Stadien der Entwickelung ein fein gekörntes Protoplasma und einen grossen

runden Kern aufweisen, welcher letztere ein deutliches Kernkörperchen enthält.

Bertram sieht in dem von ihm beschriebenen Parasiten eine gewisse Aehnlichkeit mit den *Chytridiaceen*, im allgemeinen, und mit den Zoosporangien des von Nowakowski „wahrscheinlich" (der Ausdruck des Verfassers) in den Eiern der *Rotatorien* aufgefundenen *Chytridium macrosporum* im besonderen. Die Möglichkeit einer Aehnlichkeit mit den *Chytridiaceen* kann nach Bertram immerhin bestehen, trotzdem er selbst beim weiteren Vergleich einige meiner Meinung nach prinzipiell nicht unbedeutende Unterschiede hervorhebt. indem er sagt: „Bei weiterem Vergleich mit den von mir gefundenen Schläuchen ist nun jedoch als besonderer Unterschied hervorzuheben, dass durch eine am Ende des Halses des Zoosporangiums entstandene Oeffnung Schwärmsporen nach aussen traten und sich eilig entfernten". Bertram konnte aber an den „parasitischen Schläuchen" weder einen Hals (nach den Abbildungen bei Nowakowski — von einer ansehnlichen Länge) noch die Schwärmsporen beobachten.

Eigene Untersuchungen.

Fundorte der von mir beobachteten Protozoen. Die von mir aufgefundenen parasitischen Protozoen fanden sich im Inneren der *Rotatorien*, welche einerseits aus einem kleinen, sehr schmutzigen Tümpel vom Orte Possenhofen ($^3/_4$ Stunde von München mit der Eisenbahn oder einige Minuten zu Fuss von dem Starnberger-See entfernt), andererseits aber aus kleinen in dem Fluss Isar durch allmähliches Austrocknen des Wassers während des Sommers entstehenden Lachen herstammten.

Methodisches.

Culturen. Die parasitischen Formen, welche ich zu untersuchen hatte, waren auf zweifache Weise cultiviert. Die eine Art des Verfahrens bildeten die „ständigen", die andere — die Reinculturen.

Ständige Culturen. Aus den grossen Standgläsern, in welche das von den oben genannten Orten geholte Material vertheilt war, wurden kleinere Quantitäten des letzteren auf Uhrschälchen von 12—15 cbcm abgesondert und in der feuchten Kammer aufgeho-

ben. Nachdem in ihnen die parasitischen Protozoen erschienen waren, wurden in dieselben von Zeit zur Zeit immer frische, gesunde *Rotatorien* in Mengen übertragen. Nach einigen Tagen (4, 5, 6) waren diese letzteren grösstentheils todt und inficiert.

Auf diese Weise konnte man längere Zeit hindurch das nothwendige Parasitenmaterial erhalten.

Reinculturen. In kleine Quantitäten von reinem Leitungswasser wurden einzelne oder nur eine bestimmte Anzahl (9) von inficierten *Rotatorien* hineingebracht und je nach dem Zweck, welchen man verfolgte, wurden dieselben entweder darin eine Zeit lang allein gelassen, oder es wurden ebendorthin auch noch gesunde, künstlich gelähmte Thiere hinzugesetzt.

Im ersten Falle waren die Reinculturen zu dem Zwecke angesetzt, um etwa den Grad der Vermehrung oder des Wachsthums der betreffenden parasitischen *Protozoen* verfolgen oder überhaupt sich mit der Biologie derselben näher bekannt machen zu können.

In dem 2-ten Falle bezweckte ich eine reine Infection. Ich legte in die Culturen, welche nur reines Wasser und einzelne inficierte *Rotatorien* enthielten, gesunde, künstlich gelähmte Thiere hinein, und zwar zu der Zeit, wo die parasitischen *Protozoen* aus den ersteren heraustreten sollten oder eben herausgetreten waren. Dann verfolgte man den Process der Inficierung unter dem Mikroskop, nachdem das Untersuchungsobject vorher in kleine Uhrschälchen oder auf hohlgeschlieffene Objectträger gelegt worden war. Die inficierten Thiere übertrug man nachher in frisches Leitungs-Wasser in kleine Uhrschälchen.

Nachdem man auf solche Weise eine Reihe successiver Infectionen zu stande gebracht hatte, konnte man schliesslich die verschiedenen Arten trennen, welche oft nebeneinander in einem und demselben *Rotator* zum Vorschein kamen, und von jeder Art Reinculturen bekommen.

Die Arten der Untersuchungen. Meine Untersuchungen habe ich in dreifacher Weise ausgeführt. Vor allem habe ich das mir zu Gebote stehende Material am Leben beobachtet. Dann wurden Bilder mit in Betracht gezogen, welche man einerseits mittelst der *intravitalen* Färbung, anderseits aber durch Fixierung und nachträgliches Färben erhielt.

In allen diesen drei Fällen wurden die von mir beobachteten

Protozoen in toto und im Inneren ihrer Wirthe untersucht.

I. Art. Die mit den parasitischen *Protozoen* befallenen *Rotatorien* wurden aus den Rein- oder ständigen Culturen entweder auf hohlgeschliffene Objectträger unter ein dünnes Deckglas oder auf gewöhnliche Objectträger unter ein mit Wachsfüsschen versehenes Deckgläschen gebracht. Nach einer vorläufigen Prüfung unter dem Mikroskop wurden die beobachteten Thiere, falls weitere Cultivierung wünschenswerth war, in Uhrschälchen mit reinem Wasser zurückgelegt.

Während der Untersuchung unter dem Mikroskop muss man selbstverständlich grosse Sorge dafür tragen, dass das Wasser an den Rändern des Deckgläschens nicht austrockne.

II. Art. Um eine *intravitale* Färbung zu erzielen, wurde eine wässerige Lösung von Neutralroth angewendet.

Die Concentration der Farbstofflösung war 1:2000. Von dieser Lösung wurde 1 Tropfen (aus einer feinen, gewöhnlichen Pipette) auf 10—15 cbcm der Culturflüssigkeit genommen. Diese Quantität des Farbstoffes musste bei kleineren Volumina der Culturen selbstverständlich auch entsprechend verkleinert werden.

Die *intravital* gefärbten Thierchen wurden mikroskopisch auf die gleiche Weise wie in ungefärbtem Zustande untersucht.

III. Art. Die dritte Art der Untersuchungsmethode bestand in der Fixierung des Objectes mit *Pikrinessigsäure* (meistentheils), seltener mit Perenyi'scher Flüssigkeit und nachträglicher Färbung mit *Boraxcarmin* allein, oder – zuerst mit *Boraxcarmin* und dann mit *Hämalaun*.

Es ist zu empfehlen, das Object nicht zu lange in der *Pikrinessigsäure* liegen zu lassen (längstens $^3/_4$—1 Stunde) und nach der Färbung mit *Boraxcarmin* gut mit dem salzsauren Alkohol zu differencieren.

Die Art des Auftretens der parasitischen *Protozoen* in den *Rotatorien*. Versuche mit der natürlichen und künstlichen Infectionen. Trennung der in den *Rotatorien* vorkommenden parasitischen *Protozoen* in zwei verschiedene Gruppen. Das Untersuchungsmaterial (welches ich mir von den oben erwähnten Orten holte) bestand entweder aus den unter der Wasseroberfläche befindlichen Schilfblättern, welche (besonders im Herbst) mit einer dicken, die verschiedensten

niederen Organismen enthaltenden Schleimschicht überzogen waren, oder aus Schlamm vom Boden des Tümpels und der Lachen, dann aus verfaulten und ähnlich mit Schlamm bedeckten Blättern oder Algen und endlich aus dem Wasser von den betreffenden Orten.

Das frisch gehohlte Material wurde in grosse Standgläser reichlich vertheilt und mit gewöhnlichem Leitungswasser verdünnt.

In den auf obige Weise angestellten Culturen erschienen bei reichlichem Material schon am folgenden Tage (in den Gläsern von Possenhofen), oder nach ein paar Tagen (in den Gläsern von den Isarlachen) in Massen einige Arten von *Rotatorien*, neben diesen einige Species von anderen Würmern, *Crustaceen*, und — in noch grösseren Massen — *Infusorien* und verschiedene andere niederste Organismen.

Von diesen eben aufgezählten Thier-Massen bildeten sich in den Possenhofener Gläsern schon am folgenden Tage, in den anderen später, mehr oder weniger dicke Belege an den Glaswänden.

Von diesen Belegen wurden kleine Quantitäten nebst Wasser auf Uhrschälchen vertheilt und in der feuchten Kammer aufbewahrt (ständige Culturen).

Nach einigen Tagen traten bei Fülle des Materials in den in diesen Culturen befindlichen *Rotatorien* parasitische *Protozoen* auf.

Auf diese letztere wurde ich, wie es schon in der Einleitung erwähnt war, dank der *intravitalen* Färbung und zwar auf folgende Weise aufmerksam.

In den im Herbst des Jahres 1899 anderer Beobachtungen halber angestellten Farbstoff-Culturen (Neutralroth), wo sich neben den in reichlichen Massen vorhandenen Infusorien und anderen Organismen auch in Mengen *Rotatorien* speciell *Philodiniden* und *Loricaten* befanden, fielen mir zunächst gewisse, sich rosa färbende Körperchen auf, welche lebendige *Philodiniden* in grösseren oder kleineren Massen ausfüllten.

Ebenso wurde ich später und zwar schon ohne Anwendung des Farbstoffes auf gewisse Körper im Inneren der lebendigen *Hydatina senta* aufmerksam.

Neben diesen Körpern lenkten meine Aufmerksamkeit noch im stärkeren Grade andere Körperchen auf sich, welche sich viel intensiver färbten und in dem von toten *Loricaten* erhalten gebliebenen Panzer, viel seltener in den toten *Philodiniden*, oder auch in

den Vertretern anderer Thiergruppen, wie *Cyclops* und *Cypris,* in grossen Mengen zum Vorschein kamen.

Fürs erste entstand die Frage, ob sich jene Körper, welche in den lebendigen *Philodiniden* und in der *Hydatina sentá* zum Vorschein kamen, mit diesen im Inneren der todten *Loricaten* auftretenden in irgend welchem genetischem Zusammenhang befänden? Denn logisch war die Annahme durchaus berechtigt, dass die Körper, welche in den todten *Rotatorien* wahrnehmbar waren, vielleicht nur verschiedene Entwickelungsstadien jener in den lebenden *Rotatorien* parasitierenden Formen seien, nachdem die letzteren ihre Wirthe vernichtet hätten und selbst in einen anderen physiologischen Zustand übergetreten wären.

Um über diese Frage ins Klare zu kommen, unternahm ich eine Reihe entsprechender Untersuchungen.

Es wurden zunächst die inficierten todten *Loricaten* in Uhrgläschen in ganz kleine Quantitäten des reinen Leitungswassers übertragen und gleichzeitig ebendorthin frische gesunde *Loricaten* hineingethan. Ich hoffte dabei, nach einer Zeit in den lebendigen Thieren eine Infection wahrnehmen zu können. Ich bekam aber stets nur negative Resultate! Es war mir niemals möglich, die parasitischen Körper in den lebendigen *Loricaten*, wenn auch in anderen Entwickelungsstadien, wahrzunehmen. Ich fand sie dagegen stets in den sich wiederholenden Zeitabschnitten — nach 4, 5, 6 Tagen — in den abgestorbenen Thieren und in ziemlich denselben Stadien, in denen sie sich in jenen todten in die Culturen hineingesetzten *Loricaten* befanden, wieder.

Diese sich stets wiederholenden Resultate der Untersuchungen erweckten schliesslich in mir den Gedanken, ob die in den todten *Rotatorien* aufgefundenen Körper nicht etwa nur absterbende oder schon abgestorbene Individuen angreifen und demnach mit jenen, welche in den lebendigen *Philodiniden* und der *Hydatina senta* wahrnembar sind, in keiner entwickelungsgeschichtlichen Verbindung stehen?

Diese Vermuthung fand eine weitere Stütze darin, dass man die in den todten *Rotatorien* auftretenden *Protozoen* am meisten in den *Brachionus*-Arten, welche sich in Aquarien sehr schwer cultivieren lassen und meistentheils binnen 5, 6 Tagen massenhaft abzusterben anfangen, dagegen nur selten in denjenigen Thieren auffand, welche längere Zeit in den Culturen gedeihen können.

wie z. B. in den *Philodiniden* unter den *Rotatorien*, oder *Cyclops* und *Cypris* aus anderen Thiergruppen. Diese Körper kamen in den *Brachionus*-Arten am häufigsten zum Vorschein, weil sie zu ihnen am leichtesten Zutritt hatten.

Die Richtigkeit meiner Vermuthung wurde bewiesen durch eine Reihe von Versuchen mit künstlicher Infection. Ich brachte einige mit den parasitischen Körpern ausgefüllte *Brachionus*-Individuen in reines Wasser auf einen hohl geschlieffenen Objectträger unter ein dünnes Deckglas und wartete ab, bis sie sich zu leeren anfingen. Sobald dies der Fall war, brachte ich in dasselbe Wasser andere frische, durch Nadelstiche gelähmte *Brachionus* hinein. Die Lähmung erstreckte sich so weit, dass die Thiere nicht mehr herumschwimmen konnten. Die Mundpartieen zogen sich dabei in die Leibeshöhle zurück, doch war das Gewebe noch nicht todt.

Nach einer Stunde ungefähr waren die frisch gelähmten Thiere mit den mir gut bekannten Körpern schon dicht erfüllt, dagegen die früher inficierten leer.

Dank diesem Befunde konnte ich nachher die verschiedenen Arten der in den todten *Rotatorien* wahrnehmbaren Körper leicht isolieren und die Art und Weise, wie diese letzteren ein Thier angreifen, sowie den sich nachher abspielenden Fortpflanzungsprocess für jede Art gesondert Schritt für Schritt verfolgen.

Auf dieselbe Weise — durch Lähmung — war es mir möglich, auch andere Thiere, wie z. B. *Cyclops*, *Chaetogaster* und *Macrobiotus* zu inficieren.

Aus den oben geschilderten Resultaten der Versuche mit der natürlichen und künstlichen Infection geht hervor, dass die parasitischen Körper, welche in den *Rotatorien* zum Vorschein kommen, in zwei prinzipiell verschiedene Grupppen getrennt werden müssen:

die I. Gruppe umfasst diejenigen Formen, welche lebendige *Rotatorien* angreifen,

in die II. Gruppe gehören dagegen diejenigen Formen, welche erst zu einem im Sterben begriffenen Thiere Zutritt haben.

I. Gruppe.

Die Körper der I-ten Gruppe, die ich zu beobachten Gelegenheit hatte, erinnern mich theilweise an diejenigen, welche Bertram beschrieben hat.

Ich habe sie einerseits in dem Vertreter der *illoricaten Rotatorien,* in der *Hydatina senta,* andererseits in ein paar Vertretern der *Philodiniden: Philodina, Rotifer vulgaris* beobachtet.

In beiden Fällen fand ich sie nur in lebendigen *Rotatorien*, welche durch ihre Anwesenheit allmählich abgetödtet werden

Der Parasit der *Hydatina senta* scheint mir den „parasitischen Schläuchen" Bertram's besonders ähnlich zu sein, sowohl was die äussere Morphologie, als auch was die Entwickelungsgeschichte anbetrifft.

Die Parasiten der *Philodiniden* füllten gewöhnlich die Leibeshöhlen derselben bis auf die kleinsten freien Lücken zwischen den Organen aus. Man konnte dort zunächst frei liegende, mehr runde oder ovale, scheinbar bewegungslose und homogene Körper beobachten. Der Grösse nach erinnerten sie an die Eier der *Philodiniden.* Nach der Färbung *intra vitam* (Neutralroth) stellten sich diese Körper folgendermassen dar: in der Mitte zeigten sie eine rosa Färbung, und um die gefärbten Mitten blieben die äusseren Partieen in Form recht breiter homogener Ringe ungefärbt.

Neben diesen Körpern waren noch andere, bedeutend grössere, ovale und mit mehr spitzen Enden versehene Körper wahrnehmbar. Das Innere dieser Körper war mit sehr kleinen, scheinbar ganz homogenen Körperchen dicht erfüllt. Es mag sein, dass die ersteren kleineren Gebilde, die heranwachsenden, die zweiten die schon erwachsenen und Fortpflanzungskörper producierenden Formen eines und desselben Parasiten darstellen.

II. Gruppe.

Von den parasitischen Protozoen der II Gruppe habe ich bis jetzt 3 Formen unterscheiden können, von denen ich 2 eingehender untersucht habe.

I ART.

Endophrys Rotatoriorum *nov. spec.*

Die von mir als *Endophrys Rotatoriorum* bezeichnete *Protozoen*-Art tritt in drei verschiedenen Zuständen auf, welche ich einige

Zeit geneigt war auf drei verschiedene Thiere zu beziehen. Ich werde diese drei Zustände getrennt besprechen.

Zustand 1.

Schon bei schwacher Vergrösserung[1]) kann man im Wasser gewisse kleine, in der Culturflüssigkeit suspendirte, mehr rundliche oder ovale, bräunlich schimmernde und recht durchsichtige Körper wahrnehmen.

Bei stärkeren Vergrösserungen[2]) und namentlich bei Anwendung der homog. Immersion zeigen sie eine meistens sehr scharfe, wellig verlaufende Contourlinie.

Ihre Körpergestalt ist kuglig oder mehr oval; sie zeigt aber auch amöboide Veränderungen.

Von den Körpern gehen Pseudopodien aus, welche je nach der Art der Änderung der Körpergestalt ein verschiedenes Aussehen zeigen und verschieden stark erscheinen. Bald kommen sie als äusserst feine, fast gradlinig erscheinende und recht dicht nebeneinander liegende, radiär angeordnete *Pseudopodien* der typischen *Heliozoen* zum Vorschein, bald sind sie gebogen und unregelmässig angeordnet, bald verästelt und sogar lappig. In allen Fällen erscheinen die Pseudopodien vollkommen homogen (Fig. 1, 2, 3; 6, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*).

Im Protoplasma tritt keine Scheidung in Rinden- und Marksubstanz zu Tage. Es zeigt einen vacuolisierten Charakter. In den Protoplasmabrücken nimmt man ein homogenes, hyalines Plasma und in diesem zahlreiche kleine, stark lichtbrechende, rundliche Körnchen wahr; neben diesen Körnchen, welche ständige Bestandtheile des Protoplasmas sind, kann man auch noch wechselnde Einschlüsse, kleinere und grössere Körper von körniger Beschaffenheit unterscheiden (Fig. 2).

Auch eine contractile Vacuole scheint vorhanden zu sein. Der Kern kommt in Einzahl vor und stellt sich als ein verhältnissmässig ansehnliches Bläschen dar, in dessen Innerem ein grosses Kernkörperchen liegt. Er tritt auch schon am Leben deutlich her-

[1]) Objectiv 4, Reichert; Ocul. VI, Zeiss.
[2]) Objectiv 8a „ „ VI, „
Hom. Immers. $^{1}/_{12}$, Reichert. Ocul. VI, Zeiss.

vor, besonders wenn der Körper lang ausgezogen und abgeplattet ist (Fig. 2 und 3).

Nach der Fixierung mit *Pikrinessigsäure* und Färbung mit *Boraxcarmin* bekommen wir folgende Bilder zur Ansicht. Das Protoplasma zeigt denselben vacuolisierten Charakter. Die Protoplasmabrücken enthalten zahlreiche, feine, und sich schwach färbende Körnchen.

Der Kern stellt sich ebenfalls als ein Bläschen dar, in dessen Innerem ein ansehnliches, sich intensiv färbendes und mehr oder minder compakt erscheinendes Kernkörperchen liegt. In der lichten Zone zwischen dem Kernkörperchen und den Contouren des Bläschens kann man ein feines Reticulum wahrnehmen (Fig. 80).

In diesem freien Zustand vermehrt sich *Endophrys Rotatoriorum* recht lebhaft, wenn genügende Nahrung vorhanden war. Während 8 Tagen z. B. konnte ich bei successiver Ernährung einen Zuwachs der Individuenzahl von 6, 7 Stück bis auf 150 constatieren. Die Art der Kerntheilung bei dieser Vermehrung habe ich bis jetzt nicht verfolgt.

Zustand 2.

Unter dem Zustand 2 verstehe ich diejenigen Bilder, welche uns die *Endophryen* bieten, wenn sie sich im Innern der *Rotatorien* befinden. Man erkennt sie dort leicht wieder, wenn man sie vorher als freie Formen beobachtet hat. Im Inneren der *Rotatorien* fallen sie durch die Anwesenheit eines lichten Ringes leicht in's Auge, welchen sie um ihren Körper durch Bewegung der Pseudopodien in der aus Resten von Gewebe entstehenden Schleimchicht erzeugen (Fig. 1.).

Die *Endophryen* dringen in die gelähmten oder todten *Rotatorien* ein, um sich dort zu ernähren und die aufgenommene Nahrung zu verdauen. Nachdem dies geschehen ist, verlassen sie wieder das Innere der Thiere, resp. den nunmehr leer gewordenen Panzer derselben.

Der Prozess der Nahrungsaufnahme und der Verdauung spielt sich folgendermassen ab.

Sobald die gelähmten *Rotatorien* in eine Cultur gebracht werden, wo die unter Zustand 1 beschriebenen Körper sich befinden, fangen die letzteren an, sich um die ersteren zu sammeln und versuchen von der vorderen Seite her oder durch verletzte Stellen in

die Leibeshöhle einzudringen und die Organe und Gewebstheile anzugreifen oder sich durch hervorstehende Gewebe direct in das Innere hineinzufressen. Die feineren vorher zerstreuten Pseudopodien fliessen dabei (scheinbar alle) in ein einziges grosses stiletartiges Pseudopodium zusammen. Dieses wird dann in das betreffende Gewebe des befallenen Thieres hineingeschoben.

In diesem Augenblicke nehmen die *Endophryen* die Gestalt von Birnen an, deren Stielenden im Gewebe stecken.

Aller Wahrscheinlichkeit nach wird die Nahrung mittelst dieses grossen Pseudopodiums aufgenommen.

Nach 3, 5 Stunden sind gewöhnlich die meisten der im Wasser befindlichen *Endophryen* in die *Rotatorien* hineingekrochen. Zu dieser Zeit sind die Gewebe des Wirthes auch schon theilweise aufgefressen. Das Gefressene kann man in dem *Endophryen* Körper schon am Leben in Form verschieden grosser, mehr oder weniger regelmässiger, matt glänzender und scheinbar homogener Körperchen deutlich unterscheiden, welche in die Maschen des alveolären Protoplasmanetzes zu liegen kommen (Fig. 3). Noch besser kann man die aufgenommenen Gewebsstücke an den fixierten und gefärbten Präparaten unterscheiden. Man erkennt sie dort als mehr oder weniger regelmässig geformte, verschieden grosse in den Maschen des Protoplasmanetzes liegende und sich meistens stärker als der Kern färbende Körperchen (Fig. 79). Um diese Körperchen kann man oft schwache, sehr schmale lichtere Höfe wahrnehmen, welche allenfalls auf eine Abhebung des Protoplasmas (in Form einer Art Nahrungsvacuole) zurückzuführen sind. Von den gefärbten gefressenen Gewebstheilen kann man den Kern sofort unterscheiden. Er ist zunächst noch in Einzahl vorhanden.

Am folgenden Tage sind die Organe eines befallenen Thieres grösstentheils oder sogar vollständig verzehrt je nach der Zahl der eingedrungenen *Endophryen*. Bei kleiner Zahl der letzteren bleibt der grösste Theil des Gewebes übrig.

In den gefütterten *Endophryen* kann man gewöhnlich auch schon an demselben Tage die ersten Spuren der Verdauung wahrnehmen, welche sich in einer Abnahme der Zahl der aufgenommenen Gewebsstücke kundgiebt. Diese Erscheinung kann man an lebenden Thieren, deutlicher aber an den mit *Pikrinessigsäure* fixierten und mit *Boraxcarmin* gefärbten beobachten.

Nachdem die Fütterung beendet ist, sieht man jenes stilet-

artige Pseudopodium nicht mehr: die *Endophryen* strecken kleinere und feinere Pseudopodien wieder aus und verursachen durch ihre Bewegung jenen lichten Ring um ihren Körper, den ich in Fig. 1 abgebildet habe.

Am 3. Tage verlässt gewöhnlich der grössere Theil der *Endophryen* ihren Wirth wieder. Man sieht die aus dem Panzer des *Rotators* auskriechenden oder schon im Wasser befindlichen Körper. Im Inneren dieser letzteren wird die Zahl der am Anfang des Vorgangs aufgenommenen Gewebsstücke infolge der Verdauung viel geringer und ist meistens nur auf einzelne wenige Stücke reduciert

Am 4 Tage sind fast alle *Endophryen* in das umgebende Wasser hinausgekrochen. Im Inneren ihrer Körper sieht man auch keine Gewebsstücke mehr: diese letzteren sind wohl alle verdaut. Dafür treten in den Protoplasmabrücken des Netzes gewisse sehr feine und sich mit *Boraxcarmin* intensiv färbende Körnchen deutlicher auf. Diese Körnchen bilden wahrscheinlich das Endproduct der Verdauung.

An demselben Tage kann man auch schon eine mehr oder minder lebhafte Vermehrung der Körper im Wasser sicher konstatieren — eine Erscheinung, welche in den nächst folgenden Tagen immer deutlicher wird.

Die eben beschriebenen Verhältnisse wurden durch Reinculturen der Thiere festgestellt.

In der Natur habe ich die *Endophrys Rotatoriorum* in dem Zustand 2 nur in den *Rotatorien*, meistens in den *Brachionus*-Arten, aufgefunden. Durch künstliche Inficierung auf die oben beschriebene Weise war es mir möglich, dieselben Körper auch in die Vertreter mancher anderer Thiergruppen hineinzuführen, wie z. B. *Cyclops* oder *Macrobiotus*.

Zustand 3.

Ausser den zwei eben geschilderten Zuständen habe ich die *Endophrys Rotatoriorum* in meinen ständigen Culturen (sowohl in der Flüssigkeit als auch im Schlamm) noch in einem dritten — dem encystierten Zustand aufgefunden.

Die Cysten der Endophryen stellten sich fürs erste (bei schwachen Vergrösserungen) als kleine, kreisrunde, stark glänzende und bewegungslose Körper dar, welche öfters von concentrischen Ringen umgeben zu sein schienen.

Sie mögen vielleicht den von Weisse erwähnten Körperchen entsprechen.

Die *Endophryen* encystieren sich in den Reinculturen nach Ablauf von 3 oder 4 Wochen von dem Zeitpunkte ab, wo eine Cultur angesetzt worden war, und nachdem einige Fütterungen durch successiwes Hineinbringen gelähmter Thiere zu Stande gebracht waren.

Wir wollen nun diese Cysten von der morphologischen Seite her näher betrachten.

Wie ich schon erwähnt habe, stellen sie sich bei schwächeren Vergrösserungen als homogene Körperchen dar. Bei stärkeren Vergrösserungen aber nimmt man in dem sonst hyalinen Inhalt einer Cyste sehr zahlreiche und feine Körnchen wahr. Nur ganz nahe an der Oberfläche wird das Plasma körnchenfrei und verursacht das Bild eines helleren Ringes. Ungefähr in der Mitte des Körpers liegen 1, 2 oder 4 Kerne, welche schon am Leben leicht wahrzunehmen sind und denselben Bau wie in den im freien Zustande befindlichen *Endophryen* zeigen (Fig. 4).

Nach der Fixierung und Färbung kommt in den Cysten dieselbe alveoläre Structur des Plasmas und ein ähnlicher Bau des Kernes wie in den nicht encystierten Thieren zum Vorschein. Nur das plasmatische Netz erscheint hier dichter.

Neben den Cysten, deren Inhalt die eben geschilderten Bilder darstellt, kann man auch noch andere beobachten: der Inhalt der letzteren scheint in viele kleine Theilstücke zerfallen zu sein, welche unregelmässige (theilweise polyedrische) Gestalten zu zeigen, immer aber gleich gross zu sein scheinen (Fig. 5.). In diesen Theilstücken konnte ich ebenfalls ein hyalines Plasma und kleine lichtbrechende Körnchen unterscheiden.

Es scheint mir sehr plausibel zu sein, dass dieses Zerfallen in kleine Theilstücke mit der vorhin erwähnten Vielkernigkeit der Cysten im Zusammenhang steht, und dass es sich hier ferner um einen Fortpflanzungsprozess innerhalb der Cyste handelt.

Sowohl die vielkernigen als auch die in kleinste Theilstücke zerfallenen Cysten boten oft ganz eigenthümliche Bilder dar. Neben den Cysten, die eine gewöhnliche dicht dem Inhalt auflagernde Hülle zeigten, traten andere auf, welche (bei schwächeren Vergrösserungen) von undeutlichen concentrischen Ringen umgeben zu sein schienen.

Bei näherer Untersuchung konnte ich herausbringen, dass es sich um eine zweite, äusserst durchsichtige, weiche gallertige Hülle handelt. Das Bild der concentrischen Ringe wird jedenfalls durch äusserst feine Fremdkörper, die in verschiedenen Flächen der Oberfläche der Hülle haften blieben, verursacht (Fig. 4. u. 5.).

Durch successive Beobachtung einzelner Individuen bin ich zu der Ueberzeugung gekommen, dass diese zweite Hülle sich von dem Cystenkörper allmählich abhebt. Uebrigens ist mir bis jetzt der Bau und die eigentliche Bedeutung dieser zweiten Hülle völlig unklar.

Zum Schluss möchte ich hier noch einiges über die Grössenverhältnisse der *Endophryen* hinzufügen.

Die Länge der grössten, nicht encystierten Individuen, die ich beobachten konnte, betrug 0,0396 *mm*, die Breite 0,0216 *mm*; die kleinsten Körper massen 0,0154 *mm* in der Länge und 0,0132 *mm* in der Breite.

Die Grösse der Cysten betrug 0,022 bis 0,0216 *mm* sowohl in der Länge als auch in der Breite. Die Entfernung zwischen dem eigentlichen Cystenkörper und der Grenzlinie der zweiten zarten Hülle betrug 0,0044 *mm*, 0,0066 *mm*, 0,0088 *mm* und auch mehr.

Ich stelle die charakteristischen Merkmale der *Endophrys Rotatoriorum* kurz zusammen:

Körpergestalt amöboid veränderlich. Protoplasma vacuolisiert. Keine Scheidung in Mark- und Rindensubstanz. Pseudopodien allseitig, oder nur von einem Theil des Körpers entspringend, sehr veränderlich: gradlinig und sehr zart, spärlich und dann grösser, zuweilen mit spitzwinklig verästelten Enden, seltener lappig. Kern bläschenförmig mit Kernkörperchen, in Einzahl. Wahrscheinlich eine contr. Vacuole. Encystierung scheinbar in doppelter Hülle. Die Möglichkeit der Vermehrung innerhalb der Cystenhülle vorhanden. Ernährung parasitisch.

Allen diesen charakteristischen Merkmalen nach gehört *Endophrys Rotatoriorum* unzweifelhaft in die Classe der *Rhizopoden* und zwar in die Ordnung der *Heliozoen* hinein.

Wenn wir ferner die charakteristischen Merkmale der *Endophrys Rotatoriorum* mit denen der einzelnen Familien und der ab-

gesondert stehenden *Heliozoen* vergleichen, so kommen wir schlieslich zu der Ueberzeugung, dass unsere Form mit der *Nuclearia*[1]) (Cienkowsky) am meisten Aehnlichkeit hat: sie stimmt in den meisten Punkten mit der letzteren vollkommen überein.

Viel weniger Aehnlichkeit besitzt dagegen unsere Form mit der der *Nuclearia* nächststehenden Form, der *Vampyrella* (Cienkowsky) (8). Ich glaube daher nicht fehl zu gehen, wenn ich der von mir beschriebenen Form einen Platz zwischen *Vampyrella* und *Nuclearia* anweise.

II ART.

Dimoerium hyalinum[2]) *nov. spec.*

Während bei der ersten Art das Einwandern in das *Rotator* nur zum Zwecke der Nahrungsaufnahme und Verdauung erfolgte, die Vermehrung dagegen sich ausserhalb vollzog, fällt bei *Dimoerium hyalinum* auch die Fortpflanzung in die Zeit, in welcher es im Inneren eines Wirthes schmarotzt.

Ich gebe zunächst einen kurzen Ueberblick über den gesammten Entwicklungscyclus des *Dimoerium hyalinum.*

Die *Dimoerien* befallen die Thiere als Flagellaten und als solche dringen sie in das Innere ihrer Wirthe ein (Stadium 1). Nachdem sie das Innere ihrer Opfer erreicht haben, ändert sich ihre Gestalt, ihr Habitus und ihre Bewegung, welch' letztere kriechend wird. In diesem veränderten Zustand befallen sie die Organe ihrer Wirthe und verzehren diese allmählich, wobei sie selbst stark und rasch wachsen (Stadium 2). Nachdem die Fütterung beendet ist, treten die *Dimoerien* in einen Ruhezustand über und bereiten sich zu dem hierauf folgenden Fortpflanzungsprocess vor.

Als Folge dieser Vorbereitung erhalten wir ein Bild, wo man den ganzen Protozoen-Körper in zwei Theile gesondert sieht: einen äusseren und einen inneren.

[1]) Bronn's Classen und Ordnungen. Bütschli Rhizopoda.

[2]) Dimoerus, a, on — duas partes habens (aus dem „Lexicon totius Latinitatis“ — J. Facciolati, A. Forcelini. A. Turlanatti) = Δίμοιρος, ον (μοῖρα) — überhaupt unter zwei getheilt (aus dem Handwörterbuch der griechischen Sprache von Fr. Passow).

Der äussere Theil ist im optischen Durchschnitt ein Protoplasmaring, welcher sich an einer Stelle siegelartig verdickt. In der Verdickung lagert der Kern (Fig. 67).

Der innere Theil nimmt die Hauptmasse des Körpers in Anspruch und scheint von dem äusseren durch eine im Ring — im optischen Durchschnitt — verlaufende und scheinbar ganz freie Zone getrennt zu sein. In diesem inneren Theil bleibt alles Gefressene stecken. Eventuell bleibt hier auch ein Theil des Protoplasmas übrig (Stadium 3).

Der nächstfolgende Fortpflanzungsprocess besteht zunächst in einer successiven Zweitheilung des Kernes in dem äusseren Theil, wobei die Plasmamasse dieses Theiles zunimmt, die gefressenen Gewebsstücke in dem Inneren dagegen immer mehr verschwinden und die Innenmasse sich zu verkleinern anfängt (Stadium 4).

Nachdem die Theilug des Kernes zur Bildung einer grossen Zahl Tochterkerne geführt hat, erscheinen im Plasma in der äusseren Schicht (im optischen Durchschnit im äusseren, jetzt gleichmässigen Ringe) Furchen. welche seine Masse in soviel Theilstücke sondern, als Kerne vorhanden waren (Fig. 23, 74 u. 75).

Diese Theilstücke werden bald beweglich innerhalb einer deutlichen Hülle.

Nach einer kurzen Zeit platzt diese letztere auf, und die jungen Körper gelangen zunächst in die Leibeshöhle des Wirthes und dann, nach Entwickelung einer Geissel, in das umgebende Wasser (Stadium 6, Fig. 24, 25, 27).

Dimoerium hyalinum war von mir in meinen Standgläsern in folgenden Thieren aufgefunden: am häufigsten in einigen *Brachionus*-Arten, in *Noteus quadricornis Ehrberg.*, seltener in einigen *Philodiniden*: *Philodina, Rotifer vulgaris, Actinurus*, sehr selten in einigen Vertretern anderer Thiergruppen, wie *Cyclops* und *Cypris.*

Schon der Umstand allein, dass die *Dimoerien* in den ständigen Culturen auch in *Cyclops* und *Cypris* aufgefunden werden konnten, wies uns darauf hin, dass diese Art nicht speciell für die *Rotatorien* allein charakteristisch ist.

Meine Versuche mit der künstlichen Infection haben das bewiesen. Mittelst der künstlichen Infection habe ich die *Dimoerien* in das Innere folgender Thiere einführen können: in die eben aufgezählten *Rotatorien*-Arten und ausserdem noch in die *Pterodina*

patina und *Hydatina senta*, und ferner von den Vertretern anderer Thiergruppen: in *Cyclops*, *Chaetogaster* und *Macrobiotus*.

Ich gehe nun zu der eingehenden Darstellung des gesammten Vorgangs über, welcher sich im Innern der befallenen Thiere abspielt. Während dieser Darstellung werde ich stets zunächst die Resultate meiner Untersuchungen am Leben benutzen und dann zum Vergleich auch die Resultate mit in Betracht ziehen, welche ich mittelst anderer Methoden erzielt habe.

Stadium I. Flagellatenzustand.

Die eben aus der Cyste in das umgebende Wasser gelangten geisseltragenden *Dimoerien* zeigen eine birnenförmige Gestalt. Ihr Protoplasma stellt sich am Leben homogen dar und enthält einige mehr matt glänzende, verhältnismässig grosse Körnchen. Nach der Fixierung und Färbung zeigt das Protoplasma einen vacuolisierten Charakter. Der Kern ist am lebenden Thier nicht sichtbar. Nach der Fixierung und Färbung stellt er sich als ein Bläschen dar, in dessen Innerem ein ansehnliches, meistens bis zu seiner Oberfläche reichendes, sich intensiv färbendes Kernkörperchen liegt. Lebende Thiere besitzen am vorderen Ende eine lange Geissel (Fig. 8 u. 46).

Die Grössenverhältnisse der Geiselthiere schwanken zwischen 0.0066 *mm* Länge und 0.0044 *mm* Breite und 0.0088 *mm* Länge und 0.0066 *mm* Breite. Die Geissel scheint ungefähr dreimal so lang zu sein wie der ganze Körper.

Die Bewegung der Geisselthiere zeichnet sich durch eine grosse Lebhaftigkeit aus. Man sieht sie in dem Gesichtsfeld des Mikroskops meistens pfeilartig durchschwimmen.

Sobald in eine Reincultur, in welcher die eben beschriebenen Geisselthiere sich im Wasser befinden, gelähmte Thiere hineingebracht werden, fangen die ersteren sofort an, sich um die letzteren zu sammeln. Die Lebhaftigkeit ihrer Bewegung wird noch intensiver. Sie wimmeln um ihre Opfer beinahe so energisch wie *Spermatozoen* um die Eier der Seeigel. In einigen Secunden fangen die Geisselthiere an, in die gelähmten Thiere einzudringen. Nach Verlauf von 8 bis 10 Minuten kann man schon gewöhnlich im Innern derselben eine grosse Zahl eingedrungener *Dimoerien* wahrnehmen. Sie dringen in die Thiere vom Kopfende neben der eingezogenen Radscheibe *(Rotatorien)*, oder durch verletzte Stellen ein (*Rotatorien* und andere Thiere), oder sie fressen sich endlich durch die Rad-

scheibe der *Rotatorien* oder sonstiges ausgestülptes Gewebe in das Innere der Thiere hinein.

Das Befallen der Thiere geschieht verschieden rasch, je nach dem Grade der Lähmung. Wenn z. B. am Kopfende der *Rotatorien* die Wimperbewegung immer noch fortbesteht, und es sonst im Körper keine durch Verletzung entstandene offene Stellen giebt, dringen die Geisselthiere in die Thiere später ein, als es oben angegeben ist. Sie warten ab, bis die Wimperbewegung schwächer wird oder ganz aufhört.

Stadium 2. Ernährung und Wachsthum. Amoeboider Zustand.

Nachdem die Geisselthiere das Innere eines Thieres erreicht haben, ändert sich sofort ihre ursprüngliche Gestalt, ihr Habitus und ihre Bewegung. Die Veränderung der Gestalt der Geisselthiere kann man öfters auch schon früher wahrnehmen, kurz bevor sie in die Thiere hineindrungen sind. An den sich schon im Inneren eines Thieres befindenden *Dimoerien*-Körpern kann man vor allem keine Geissel mehr unterscheiden. Sie werden mehr rund, verlieren ihre lebhafte Bewegung und tauschen dieselbe gegen eine kriechende, amoeboide um. Die Körnchen im Plasma des Körpers werden bedeutend grösser und stärker glänzend. Sie scheinen sich meistens an der Oberfläche zu befinden; sie ragen sehr hervor und bewirken, dass die Körper unregelmässig gestaltet erscheinen (Fig. 9).

So verändert nähern sich die *Dimoerien* den Organen ihres Wirthes kriechend. Sie versuchen diese Organe möglichst breit zu umfassen (Fig. 10 *a, b, c, d, e, f,* u. 11), und jedes sucht für sich aus dem Zusammenhang der Gewebe ein Stück loszulösen. In diesem Augenblicke kann man gut beobachten, wie gross ihr Vermögen ist, sich auszudehnen: man könnte die auf den Organen befindlichen Körper sehr leicht übersehen, wenn nicht die Bewegung der glänzenden Körnchen auf der Oberfläche der Organe, welche vom Plasma hin und her geschoben werden, uns von der Anwesenheit der *Dimoerien*-Körper in Kenntnis setzte (Fig. 10 *f*).

Nachdem ein geisseltragendes *Dimoerium* ein beliebiges Organ oder einen Theil eines solchen auf die oben erwähnte Weise befallen hat, verbleibt es darauf so lange, bis es den befallenen Theil in sich aufgenommen hat. Während dieser Zeit wechselt ein fressendes *Dimoerium* seinen Platz nicht. Man kann in ihm jedoch am

Platz selbst gewisse Bewegungen wahrnehmen, welche auf ein Umdrehen, Verdrehen oder leises Hin- und Herrücken des ganzen Körpers hinweisen. Einige Augenblicke bleibt das fressende *Dimoerium* an einem Organ vollkommen ruhig, wie festgeklebt, liegen. Dann tritt aber die Körnchenbewegung im Plasma des fressenden Körpers prägnanter zu Tage. Ob diesen Körnchen selbst irgend welche physiologische Rolle beim Fressen zukommt, darüber lässt sich vorderhand nichts Sicheres sagen.

Nach einiger Zeit, nachdem die fressenden *Dimoerien* mit einem Organ oder einem Gewebsstücke fertig geworden sind, sieht man sie sich mehr oder weniger zusammenziehen und zur Seite rücken, wobei oft die übrig gebliebenen, nicht aufgenommenen Reste des Wirthes deutlich werden. In diesem Augenblicke kann man schon unterscheiden, um wie viel die *Dimoerien* gewachsen sind (Fig. 14, 15, 16).

Die Dauer der Nahrungsaufnahme ist ziemlich verschieden. Durchschnittlich sind die befallenen Thiere in 50 Minuten bis zu einer Stunde von dem Augenblicke des Eindringens der Geisselthiere an schon grösstentheils ausgefressen und die fressenden *Dimoerien* schon wesentlich gewachsen. Der Prozess der Nahrungsaufnahme und des Wachsthums kann aber auch länger dauern. Diese Zeitdauer kann sich von einer Stunde bis auf 2 und auch noch länger erstrecken. Die Verschiedenheit der Zeitdauer des Stadiums 2 ist von folgenden Factoren abhängig:

1⁰ von der Zahl der Geisselthiere, welche in ein Thier eindringen,

2⁰ von dem Reichthum und der Art der Gewebe, welche die *Dimoerien* angreifen. Von denselben zwei Factoren hängt auch der Grad des Wachsthums der *Dimoerien* ab.

Wenn die geisseltragenden *Dimoerien* in grossen Massen eindringen, werden sie mit dem in einem Wirth vorhandenen Material viel rascher fertig, als wenn sie sich dort nur in kleiner Zahl befinden. Aus demselben Grunde werden die *Dimoerien* im ersteren Fall bedeutend kleiner, weil jeder Körper für sich viel weniger zu fressen hat als in dem letzteren. Diese Unterschiede in der Grösse der sich ernährenden *Dimoerien* kann man auf den Abbildungen (Fig. 14—27 und 38—46) sehen, wenn man die Körper, welche nach dem Leben (ohne jede Färbung) abgezeichnet

waren, unter einander vergleicht und neben diejenigen Bilder stellt, welche ich mittelst der intravitalen Färbung erzielt habe.

Ueber ein gewisses Mass vermögen die *Dimoerien* nicht Nahrung aufzunehmen, und daher kommt es, dass in den Fällen, wo nur einige wenige Geisselthiere in ein Thier eindringen, der grössere Theil der Gewebe unberührt zurückbleibt, obwohl die Eindringlinge sehr stark gewachsen sind.

Wenn ferner zahlreiche Geisselthiere in ein Thier eindringen, wo nur wenig Gewebe vorhanden ist, also z. B. in ein männliches *Rotator*, so werden sie mit dem Fressen sehr viel rascher fertig als z. B. in einem Weibchen. Dementsprechend werden sie auch in dem ersteren Fall kleiner als in dem zweiten.

Die Art des Gewebes spielt hier auch eine Rolle, wie es schon früher erwähnt war.

Die *Dimoerien*, welche den Dotterstock eines weiblichen *Rotators* befallen (z. B. Fig. 16), fressen länger und werden grösser, als diejenigen, welche andere Gewebe angreifen. Der Grad des Wachsthums der Körper hängt auch noch ab von der Schnelligkeit des Eindringens der Geisselthiere in einen Wirth; diejenigen Körper, die erst später in einen Wirth hineingedrungen sind, während einige andere schon am Fressen waren, finden selbstverständlich viel weniger Material und wachsen viel schwächer.

Während der Fütterung und einige Zeit nachher behalten die *Dimoerien* das Vermögen sich zu bewegen. Die Bewegung ist langsam und wird im Inneren des Wirthes durch Ausschicken lappiger, feinkörniger *Pseudopodien* bewirkt (Fig. 12 *a*, *b*, *e*). Oft hatte ich Gelegenheit zu beobachten, wie die sich ernährenden oder schon gefütterten *Dimoerien* im Innern des *Rotators* ihren Platz wechselten; besonders aber interessant war die Beobachtung, wenn die Körper sich der Wand des Panzers zu nähern suchten und zu diesem Zwecke ein längeres Pseudopodium ausschickten, dieses dann an der Wand befestigten und schliesslich durch rasche Verkürzung desselben ihren Körper an die Wand schoben (Fig. 13 *a*, *b*, *c*).

Ich habe ferner öfters beobachten können, wie die *Dimoerien*, welche sich schon ernährt hatten und zufälliger Weise in das umgebende Wasser wieder gelangt waren, sich dort auch weiter bewegten, und zwar mehr auf die Art und Weise, wie es ihnen in dem Flagellaten-Zustand eigen war. Ob sie da von neuem eine Geissel bekamen, habe ich bis jetzt nicht constatieren können.

Ich möchte hier noch einiger anderen weiteren Beobachtungen gedenken, welche ich an einem Theil der Thiere habe machen können.

Ich nahm zuweilen nach der Reagentienbehandlung um die *Dimoerien*-Körper, welche noch am Fressen waren, eine lichte schmale Zone wahr. Diese Erscheinung könnte etwa auf eine frühzeitige Entwicklung der Hülle um die Körper hinweisen, wenn uns nicht die Vorgänge, welche sich im Inneren der *Dimoerien* in den nächsten Stadien abspielen, beweisen würden, dass eine Hülle sich erst später von dem *Dimoerien*-Körper abhebt. Die *Dimoerien* kamen mir ferner am Leben, auch während des Fressens zuweilen doppelt contouriert vor (Fig. 11). Bei weiterer Untersuchung mittelst stärkeren Vergrösserungen habe ich feststellen können, dass der zweite Contour nicht der Körperabgrenzung genau parallel verlief und dass er folglich nicht dem Körper der *Dimoerien* sondern nur dem Gewebe des Wirthes angehörte.

Daher bin ich geneigt, die beiden eben besprochenen Erscheinungen als das Resultat einer absondernden Thätigkeit des noch lebendig gewesenen Gewebes eines Wirthes zu betrachten.

Oefters nämlich drangen die geisseltragenden *Dimoerien* in ein *Rotator* durch die bei der künstlichen Lähmung mit Nadelstichen entstandenen Löcher ein, das Thier aber lebte noch, indem sich ebensowohl die Wimpern an der zwar schon recht stark eingezogenen Radscheibe als auch die Cilien im Darm lebhaft bewegten.

Demgemäss war auch noch das gesammte Gewebe zum grösten Theil lebendig und hätte den es befallenden *Dimoerien* einen Widerstand leisten können, welcher letztere etwa in der Ausscheidung einer gallertigen, hyalinen Substanz um dieselben bestehen möchte.

Ich gehe nun zu der Besprechung des Inhaltes der *Dimoerien*-Körper in dem zweiten Stadium über.

Ich fange mit den ersten Erscheinungen an, wo die Geisselthiere eben in ein Thier hineingedrungen sind. Wie ich schon erwähnt habe, werden sie mehr rundlich, und gleichzeitig damit erscheinen in ihnen meistens an der Oberfläche sehr stark lichtbrechende, grosse, rundliche Körnchen (Fig. 9).

Allem Anschein nach sind es dieselben Körnchen, welche im Inneren der *Dimoerien* während des Flagellatenzustandes sichtbar waren, nur dass sie sich jetzt etwa der den *Dimoerien* bevorstehen-

den Aufgabe halber — zu fressen (viel weniger aber durch Aufnahme einer Nahrung im flüssigen Zustand) geändert haben.

Dafür sprechen erstens meine Beobachtungen direct am Leben, dass die geisseltragenden *Dimoerien* sich manchmal in dieser Weise änderten, ehe sie in den Wirth gelangten, und dann andere Beobachtungen bei Anwendung der intravitalen Färbung, die ich gleich schildern werde.

In die Flagellaten-Reinculturen wurden gelähmte *Rotatorien* hineingebracht. in welchen das Gewebe mehr oder weniger stark vorher am Leben mit *Neutralroth* gefärbt war. Sobald die in den Wirth eingedrungenen *Dimoerien* zu fressen anfingen, konnte man sehen, wie das rosa oder roth gefärbte Gewebe (der *Rotatorien*) im Inneren der fressenen Körper Platz bekam, dagegen an der Oberfläche derselben jene grossen, stark lichtbrechenden Körnchen ungefärbt blieben (Fig. 37 *a*, *b*, *c* u. *d*).

Nach der Reagentienbehandlung kann man diese Körnchen nicht wiederfinden. Auf solchen Präparaten treten die eben beschriebenen Körper als rundliche oder auch mehr amoeboïde Gebilde zu Tage.

Ihr Protoplasma zeigt deutlich einen vacuolisierten Charakter. In den Protoplasmabrücken scheinen zahlreiche feine Körnchen zu liegen. In der Mitte des Körpers liegt ein deutlicher Kern, dessen Binnenkörper zuweilen den ganzen Raum des Bläschens ausfüllt (Fig. 49).

Die eben geschilderten Körper stellen sich zuweilen stark gewachsen dar, ohne dass man in ihrem Inneren aufgefressene Gewebsstücke wahrnehmen kann. Sie zeigen dann meistens amoeboide Gestalten. Der Binnenkörper ist von der Oberfläche des Kernbläschens durch eine verhältnismässig breite, lichte Zone getrennt. In diesem Zustand erinnern die *Dimoerien* sehr an *Endophrys Rotatoriorum* (Fig. 47, 48).

Ganz andere Bilder bieten uns die *Dimoerien* am Ende des Stadium 2, wenn sie sich schon vollgefressen haben.

Diese Bilder sind fürs erste unverständlich.

Im Inneren der gefütterten *Dimoerien*-Körper treten oft in Massen Körperchen auf, welche sich mit *Boraxcarmin* sehr intensiv färben und bald verschieden gross und gestaltet erscheinen, bald die gleiche Grösse, Gestalt und Beschaffenheit zeigen. In dem letzteren Falle erinnern sie so sehr an Kernformen, dass man sich

zu der Vermuthung, man habe es mit einem Kerntheilungsprocess zu thun, leicht verleiten lassen könnte, zumal da der eigentliche Kern der *Dimoerien* gewöhnlich durch die Fülle der eben erwähnten Körperchen zugedeckt wird.

Ich führe hier ein paar extreme Beispiele solcher Bilder vor.

In einer Anzahl der *Dimoerien* wird man z. B. in ihrem Inneren in dem nach der Reagentienbehandlung noch oft deutlich den vacuolisierten Charakter tragenden und sich meist rosa färbenden Protoplasma ein paar oder mehrere verschieden grosse und mehr oder weniger regelmässig gestaltete Körperchen eingebettet sehen, die sich gewöhnlich intensiv roth färben (Fig. 50. 52, 58).

In einer anderen Anzahl der *Dimoerien*-Körper nimmt man in ihrem sich wiederum rosa färbenden Protoplasma bedeutend kleinere, entweder mehr rundliche oder mehr längliche, gleich grosse, gleich regelmässig gestaltete und sich sehr intensiv roth färbende Körperchen wahr, welche in geringer Anzahl oder auch in Massen auftreten (Fig. 51, 66, 67*a*).

Durch directe Beobachtungen am Leben, durch Versuche mit der *intravitalen* Färbung und vor allem durch vergleichendes Studium an fixiertem und gefärbtem Material der im Inneren der gefütterten *Dimoerien* auftretenden Körperchen einerseits, und der distincten Theile der Organe der befallenen Thiere anderseits, konnte ich feststellen, dass die eben erwähnten verschiedenartigen Körperchen im allgemeinen nichts anderes sind als Theilstücke der aufgefressenen entweder noch gar nicht oder nur teilweise verdauten Gewebe eines Wirthes, und dass speciell die Körperchen, welche so sehr an Kernformen erinnerten (Fig. 51, 66, 67 *a*), die in betreffenden Fällen deutlich auftretenden Kerne vom aufgefressenen Gewebe waren.

Alle diese Gewebsstücke kann man viel schwerer direct am Leben im Inneren der gefütterten *Dimoerien* unterscheiden. Diese letzteren stellen sich hier ähnlich wie in anderen Stadien sehr hyalin und durchsichtig dar. In ihrem Inneren sieht man mitten in einer homogenen Substanz zahlreiche und uns vom Anfang dieses Stadiums her bekannte, stark lichtbrechende Körnchen und ausserdem verschiedene andere Einschlüsse — Theilstücke der aufgefressenen Gewebe. Da diese letzteren aber auch recht hyalin erscheinen, so kann man am Leben meistens nur einen Theil von ihnen mit Sicherheit unterscheiden. Die Figuren 14 und 58

bieten uns Beispiele dafür. Von den drei Körperchen: α, β, γ, welche nach der Reagentienbehandlung in der Fig. 58 sichtbar sind, kann man in der Fig. 14, welche ein lebendes Thier darstellt, nur ein correspondierendes Körperchen γ wiedererkennen.

Auch sehr nützlich für das Studium der Bilder, welche uns die *Dimoerien* am Ende des Stadiums 2 bieten, erweist sich neben der Reagentienbehandlung auch die intravitale Färbung. Die aufgefressenen Gewebstheilstücke treten hier zwar nicht so prägnant hervor, wie es nach der Reagentienbehandlung der Fall ist, dafür aber kommen manche Details zum Vorschein, welche bei der letzteren nicht sichtbar sind. Das Innere der *Dimoerien*, welches in diesem Stadium fast den ganzen Körper in Anspruch nimmt, wird rosa (bei schwacher Concentration) oder roth (bei einer stärkeren) gefärbt, worin die aufgefressenen Gewebsstücke meistentheils nur als dunkler gefärbte Partieen, seltener (meistens erst in späteren Stadien) als distincte Körperchen auftreten. Und an der Oberfläche des Körpers kommen jene stark lichtbrechende Körnchen wieder zum Vorschein. Sie scheinen meistens kleiner geworden zu sein. Diese letzteren werden bei der Reagentienanwendung nicht sichtbar.

Stark abweichende Bilder bieten uns diejenigen *Dimoerien*, welche sich ausschliesslich mit dem Dotterstock der *Rotatorien* ernährt haben.

Sie fallen schon am Leben durch ihren schwärzlichbräunlichen Ton leicht auf, den gleichen, welcher dem Dotterstock eigen ist, und dann durch ihre meistens beträchtlich ansehnlichere Grösse als die derjenigen Körper, welche sich mit den übrigen Geweben ernährt haben.

Ihr Inneres ist ausschliesslich mit den Dotterplättchen des Dotterstocks erfüllt, welche man bei Anwendung stärkerer Vergrösserungen am Leben deutlich unterscheiden kann (Fig. 16).

Nach der Fixierung mit *Pikrinessigsäure* und Färbung mit *Boraxcarmin* erkennt man diese Dotterplättchen im Inneren des *Dimoerien*-Körpers als sehr schwach gelblichrosa gefärbte, durchsichtige und recht stark lichtbrechende Scheibchen wieder, wie man es von einem sich in einem späteren Stadium befindenden Körper abgebildet sieht (Fig. 53, 62, 70).

In allen eben geschilderten Bildern tritt keine wahre, von den *Dimoerien* selbst ausgeschiedene Hülle auf.

Sie zeigen im allgemeinen, diejenigen Körper ausgenommen, die sich mit dem Dotterstock der *Rotatorien* ernähren, sehr unregelmässige Gestalten. Zu der Zeit des Fressens werden die Gestalten der *Dimoerien* oft stark amoeboid und verlieren sich in dem Gewebe, welches sie fressen, zuweilen ganz (Fig. 50). Sonst liegen die schon gefütterten *Dimoerien* im Inneren des ausgefressenen Wirthes frei, wobei die Ränder ihres Körpers entweder ganz klar hervortreten, oder theilweise von der von Resten des Gewebes und eingedrungenen Bacterien stammenden Schleimmasse zugedeckt werden.

Stadium 3. Uebergang in den Ruhezustand. Vorbereitung zur Forpflanzung.

Nachdem die *Dimoerien* sich ernährt haben, bleiben sie noch eine kurze Zeit in dem 'Zustand, in welchem sie sich am Ende des vorigen Stadiums befanden. Sie scheinen sowohl das Vermögen sich zu bewegen als auch ihre Gestalten zu ändern, immer noch zu besitzen.

Bald — in $3^1/_2$ bis 6 Stunden vom Beginne des Prozesses — hört dieses Vermögen auf. Gleichzeitig damit beginnt im Inneren des *Dimoerien*-Körpers eine Reihe von Veränderungen, deren Endresultat jene bei der kurzen Schilderung des gesammten Prozesses schon erwähnte Sonderung des Körpers in 2 Theile ist: einen äusseren, wo der Kern inmitten einer Protoplasmaverdickung lagert, und einen inneren, welcher alles Gefressene und eventuell einen Theil des Protoplasmas enthält.

Die sich im Inneren des *Dimoerien*-Körpers abspielenden Aenderungen bieten uns theilweise ganz merkwürdige Bilder dar, über deren eigentliche Bedeutung sich vorderhand nichts Sicheres sagen lässt.

Während in dem Stadium 2 die Körper der Dimoerien stets als eintheiliche Massen auftraten, nimmt man jetzt um dieselben in einer anfangs sehr geringen und sich nachher vergrössernden Entfernung einen homogen erscheinenden Contour wahr (Fig. 52, 53, 54, 55, 57).

Dieser Contour kann meiner Meinung nach nichts anderes sein als der optische Contour einer gewissen sich vom Körper allmählich abhebenden Hülle.

Die Entstehung dieser Hülle — ihre allmähliche Abhebung vom Körper der *Dimoerien* — kann man ebensowohl am Leben als auch nach der Reagentienbehandlung constatieren.

In den lebendigen *Dimoerien*, die sich sonst noch gerade so darstellen wie am Ende des Stadiums 2, sieht man zunächst dicht unter dem Grenzcontour des Körpers (im optischen Durchschnitt) eine anfangs sehr schmale homogene Zone auftreten, welche sich von dem übrigen Inhalt des Körpers durch eine oft sehr scharfe, beinahe schwärzlich erscheinende und geschlängelte Linie absondert. Den Unterschied zwischen dieser sich allmählich absondernden äusseren Schicht des Körpers und dessen inneren Hauptmasse kann man sich durch Anwendung der *intravitalen* Färbung besser veranschaulichen. Die Hauptmasse des Körpers erscheint dann mehr rosa oder mehr roth gefärbt, während an der Oberfläche desselben im optischen Durchschnitt eine homogene, hyaline, farblose schmale Zone zum Vorschein kommt. Die Linie, durch welche diese letztere von der inneren Masse abgetrennt wird, erscheint hier silbergrau. In dieser äusseren Schicht werden auch noch die uns von dem Stadium 2 her bekannten, farblosen und stark lichtbrechenden Körnchen sichtbar (Fig. 38).

Nach der Fixierung mit *Pikrinessigsäure* und Färbung mit *Boraxcarmin* allein oder in Verbindung mit *Hämalaun* stellen sich die eben besprochenen *Dimoerien*-Körper im allgemeinen kleiner und die Entfernung der inneren Masse des Körpers von der Grenzlinie der Hülle viel grösser als am Leben dar.

Beiderlei Unterschiede lassen sich durch eine unter dem Einfluss der Reagentien stattgefundene Contraction des Körpers im allgemeinen und speziell der inneren Masse desselben erklären.

Diese Unterschiede fallen sofort in's Auge, wenn man die Bilder (Fig. 38 und 57) vergleichend betrachtet. Die eine Skizze (Fig. 38) stellt uns das eben beschriebene lebendige und *intravital* gefärbte *Dimoerium*, die andere (Fig. 57) dasselbe Individuum nach der Regentienbehandlung dar. Beide Skizzen waren mittelst desselben Zeichenapparates und bei einer und derselben Vergrösserung aufgenommen [1]).

Die Hülle stellt sich nach der Reagentienbehandlung anfangs ganz homogen dar und erscheint äusserst zart. Man bekommt wohl auch Bilder zur Ansicht, wo man in der Hülle eine Körnelung wahrzunehmen glaubt. Nach der genaueren Untersuchung aber

[1]) Homog. Immers. Reichert. Comp. Ocul. VIII. Zeiss. Neuer Zeiss'scher Zeichenapparat.

stellt sich heraus, dass diese Körnelung in den meisten Fällen nicht dem *Dimoerium*-Körper, sondern nur dem im Inneren der *Rotatorien* aus den Resten der Gewebe und der aus sich entwickelnden Bacterien entstandenen Schleimmasse angehört, welche auf die Oberfläche des Körpers zu liegen kommt. Die Bilder (Fig. 54, 55, 58) bieten uns Beispiele dar, wo diese Schleimmasse entweder von einer Seite den Grenzcontour der Hülle zudeckt oder denselben fast von allen Seiten dicht umschliesst, so dass er überhaupt nicht zu existieren scheint, oder schliesslich, wo an der Oberfläche der Hülle gewisse grössere fremde Körperchen haften bleiben (Fig. 59, 61). Nur in einem Falle (Fig. 57) gewahrte ich eine Körnelung, welche eines anderen Ursprungs zu sein scheint. Möglicher Weise sind es dieselben Körnchen, welche in der äusseren Schicht desselben Körpers bei Anwendung der *intravitalen* Färbung (Fig. 38) ungefärbt zum Vorschein kamen und hier auch zufällig dank einem anderen Ausfall der Conservierung sichtbar geblieben sind. Sie hätten sich aber jedenfalls unter dem Einfluss der Reagentien stark kontrahiert denn sie erscheinen hier bedeutend kleiner als am Leben.

Dieser Ausfall der Conservierung würde jedenfalls eine Ausnahme bilden, denn sonst gilt es als Regel ebensowohl in den früheren Stadien als auch in den späteren, welche ich erst zu schildern habe, dass diese stark lichtbrechenden Körnchen, welche am Leben in der äusseren Schicht des *Dimoerien*-Körpers so deutlich und zahlreich zu Tage treten, nach der Reagentienbehandlung (*Pikrinessigsäure, Boraxcarmin, Hämalaun*) nicht wieder zu finden sind.

Die weiteren Veränderungen im Inneren des *Dimoerien*-Körpers kann man nunmehr mit Hilfe der Reagentienbehandlung verfolgen.

Die nächst folgenden Veränderungen zeichnen sich dadurch aus, dass man unter der Hülle an der Oberfläche der inneren gefärbten Hauptmasse des Körpers den Kern wahrnimmt. Der letztere scheint entweder an der Oberfläche der inneren Masse zu liegen und mit der Hülle noch nicht in Verbindung zu stehen (worüber die an dem Material *in toto* gemachten Beobachtungen nicht entscheiden können) (Fig. 56, 59), oder sich nebst der ganzen Innenmasse der einen Seite der inneren Oberfläche der Hülle genähert zu haben und wahrscheinlich mit der letzteren schon in Berührung gekommen zu sein (Fig. 60, 61)

Die Hülle erscheint noch immer körnchenfrei; nur an ihrer Oberfläche nimmt man öfters kleine anhaftende Fremdkörper wahr (Fig. 59, 61).

Die nächstfolgende Veränderung bietet uns Bilder dar, wo an einer Stelle der Hülle, dicht unter ihrem Grenzcontour, der Kern des *Dimoerien*-Körpers auftritt. Er zeigt hier noch nicht seinen typischen Bau und Grösse; man bekommt vielmehr den Eindruck, als ob er nur einen Theil der ganzen Masse des uns von früheren Stadien her bekannten, in der Mitte des Körpers gelegenen Kernes bildete. Er stellt sich meistens als ein längliches, schmales, an den Enden zugespitztes Körperchen dar, dessen Inhalt einheitlich oder in feine Chromatinbröckchen zerfallen erscheint. Dieser Eindruck ist jedenfalls durch gewisse Umgestaltungen des Kernes, welche mit seinem Ortswechsel im Zusammenhang stehen, bedingt. Der eben geschilderte Kern gewinnt allmählich seine typische Gestalt wieder: er wird grösser und mehr rundlich. Gleichzeitig wird an ihm eine anfangs ganz geringe Ansammlung von feinen, sich mehr oder weniger intensiv rosa färbenden Körnchen wahrnehmbar, von welchen auch nunmehr der Grenzcontour der Hülle gebildet zu sein scheint (Fig. 64, 65).

Der Kern zeigt schliesslich seinen typischen bläschenartigen Bau wieder, die Körnchenansammlung um den Kern wird ansehnlicher und der ganze Körnchenring, welcher an Stelle des früher auftretenden homogenen Grenzcontours verläuft, deutlicher, wenn auch immer noch sehr schmal. In der nächsten Nähe vom Kern stellt sich der Körnchenring breiter dar und je weiter von diesem desto schmäler; allmählich oder mehr plötzlich wird er öfters zu einem scheinbar aus einer Reihe der Körnchen gebildeten Contour (Fig. 66, 67).

So stellt sich zu dieser Zeit der äussere Theil des *Dimoerien*-Körpers dar.

Die innere gefärbte Masse desselben bietet uns im grossen und ganzen die gleichen Bilder dar, wie sie am Ende des Stadiums 2 wahrzunehmen waren. Der einzige sichtbare Unterschied besteht darin, dass die ganze Masse jetzt compacter erscheint, und dass man in der sich rosa färbenden Unterlage, in welcher die aufgefressenen und sich intensiv färbenden Gewebsstücke eingebettet liegen, schwieriger eine Structur unterscheiden kann. Sie scheint aber immerhin einen vacuolisierten Charakter aufzuweisen.

Alles eben beschriebene bezieht sich auf diejenigen *Dimoerien*, welche in einem Wirth viel Nahrung gefunden haben und infolge dessen viel stärker gewachsen sind.

Etwas anders stellt sich der Prozess der Sonderung des Körpers in den äusseren und den inneren Theil bei denjenigen *Dimoerien* dar, welche wenig oder fast gar keine Nahrung gefunden haben, also z. B. bei denjenigen, welche zuletzt in einen Wirth eingedrungen sind, nachdem die Gewebe durch ihre Vorgänger schon grösstentheils oder gar schon vollkommen aufgefressen waren. Solche *Dimoerien*-Körper wachsen ausserordentlich schwach. Ihre Grösse unterscheidet sich oft fast gar nicht von derjenigen, welche sie in dem Flagellatenzustand aufweisen.

Sie zeigen meistens eine rundliche Gestalt. Nach der Sonderung des Körpers dieser kleinen *Dimoerien* stellt sich der äussere Theil — im optischen Durchschnitt der äussere Ring — von Anfang an viel gleichmässiger und dicker dar, als es bei den stark gewachsenen Thieren der Fall ist. (Fig. 49 *b, c, d, e, g*).

Gemässs einer Reihe von Beobachtungen an fixierten Präparaten habe ich den Eindruck bekommen, als ob hier die Sonderung des Körpers auf einmal, durch einen Zerfall rapid geschehe, nachdem der Kern vorher nach der Oberfläche des Körpers gewandert war. Das Vorhandensein einer Hülle kann man bei diesen Körpern zuweilen auch schon in frühen Stadien sehr deutlich unterscheiden und namentlich nach der Färbung mit *Hämalaun* (Fig. 49 *b*).

Am Ende des Fortpflanzungsprocesses ist sie noch deutlicher sichtbar (Fig. 49 *j*).

Der innere Theil dieser kleinen *Dimoerien* enthält weder die in den stark gewachsenen Individuen sichtbaren Gewebsstücke noch zeigt er eine bestimmte deutliche Structur. Er färbt sich sehr blass.

Wie wir schon aus dem kurzen Ueberblick des Entwickelungsprozesses, welchen die *Dimoerien* im Inneren eines Wirthes durchmachen, wissen, spielt sich nachher in dem äusseren Theil des Körpers ein Fortpflanzungsprozess ab, während in dem inneren die Verdauung der aufgenommenen Nahrung vor sich geht.

Somit machen die vorhin dargestellten Beobachtungen ersichtlich, dass die sich im Inneren des *Dimoerien*-Körpers abspielenden Veränderungen die Sonderung desselben in zwei functionell verschiedene Theile zum Zwecke haben,

und dass ferner diese Sonderung mit dem Ortswechsel des Kernes und der Entstehung einer homogenen hyalinen Schicht um den *Dimoerien*-Körper, welche ich als Hülle bezeizhnet habe, innigst verbunden ist.

Es frägt sich nun aber, ob wir es da wirklich mit einer echten Hülle — einer Cystenhülle — zu thun haben, oder ob diese homogene Schicht bloss das Endresultat einer Umlagerung des Inhaltes des *Dimoerien*-Körpers ist, indem das homogene Plasma an der Oberfläche des Körpers, dagegen das Aufgefressene in der Mitte desselben in einer Art Vacuole Platz nahm?

Ich komme auf diese Frage noch weiter unten zu sprechen, nachdem ich den Entwickelungsprocess der *Dimoerien* zu Ende geschildert habe.

Stadium 4. Anfang des Fortpflanzungsprocesses. Successive Zweitheilung des Kernes. Verdauung der aufgenommenen Nahrung.

Von nun ab werden in dem *Dimoerien*-Körper bis zum Ende des nächsten Stadiums die zwei scharf gesonderte Theile deutlicher unterscheidbar:

ein äusserer, in welchem der Kern nebst der sich immer weiter ausdehnenden Protoplasmaverdickung befindet (Fig. 67 *a* p ext.), und ein innerer, in welchem alles Gefressene, noch nicht verdaute, und vielleicht ein Theil des Protoplasmas liegt. Der letztere Theil nimmt die Hauptmasse des ursprünglichen Körpers in Anspruch (Fig. 67 *a* p. int.). Zwischen beiden Theilen befindet sich eine im optischen Durchschnitt als freie lückenhafte Partie erscheinende Zone (Fig. 67 *a* v.), öfters aber hängen noch die beiden Theile in einer kleinen Strecke mit einander zusammen (Fig. 67 *b*, *c*).

In dem äusseren Theil beginnt bald der Fortpflanzungsprozess.

Der Kern, der im Ruhezustand den typischen Bau eines Bläschens mit Binnenkörper in dessen Innerem zeigt, fängt an sich zu ändern, und bietet uns verschiedene Figuren dar, welche alle auf eine Vorbereitung des Kernes zur Theilung hinweisen. Die Theilung des Kernes fängt auch in der That bald an. Durch successive Zweitheilung vermehrt sich der Kern in viele Tochterkerne, je nach der Grösse des Körpers von 2 bis 32 und mehr. Gleichzeitig nimmt die Protoplasmamasse in dem äusseren Theil

immer mehr zu, so dass sich allmählich eine gleichmässig dicke äussere Schicht bildet, welche im optischen Durchschnitt als ein in allen Theilen gleichmässig dicker Ring erscheint. Dieses letztere Bild kann man auch am Leben ohne irgend welche Färbung, oder mittelst der Färbung mit *Neutralroth* deutlich unterscheiden, nur dass die beiden Theile, welche nach Fixierung und Färbung meistens durch eine scheinbar freie, wenn auch in diesem Stadium sehr schmale Zone scharf getrennt sind, hier fast immer aufeinander zu liegen scheinen.

Die Fig. 17 zeigt uns im optischen Durschschnitt einen noch lange nicht gleichmässig dicken Ring. Ein ähnliches Bild (nur in anderer Form) bietet uns die Fig. 39 bei Anwendung der intravitalen Färbung.

In beiden Fällen hat sich nach der Fixierung und Färbung herausgestellt, dass der Kern schon in zwei Theile getheilt und die äussere Schicht noch lange nicht gleichmässig dick war (Fig. 70 correspond. der Fig. 17. Der andere Kern ist nicht sichtbar, er liegt unter dem inneren Theil).

Die weiter folgenden Abbildungen zeigen uns deutlich, sowohl am Leben als auch bei Anwendung der intravitalen Färbung und anderer Methoden, wie der Ring (der äussere Theil) immer gleichmässiger dicker und im ganzen breiter wird (Fig. 18, 19, 20; 71, 72, 73).

Am Leben stellen sich die *Dimoerien* in diesem Stadium immer stark hyalin dar. Die äussere Schicht erscheint immer mehr homogen, indem die uns schon von vorhergehenden Stadien bekannten Körnchen immer kleiner und spärlicher werden. Nach der Reagentienbehandlung zeigt das Protoplasma des äusseren Theiles einen vacuolisierten Charakter, der mit dem Zunehmen seiner Masse immer deutlicher auftritt. Der Kern behält im Ruhezustand seinen schon früher erwähnten Bau; während der Theilung bietet er uns oft recht typische Bilder der Mitose (Fig. 68, 72, 73).

Gleichzeitig mit dem Zunehmen des äusseren Theiles nimmt man in dem inneren anfangs ein Verschwinden der im Stadium 2 aufgenommenen Gewebsstücke und dann ein Abnehmen des inneren Theiles selbst wahr. Die aufgenommene Nahrung wird verdaut und offenbar in assimiliertem Zustand an den äusseren Theil abgegeben. Für diese Art der Abgabe der verdauten Nahrung an

den äusseren Theil sprechen die Bilder, welche man mittelst der *intravitalen* Färbung erzielt. Indem der innere Theil oft recht stark rothe Färbung zeigt, bleibt der äussere während des Stadiums 4 ungefärbt, obwohl er auf Kosten des inneren gefärbten wächst. Am Ende des Prozesses der Kerntheilung kann man schon die Anwesenheit einer echten Hülle am Leben sicher constatieren, indem die Körper den doppelten Contour deutlich zeigen (Fig. 18, 19, 20).

Die Kerntheilung beginnt bald früher bald später, im allgemeinen tritt sie um so später ein, je stärker die *Dimoerien* gewachsen sind.

Durchschnittlich kann man annehmen, dass die Kerntheilung zwischen 8 und 12 Stunden von dem Augenblicke an, wo die geisseltragenden *Dimoerien* ein Thier befallen haben, anfängt.

Stadium 5. Fortsetzung des Fortpflanzungsprozesses: Theilung des Protoplasmas. Weitere Abgabe der Stoffe von dem inneren Theile an den äusseren.

Nachdem die Kerntheilung ihr Ende erreicht hat, stellt sich der äussere Theil des Körpers am Leben im optischen Durchschnitt sehr breit, dagegen der innere schon kleiner dar. Zu dieser Zeit kann man bei Anwendung der *intravitalen* Färbung eine interessante Beobachtung direct am Leben machen. Während bis jetzt das offenbar assimilierte Material von dem inneren Theil an den äusseren in ungefärbtem Zustand abgegeben wurde, kann man jetzt das Gegentheil wahrnehmen: es ist möglich deutlich zu verfolgen, wie aus dem inneren mehr oder minder stark gefärbten Theile gefärbte Granulationen in die äussere Schicht übergehen (Fig. 42). Diese Granulationen gruppieren sich in der letzteren in so vielen Abtheilungen, als das Plasma sich bald darauf theilen soll (Fig. 43).

Bald nachher erfolgt auch die Theilung des Protoplasmas. Man nimmt am Leben unter der Hülle entstehende Furchen auf einmal wahr, welche das Protoplasma in so viele Bruchstücke trennen, als Tochterkerne vorhanden waren. Diese Theilstücke zeigen polyedrische Gestalten (Fig. 23).

Gemäss den am Leben gemachten Beobachtungen scheint es mir als Regel zu gelten, dass die Furchen im Protoplasma erst dann auftreten, nachdem die Kerntheilung ihr Ende erreicht, und sich somit eine bestimmte Anzahl von Tochterkernen gebildet hat. Man kann indessen zuweilen nach der Reagentienbehandlung (Fig.

76) die Anwesenheit der Furchen im Protoplasma deutlich constatieren, ohne dass man sie an einem und demselben Individuum am Leben wahrnehmen konnte (Fig. 21). Aehnlich kann man, nachdem das Protoplasma sich getheilt hat, in einzelnen Theilstücken einem sich noch theilenden Kerne begegnen (Fig. 77).

Diese Erscheinungen lassen sich am leichtesten durch gewisse Einwirkung der Reagentien erklären, indem diese letzteren die schon am Leben vorbereitete Erscheinung der Protoplasmatheilung beschleunigen.

Zu dieser Zeit wird der innere Theil schon sehr klein.

Am Leben stellen sich die *Dimoerien* in ihrem äusseren Theil fast volkommen homogen dar, im inneren nimmt man oft eine Körnelung oder auch grössere Gebilde wahr.

Nach der Reagentienbehandlung bietet uns das Protoplasma der *Dimoerien* dieselben Bilder wie im vorigen Stadium dar. Der Kern zeigt meistens noch nicht seinen typischen bläschenartigen Bau.

Die Anwesenheit einer Cystenhülle um die *Dimoerien*-Körper wird in diesem Stadium noch deutlicher als vorher, indem man das Auftreten der Plasmafurchen innerhalb derselben (einer Blase) am Leben verfolgen kann. Nach der Fixierung und Färbung wird die Anwesenheit dieser Hülle wohl auch wahrnehmbar, wenn die Körper entsprechend günstig gelegen sind. Sie fällt dadurch in's Auge, dass an ihrer Oberfläche verschiedene fremdartige Körperchen haften geblieben sind (Fig. 75, 76, 77, 78). Sie stellt sich immer sehr zart dar und lässt daher einen Unterschied zwischen ihr und derjenigen Hülle, welche im Stadium 3 auftritt, schwer wahrnehmen.

Die Zeit des Eintritts der Furchung im Plasma hängt wiederum davon ab, wie stark die Körper gewachsen waren. Durchschnittlich geschieht es in 20 bis 28 Stunden, nachdem die geisseltragenden *Dimoerien* ein Thier befallen haben.

Stadium 6. Austreten der Nachkommenschaft aus der Cyste.

Die polyedrischen Gestalten der Theilstücke verschwinden bald: diese letzteren werden beweglich (Fig. 24). Die jungen *Dimoerien*-Körper bewegen sich eine kurze Zeit innerhalb der Cystenhülle. Am Leben erscheinen die jungen *Dimoerien*-Körper fast ganz homogen. Bei Anwendung der *intravitalen* Färbung kann man immer noch 2 Theile unterscheiden: einen äusseren und einen inneren

(Fig. 44, 45). Das Protoplasma im äussern Theile stellt sich vollkommen homogen und farblos dar, und in dem Inneren lagern Granulationen, welche in vorangegangenem Stadium aus dem inneren Theil des Mutterthieres in den äusseren übergetreten waren. Sie bilden hier eine compacte Masse und zeigen deutlicher als früher (beim Austritt aus dem inneren Theil des Mutterthieres) zwei Nuancen der rothen Farbe: auf dem helleren mehr rosa gefärbten Hintergrunde, welcher die compacte Masse der Granulationen bildet, treten ähnliche dunkelroth gefärbte zu Tage. Bei einem Versuch ging diese dunkle rothe Farbe beinahe ins Violette über (Fig. 44). In den meisten Fällen habe ich nur sehr dunkelroth gefärbte Granulationen beobachtet.

Ich möchte hier eine Erscheinung nicht unerwähnt lassen, welche ich einige Male zu beobachten Gelegenheit hatte, dass nämlich die jungen *Dimoerien*-Körper auch in unpaariger Zahl — zu 3 — innerhalb der Cyste vorhanden waren (Fig. 45).

Nachdem die jungen *Dimoerien* sich eine kurze Zeit innerhalb der Cyste hin und her bewegt hatten, platzt diese letztere auf, die junge Brut gelangt in das Innere des Wirthes und in der Cyste bleibt nunmehr ein kleiner Rest des inneren Theiles übrig, wo die nicht verbrauchten Stoffe liegen. Diese Restkörper erscheinen am Leben selten ganz homogen (Fig. 26 r. p. int.).

Ihre Grösse ist sehr verschieden und hängt wiederum von der Masse und Art des aufgefressenen Gewebes ab. Die Restkörper derjenigen *Dimoerien* z. B., welche sich mit dem Dotterstock der *Rotatorien* ernährt haben, sind wesentlich grösser als derjenigen, welche von anderen Geweben gefressen haben. Somit steht die Grösse der Restkörper indirect mit dem Grad des Wachsthums der *Dimoerien* im Zusammenhang. Die Restkörper der *Dimoerien*, welche sich mit dem Dotterstock der *Rotatorien* ernährt haben, weisen noch zahlreiche Dotterscheibchen auf.

Die aus der Cyste herausgekommenen jungen Körper bleiben im Inneren des Wirthes einige Secunden oder Minuten ruhig liegen, wobei sie sich als runde, recht stark glänzende Körperchen darstellen. Sie enthalten in ihrem Inneren verhältnismässig grosse, matt glänzende Körnchen (Fig. 25).

Bei der *intravitalen* Färbung behalten sie das vorhin beschriebene Aussehen.

Nach der Fixierung und Färbung kann man die quasi-Son-

derung in einen inneren und äusseren Theil wie bei der *intravitalen* Färbung nicht erkennen. Das Protoplasma zeigt im ganzen Körper einen vacuolisierten Charakter. Der Kern zeigt seinen typischen Bau, nur dass der Binnenkörper fast den ganzen Raum des Bläschens in Anspruch zu nehmen scheint.

Nachdem einige Secunden oder Minuten verflossen waren, fangen die jungen *Dimoerien* an, kriechende Bewegungen auszuführen und dementsprechend auch amöboide Gestalten anzunehmen. Gleichzeitig aber wird an diesen Körpern eine Geissel wahrnembar (Fig. 27).

Oefters habe ich beobachten können, wie die jungen *Dimoerien* in die eben verlassene Cyste wieder zurückkehrten, sich dort einige Minuten hin und her bewegten und wieder davon fortkrochen.

Nach einigen wenigen oder mehreren Minuten schwimmen die jungen *Dimoerien* plötzlich mit einer gewaltigen ruckartigen Bewegung aus dem Wirth in das umgebende Wasser heraus, wobei sie die birnenförmige Gestalt und die sonstigen Merkmale, welche am Anfang des Entwickelungsvorgangs beschrieben waren, annehmen.

Die eben aus dem *Rotator* herausgeschwommenen Geisselthiere besitzen die Fähigkeit, einen neuen gelähmten Wirth sofort zu befallen und den ganzen Entwickelungsvorgang von neuem anzuschlagen. Die Zahl und Grösse der Geisselthiere ist sehr verschieden. Sie ist dem Grad des Wachsthums der *Dimoerien* proportional.

Somit ist der Entwickelungsgang, den die *Dimoerien* im Inneren der *Rotatorien* oder anderer Wirthe durchmachen, beendet.

Der ganze Vorgang von dem Augenblicke ab, wo die Geisselthiere in ein Thier einzudringen beginnen, bis zu der Zeit, wo die neue Nachkommenschaft aus der Cystenhülle in das umgebende Wasser gelangt, dauert 29 bis 31 Stunden und manchmal auch länger.

Diese Zeitdauer wird ebenfalls durch die schon bei der Zeitdauer der Fütterung erwähnten zwei wichtigen Factoren beeinflusst:

1. Durch die Zahl der Geisselthiere, welche in ein Thier eindringen,

2. Durch den Reichthum und die Art der Gewebe, welche die *Dimoerien* angreifen.

Bevor ich die Schilderung dieses Vorgangs abschliesse, möchte

ich noch den Grad des Wachsthums der *Dimoerien* angeben und einiges über ihre Gestalten, nachdem sie den Flagellatenzustand verlassen haben, hinzufügen.

Wir haben vorhin gesehen, wie klein die einen Wirth befallenden Flagellaten sind. Die unten folgenden Zahlen werden die von mir beobachteten, infolge der Nahrungsaufnahme entstandenen Extreme des Wachstums illustrieren.

Die Zahlen selbst kommen von den Messungen her, welche in einem der späteren Stadien unternommen waren, wo die Anwesenheit einer Hülle keinem Zweifel mehr unterliegen konnte, und demgemäss auch keine Möglichkeit der Gestaltsänderung vorhanden war.

Die grössten der Körper, welche sich mit allen Geweben, ausgenommen den Dotterstock ernährt haben, maassen:

selten	0,042 *mm* in der Länge und	0,0264 *mm* in der Breite,
	0,0385 *mm* „ „ „ „	0.0242 *mm* „ „ „
durchschnit.	0,0286 *mm* „ „ „ „	0,0154 *mm* „ „ „

die kleinsten: 0,0066 *mm* in der Länge und in der Breite.

Die Länge der grössten Körper, welche sich mit dem Dotterstock ernährt haben, betrug öfters 0,0462 *mm*, die Breite 0,0176 *mm*; die Länge und die Breite der kleinsten betrugen ungefähr 0,0176 *mm*.

Die Gestalten der *Dimoerien*, welche vom Stadium 3 an bis zum Ende des Entwickelungsprozesses unverändert bleiben, sind recht mannigfaltig. Dieses letztere bezieht sich speciell auf diejenigen Körper, welche sich mit allen Arten der Gewebe, ausgenommen den Dotterstock der *Rotatorien*, ernährt haben. Sie sind meistentheils mehr oder weniger regelmässig kuglig, dann oval und schliesslich ganz unregelmässig, amöboid. Die Körper, welche sich mit dem Dotterstock ernährt haben, sind meistentheils recht regelmässig kugelig.

Ich gehe nun zu der Besprechung mancher Momente des eben geschilderten Vorgangs über.

Ich komme zunächst auf die bei der Besprechung des Stadiums 3 aufgeworfenen Fragen, welche die sich zu dieser Zeit im Inneren des *Demoerien*-Körpers abspielenden Aenderungen hervorrufen, zurück.

Um über den eigentlichen Charakter der Hülle, welche am Anfang der im Inneren des *Dimoerien*-Körpers in Stadium 3 stattfindenden Veränderungen sich abhebt, etwas Sicheres sagen zu können,

bedürfte man gewisser specifischer Reactionen, mit derer Hilfe es möglich wäre, die eben erwähnte Hülle mit derjenigen, welche in den nächstfolgenden Entwickelungsstadien wahrnehmbar ist, vergleichend zu prüfen.

Dass die uns aus den späteren Stadien (vom Ende des 4-ten bis zum Schluss des Entwickelungsprozesses) her bekannte Hülle eine echte, dem Charakter nach der Cystenmembran entsprechende Hülle ist, ergiebt sich erstens daraus, dass man vom Ende des Stadium 4 an bis zum Zerfall des Protoplasmas um die *Dimoerien*-Körper am Leben einen doppelten Contour beobachten kann, und zweitens aus den Bildern, welche uns das letzte Entwickelungsstadium (6) darbietet, nämlich — wo man die junge Brut sich innerhalb der Cyste bewegen und schliesslich diese letztere aufplatzen sehen kann.

Wenn wir dann die Bilder, welche nach der Regentienbehandlung entstehen, von dem Stadium 3 an bis zum Ende des Entwickelungsprozesses vergleichend in Betracht ziehen, so sehen wir, dass diejenige Hülle des *Dimoerien*-Körpers, welche in späteren Stadien vom Ende des 4-ten an wahrnembar ist, sich völlig gleich derjenigen darstellt, welche im Stadium 3 zum Vorschein kommt.

Diesen Beobachtungen gemäss bin ich geneigt anzunehmen, dass von Anfang an, schon im Stadium 3, eine Cystenhülle von Protoplasma ausgeschieden worden war.

Wenn dem so ist, dann müssten wir uns das Zustandekommen der Sonderung im Inneren des *Dimoerien*-Körpers ungefähr auf folgende Weise denken. Von dem Körper der *Dimoerien*, nachdem sie sich ernährt haben, hebe sich frühzeitig eine Cystenhülle allmählich ab. Gleichzeitig damit geschehe der Ortswechsel des Kernes. Nachdem die Cystenhülle sich gebildet hatte, würde der Kern mitsammt der inneren Masse — dem eigentlichen Körper — an einen Punkt der Oberfläche der Hülle näher geschoben. Er würde sich dann von dem Körper ablösen und dicht unter die Hülle zu liegen kommen. Gleichzeitig müsste auch das Protoplasma (in Form der sich rosa färbenden Körnchen) aus dem eigentlichen Körper, wenn auch anfangs in einer sehr spärlichen Menge, austreten, sich zunächst um den Kern sammeln und dann unter der Oberfläche der Cyste allmählich immer weiter ausbreiten.

Aus der eben erörteten Frage entwickelt sich ferner eine andere, die mit der ersteren innigst verbunden ist und deren Beantwortung von einer prinzipiellen Bedeutung sein könnte, nämlich —

ob die äussere Schicht des *Dimoerien*-Körpers, wo der Kern zu liegen kommt und sich um ihn anfangs eine Protoplasmaverdickung bildet, und wo sich nachher der Fortpflanzungsprozess abspielt, alles ursprünglich im Körper vorhandene Protoplasma enthält, oder doch etwas vom Protoplasma auch in dem inneren Theil übrig bleibt?

Es erscheint wenig wahrscheinlich, besonders wenn man die Möglichkeit einer frühzeitigen Entstehung der Cystenhülle annimmt, dass die kleine Quantität Körnchen-Protoplasma, welches im Stadium 3 unter der Oberfläche der Hülle anfangs zum Vorschein kommt (Fig. 64, 65, 66), alles ursprünglich im Körper vorhandene Protoplasma sein sollte.

Endlich entsteht noch die Frage, wie die Erscheinung der Lageänderung des Kernes vor Beginn des Fortpflanzungsprozesses zu Stande kommt? Ist es eine active und einem bestimmten Zweck dienende Wanderung des Kernes, welche die Sonderung des Körpers in zwei functionell verschiedene Theile und somit die Verlegung des Fortpflanzungsprozesses auf eine bestimmte Partie desselben zur Aufgabe hat, oder wechselt der Kern seinen Ort rein passiv, indem er von dem Protoplasma mitgeschleppt wird.

Diese letztere Frage sowohl als auch die vorher besprochene lassen sich dann beantworten, wenn man über die Erscheinungen des Prozesses der Sonderung des Körpers selbst in's Klare kommt.

Wie wir es in der eben dargelegten Schilderung gesehen haben, gehört der Fortpflanzungsprozess, den die *Dimoerien* im Inneren eines Wirthes durchmachen, in die Kategorie der Sporenbildung oder Zerfalltheilung (Lang) hinein und ist der Conitomie (Haeckel) gleichbedeutend.

Was die Art der Kerntheilung anbetrifft, so sprechen manche Bilder, welche nach Reagentienbehandlung zum Vorschein kommen, entschieden für eine primitive Mitose.

In der Fig. 68 sehen wir z. B. eine wunderschöne Spindel, an der man die einzelnen Chromosomen beinahe zählen und die Spindelfäserchen deutlich unterscheiden kann.

Die Abbildungen 49 *i*, 72, 73, stellen uns ferner die schon auseinandergerückten Seitenplatten dar. Die Verbindungsfädchen sind nicht sichtbar.

Neben diesen Bildern kommen aber andere zum Vorschein welche vorderhand schwer verständlich sind (Fig. 67 *a, b, c, d, e, f* 49 *d, e, f, g*). Sie treten zu der Zeit auf, wo der Kern noch in Einzahl vorhanden und erst im Begriff ist, sich zu theilen. Diese Bilder zeigen die mannigfaltigsten Gestalten, worüber uns viel besser die eben angegebenen Figuren als Worte orientieren werden. Ich gehe daher nicht auf die nähere Beschreibung derselben ein.

Im allgemeinen könnte ich mir diese Bilder nicht anders erklären, als dass sie gewisse Umgestaltungen des sich zur Theilung anschickenden Kernes darstellen (Fig. 67 *a, b, c, d*). Nur eine Anzahl von diesen Bildern, wo der Kern sich in grössere, oft ausnahmsweise grosse Bläschen umwandelt, an deren Oberfläche sich stellenweise das Chromatin ansammelt, scheint mir nicht ganz normale Verhältnisse darzustellen (Fig. 49 *d, e, f, g;* 67 *e, f*), und zwar desto mehr, da ich derartige Bilder nur äusserst selten traf.

Einige Beobachtungen, die es mir am Leben zu machen gelang, könnten auch auf die Möglichkeit einer geschlechtlichen Fortpflanzung bei *Dimoerium hyalinum* hinweisen.

Wiederholt habe ich im Inneren eines und desselben *Rotators* einige verschiedene neben einander erscheinende Formen wahrnehmen können und zwar:

1. die *Dimoerien* im Ruhezustand, welche sich in den uns schon bekannten verschiedenen Stadien der Conitomie befanden;

2. folgende bewegliche Formen:

a. Die *Dimoerien* im Flagellatenzustand (Fig. 8).

b. Körper von derselben Gestalt, Grösse und Habitus, wie die eben erwähnten geisseltragenden *Dimoerien*, nur mit dem ganzen Körper der Länge nach zu zweien vereinigt. Die Geissel schien ein wenig stärker zu sein (Fig. 28).

c. Körper, deren Grösse der gesammten Grösse der vorhergehenden Form entsprach, wo man aber in der mittleren Linie des Körpers der Länge nach keine Furche mehr wahrnehmen konnte. Sie verhielten sich sonst den zwei vorhergehenden Formen ähnlich, nur ihre Geissel erschien entschieden stärker (Fig. 29).

d. endlich traten noch Formen zu Tage, welche bedeutend grösser als die eben beschriebenen waren, eine Birnengestalt zeigten, sich sonst im Habitus den vorigen Formen ganz ähnlich darstellten und eine sehr starke Geissel trugen.

Die Formen *c* und *d* erschienen mehr flach als *a* und *b*. Ihr Protoplasma stellte sich ähnlich wie bei *a* und *b* homogen dar, in dessen Innerem — mehr in der unteren Hälfte des Körpers — recht zahlreiche lichtbrechende Körnchen eingebettet lagen; die Grösse der letzteren schien mit der Grösse des ganzen Körpers zuzunehmen. Die Zunahme der Grösse der Geissel bei den Formen *b*, *c* und *d* kann den Gedanken erwecken, dass die Geisseln zweier Individuen auch miteinander verschmelzen.

Es gelang mir sehr leicht die Form *a* — die Flagellaten — aus dem *Rotator* und dem umgebenden Wasser zu entfernen, indem ich in dieses Wasser gelähmte *Rotatorien* hineinbrachte. Die Flagellaten verliessen den alten Wirth allmählich gänzlich, um die neu hineingebrachten *Rotatorien* zu befallen. Die übrigen Formen blieben in dem alten Wirth und bewegten sich weiter.

Während meiner Beobachtungen gelang es mir nur einige Male die eben geschilderten Formen zu treffen.

Daher war es mir leider bis jetzt nicht möglich, die weiteren Veränderungen an den Formen *b*, *c* und *d* weiter zu verfolgen. Es scheint mir aber immerhin sehr plausibel, dass sie miteinander und mit der Form *a* in genetischem Zusammenhang stehen, — dass sie verschiedene aufeinanderfolgende Stadien einer Verschmelzung zweier geisseltragenden *Dimoerien* (Homogamie) darstellen, welche eine geschlechtliche Vermehrung (Amphigonie) zur Folge hätte.

Alles bis jetzt Gesagte hat uns mit *Dimoerium hyalinum*, während es sich in dem Flagellatenzustand und dann innerhalb eines Wirthes befindet, bekannt gemacht.

Nun möchte ich noch einige Beobachtungen besprechen, welche den Zweck hatten zu erforschen, was mit den geisseltragenden Dimoerien geschieht, wenn sie längere Zeit keine Gelegenheit finden, einen Wirth zu befallen.

Die eben aus dem Inneren des Wirthes als Geisselthiere herausgeschwommenen *Dimoerien* besitzen, wie ich schon vorher

erwähnt habe, die Fähigkeit, einen neuen gelähmten Wirth sofort anzugreifen und denselben Entwickelungsvorgang, aus dem sie selbst eben hervorgegangen sind, von neuem einzuleiten. Bis sich die Gelegenheit bietet, ein Thier anzugreifen, schwimmen sie im Wasser sehr lebhaft, wobei sie sich meistens gradlinig, pfeilartig bewegen.

Gemäss den Resultaten einer Reihe von Versuchen glaube ich annehmen zu müssen, dass die *Dimoerien* in dem eben besprochenen Zustand ungefähr 24 Stunden verbleiben und die Fähigkeit, einen Wirth zu befallen, behalten. Wenn sich aber inzwischen keine solche Gelegenheit gefunden hatte, unterliegen sie einer Umwandlung.

Diese letztere äussert sich zunächst in einer Aenderung der Bewegung und der Gestalt. Die geisseltragenden *Dimoerien* verlieren die lebhafte Bewegung und werden rundlich, stark glänzend und scheinbar unbeweglich — wie mittelst gewisser Pseudopodien im Wasser aufgehängt.

Man sieht sie in diesem Zustand meistens im Umkreis um den alten Wirth zahlreich versammelt.

Bei der Untersuchung mit stärkeren Vergrösserungen stellt sich folgendes heraus: Die kleinen *Dimoerien*-Körper zeigen meistens eine kuglige Gestalt. Sie wechseln den Ort selten, indem sie sich dann leise vorwärts schieben und ihre Gestalten dabei ein wenig zu ändern scheinen. Sie besitzen auch noch immer ihre Geissel, welche letztere entweder ruhig bleibt, oder sporadische kurze Bewegungen oder schliesslich eine eigentümliche, länger dauernde, schlängelnde Bewegung, welche sich auf die obere Hälfte der Geissel beschränkt, ausführt. Mit den sporadischen Bewegungen der Geissel sind auch kurz dauernde Bewegungen des ganzen Körpers verbunden, bei der länger dauernden schlängelnden Bewegung bleibt der Körper selbst fast immer unbeweglich.

Das Protoplasma der so veränderten *Dimoerien* verräth einen vacuolisierten Charakter. Im homogenen Plasma sieht man wieder die kleinen stark lichtbrechenden Körnchen. Im Inneren des Körpers glaubt man auch noch eine contractile Vacuole und gewisse aufgefressene fremde Körperchen zu gewahren (Fig. 31). Der Kern ist am Leben nicht sichtbar.

Oft habe ich die eben beschriebenen Körper paarweise vereinigt beobachten können. Die Art der Vereinigung machte den Eindruck, als ob siein einer Verschmelzung der

grössten Theile der Geissel der Länge nach bestehe (Fig. 30).

Wozu diese Art der Vereinigung mit der Zeit führen könnte, habe ich bis jetzt nicht verfolgt. Die auf obige Weise umgewandelten *Dimoerien* wachsen allmählich, wobei ihre Gestalten immer mehr einen amöboiden Charakter annehmen, der sich in Form immer deutlicher werdenden lappigen Pseudopodien äussert. Die Geissel ist aber immer noch sichtbar. Um den Grad des Wachsthums der umgewandelten geisseltragenden *Dimoerien* besser zu veranschaulichen, führe ich im Folgenden einige Zahlenangaben an.

Während die frei beweglichen, geisseltragenden eben aus einem Wirth herausgeschwommenen *Dimoerien* 0,0066 *mm* in der Länge und 0,0044 *mm* in der Breite, oder 0,0088 *mm* in der Länge und 0,0066 *mm* in der Breite maassen, betrug die Grösse der umgewandelten, geisseltragenden *Dimoerien* nach Verlauf von 2 Wochen meistentheils bis 0,0122 *mm* Länge und Breite.

Die geisseltragenden *Dimoerien* unterlagen der eben beschriebenen Umwandlung oft auch viel früher als nach ungefähr 24 Stunden. Ich habe öfters Gelegenheit gehabt zu beobachten, wie schon nach paar Stunden, nachdem sich der Entwickelungsprozess im Inneren der *Rotatorien* vollzogen hatte, sowohl im umgebenden Wasser als auch noch im Inneren des *Rotators* die sich schon als kuglige, glänzende, scheinbar unbewegliche Körperchen darstellenden *Dimoerien* in Massen auftraten. Daneben befanden sich im Wasser auch noch frei bewegliche Flagellaten. Die vorhin geschilderte Umwandlung der geisseltragenden *Dimoerien* nahm ungefähr 2 Wochen in Anspruch.

Ich stelle die charakteristischen Merkmale des *Dimoerium hyalinum* kurz zusammen. Es zeichnet sich durch raschen Wechsel seiner Zustände aus, indem es bald als ein Flagellat frei im Wasser lebt, oder — im Inneren eines Wirthes — bald amöboid wird, bald in den Ruhezustand übergeht. Der Ruhezustand ist stets mit dem Fortpflanzungsprozess verbunden. *Dimoerium hyalinum* ernährt sich halb parasitisch im Inneren eines Wirthes. Vor Beginn des Fortpflanzungsprozesses kommt eine Sonderung des Körpers in 2 functionell verschiedene Theile zu Stande: den äusseren, in welchem der Kern zu liegen kommt und in dem sich

nachher der Fortpflanzungsprozess abspielt, und den inneren, wo das Gefressene lagert und allmählich verdaut wird. Die Kerntheilung ist eine primitive mitotische.

Gemäss diesen charakteristischen Merkmalen des *Dimoerium hyalinum* lässt sich über seine systematische Stellung nichts Sicheres sagen.

Ich ziehe es daher vor, diese Art vorderhand abgesondert in dem Stamm der Protozoen stehen zu lassen.

III. ART.

Neben den zwei eben beschriebenen Arten habe ich im Inneren der *Rotatorien* auch noch eine dritte wahrgenommen.

Diese Art scheint zwei Formen zu haben.

Die 1. Form. Es sind kleine, rundliche, recht hyaline Körper, die sich meistens als Kügelchen darstellen. In ihrem Inneren, im Protoplasma, fallen vor allem gewisse verhältnismässig grosse oder auch kleinere Körperchen ins Auge, welche mehr oder weniger regelmässige Gestalten zeigen, ganz homogen und stark lichtbrechend erscheinen und entweder intensiv gelb oder viel schwächer gefärbt, ja auch farblos sind.

Diese Körperchen scheinen recht stark abgeplattet zu sein und stellen sich doppelt contouriert dar (Fig. 32 c. fl.). Ausserdem nimmt man in dem sonst homogenen Plasma spärliche, schwach lichtbrechende Körnchen wahr (Fig. 32 g.).

Der Kern ist am Leben gut wahrnembar, wenn er durch die gelben Körperchen nicht zugedeckt ist. Er stellt sich als ein Bläschen dar, in dessen Innerem ein Kernkörperchen liegt (Fig. 32 N). Die Körperchen der ersten Form scheinen das Vermögen, sich langsam vorwärts zu schieben, zu besitzen. Sie theilen sich mittelst der einfachen Durchschnürung in zwei (Fig. 33, 34). Aehnlich scheinen sich auch die grossen gelblichen Körperchen bei der Theilung des Körpers zu verhalten. Auch wird die gesammte Masse der kleineren gelblichen Körperchen recht genau zwischen zwei Tochterindividuen vertheilt.

Die 2. Form. Allen Beobachtungen nach scheint mir die erste Form sich in eine Amöbe umzuwandeln. Die Amöben scheinen im grossen und ganzen dieselbe Grösse, wie die erste Form, zu haben. In ihrem Inneren sieht man dasselbe homogene Plasma,

und in diesem dieselben schwach lichtbrechenden Körnchen, und endlich denselben bläschenartigen Kern wieder (Fig. 35. 36). Nur ist es allerdings eigenthümlich, dass im Protoplasma der zweiten Form die gelblichen Körperchen nicht mehr wahrnehmbar sind. Sie können aber vielleicht vor der Umwandlung des Körpers in eine Amöbe ausgestossen oder irgendwie umgebildet worden sein.

Die Körper der zweiten Form können oft eine Zeit lang ruhig liegen. Dabei zeigen sie eine birnenförmige Gestalt. Dann beginnen sie sich wieder zu bewegen. Ihre Bewegung ist recht lebhaft; sie zeichnet sich durch raschen Wechsel im Ausstrecken der Pseudopodien aus.

Die eben angeführten Beobachtungen sind ungenügend, um die dritte Art der von mir aufgefundenen Protozoen der II Gruppe systematisch bestimmen zu können.

Zum Schluss möchte ich noch die parasitische Natur der von mir beobachteten Protozoen-Formen etwas näher erörtern.

Wie ich es schon vorher durch entsprechende Versuche bewiesen habe, zerfallen diese letzteren in zwei prinzipiell verschiedene Gruppen.

Die Formen der ersten Gruppe greifen die lebendigen *Rotatorien* an und bringen diese allmählich zum Tode.

Die Formen der zweiten Gruppe dringen dagegen in das Innere der im Sterben begriffenen Thiere hinein.

Die Formen der zweiten Gruppe sind nicht speciell für die *Rotatorien* charakteristisch: sie kommen auch im Inneren anderer Thiere vor, sobald der Tod derselben ihnen den Zutritt ermöglicht. Durch künstliche Lähmung wird man jedenfalls die Zahl der Wirthe, in welchen die Formen der zweiten Gruppe schmarotzen, sehr stark erweitern können. Ich glaube ferner, die Formen der zweiten Gruppe nicht in die Reihe echter Parasiten hinstellen zu dürfen: sie benutzen nur jede Gelegenheit, um sich mit dem Inhalt eines todten Thieres zu ernähren und vielleicht die übrig gebliebene Haut — wie z. B. bei den *Rotatorien* den

Panzer — als ein Schutzgehäuse zum Vollbringen ihres Entwickelungsprozesses zu verwerthen. Mann kann sie also nur als facultative Parasiten bezeichnen.

Verzeichnis der citierten Literatur.

1. Bertram. Beiträge zur Kenntnis der Sarcosporidien nebst einem Anhang über parasitische Schläuche in der Leibeshöhle von *Rotatorien.* Zool. Jahrb. Abt. f. Anat. und Ontogenie. Bd. 5. $^3/_4$ Heft.
2. Dr. Ch. G. Ehrenberg. Die Infusionsthierchen als vollkommene Organismen. Leipzig, 1838. (Taf. LXIII, Fig. V, 3.).
3. R. Hertwig und E. Lesser. Ueber Rhizopoden und denselben nahestehende Organismen. Morphologische Studien. Archiv für mikr. Anat. Band X. Suppl. 1874.
4. Leydig. Ueber den Bau und die systematische Stellung der Räderthiere. Anhang (p. 117). Ueber Parasiten der Wimperkrebse. Z. f. wiss. Zoologie. Bd. 6.
5. Nowakowski L. Beitrag zur Kenntnis der Chytridiaceen. Beiträge zur Biologie der Pflanzen. Bd. II, p. 77.
6. Weisse v. Leydig.

Erklärung der Abbildungen.

Die Abbildungen sind fast ausschliesslich mit Hilfe des neuen Zeiss'schen Zeichenapparates und bei Anwendung der homog. Immersion ($^1/_{12}$ Reichert) und des Comp.-Oculars VIII (Zeiss) entworfen. Die Ausnahmefälle werden gelegentlich speciell erwähnt.

Gemeinsame Bezeichnungen.

N — Kern.
g — Zellkörnchen.
g. col. — gefärbte Granulationen.
ctr. v. — contractile Vacuole.
p. ext. — der äussere } Theil des Körpers.
p. int. — der innere }
m — Hülle.
p. — aufgefressene Gewebsstücke.
p. nucl. — aufgefressene Kerne aus den Geweben eines Wirthes.
Vit. Dotterscheibchen aus dem Dotterstock der *Rotatorien.*
c. fl. — gelbliche Körperchen.
r — die aus den Resten des Gewebes eines Wirthes und aus den Bacterien entstehende gallertige Masse.
c Fremdkörper.
O — Organ.
r. p. int. Rest des inneren Theiles.
m. g. — Körnchen an der Oberfläche der Hülle.

TAFEL I

Endophrys Rotatoriorum.

Am Leben.

Figur 1. Ein Individuum im Inneren eines *Rotators* mitten in der aus den Resten des Gewebes und aus den Bacterien entstehenden gallertigen Masse (*r*). Gezeichnet bei Anwendung des Object. 8 a (Reichert), des Comp.-Ocul. VI (Zeiss) und des Zeiss'schen Zeichenapparates.

Figur 2. Dasselbe Individuum gezeichnet bei Anwendung der oben angegebenen stärkeren Vergrösserung. Von den aufgefressenen Gewebsstücken sind nunmehr einige wenige sichtbar *(p)*; die übrigen sind schon verdaut.

Figur 3. Ein Individuum, welches viel aufgefressen hat.

Figur 4. Ein encystiertes Individuum. Im Innern sind 2 Kerne sichtbar. *m. 1* — die eigentliche, *m. 2.* — die zweite Hülle.

Figur 5. Ein encystiertes Individuum. Der Inhalt der Cyste ist in mehrere Theilstücke zerfallen.

Figur 6 *a, b, c, d, e.* Verschiedenartige Gestalten der Pseudopodien. Skizzen [1]).

TAFEL II.

Dimoerium hyalinum.

Am Leben.

Figur 7. Panzer von *Brachionus urceolaris* erfüllt mit den sich in verschiedenen Entwickelungszuständen befindenden *Dimoerien.*

Figur 8. *Dimoerium hyalinum* im Flagellatenzustand. Eine Skizze. Die Vergrösserung entspricht Object. 8 a (Reichert) und Comp.-Ocul. VIII.

Figur 9. Die nächstfolgende Umgestaltung des *Dimoerium hyalinum,* welche beim Eindringen in einen Wirth stattfindet. Eine Skizze. Die Vergrösserung entspricht der eben angegebenen.

Figur 10 *a, b, c, d, e, f.* Ein Beispiel, wie einzelne *Dimoerien* ein Organ befallen. Skizzen. Die Vergrösserung entspricht der vorher angegebenen.

Figur 11. Einige *Dimoerien*, welche den Dotterstock der *Rotatorien* verzehren. Eine Skizze. Die Vergrösserung entspricht 8 a (Reichert) Comp.-Ocul. VI. (Zeiss).

Figuren 12 *a, b, c.* Einige schon theilweise gefütterte *Dimoerien,* während sie die Pseudopodien ausstrecken. Skizzen. Die Vergrösserung entspricht der eben angegebenen.

Figuren 13 *a, b, c. Dimoerium hyalinum*, während es sich mittelst des Pseudopodiums der inneren Wand des Panzers des *Rotators* zu nähern sucht. Skizzen. Die Vergrösserung entspricht Object. 8 a (Reichert), Ocul. II (Reichert).

Figuren 14, 15. Zwei schon stark gewachsene *Dimoerien,* welche sich mit verschiedenen Geweben ernährt haben, ausgenommen den Dotterstock der *Rotatorien.*

[1]) Die Skizzen sind frei nach der Natur (ohne Zeichenapparat) gezeichnet.

Figur 16. Ein wesentlich gewachsenes Individuum, welches sich ausschliesslich mit dem Dotterstock der *Rotatorien* ernährt hat.

Figur 17. Ein *Dimoerium*, welches ebenfalls ausschliesslich vom Dotterstock der *Rotatorien* gefressen hat, und in welchem die Sonderung des Körpers in den äusseren und inneren Theil schon stattgefunden hat. Der Kern in dem äusseren Theile hat sich schon einmal getheilt.

Figuren 18, 19, 20. Weitere Entwickelungsstadien des *Dimoerium hyalinum*, wo der Kern sich successive in mehrere Tochterkerne theilt, der äussere Theil immer gleichmässiger dicker wird und der innere sich allmählich verkleinert.

Figuren 21, 22. Die Kerntheilung geht zu Ende, der innere Theil wird immer kleiner.

Figuren 23, 24. Der äussere Theil des *Dimoerium*-Körpers zerfällt in so viele Theilstücke, wie Tochterkerne vorhanden waren.

Figur 25. Die aus der Cystenhülle eben herausgekrochenen jungen *Dimoerien*-Körper.

Figur 26. Eine fast ganz ausgeleerte Cyste. Im Inneren dieser letzteren ist noch ein übrig gebliebenes junges *Dimoerium* und der Rest des inneren Theiles sichtbar.

Figur 27. Ein oben aus der Cystenhülle herausgekommenes junges *Dimoerium*- welches anfängt sich kriechend zu bewegen. Die Geissel ist schon wahrnehmbar.

Figuren 28, 29. Wahrscheinlich Verschmelzungs-Zustände des *Dimoerium hyalinum*.

Figuren 30, 31. Umgewandelte *Dimoerien*-Körper nachdem sie keine Gelegenheit gefunden hatten, einen Wirth zu befallen.

Die III Art der parasitischen Protozoen.

Am Leben.

Figuren 32, 33, 34. Die 1 Form der III Art. 33, 34. — Theilungszustände. Figuren 35, 36 — Die 2 Form der III Art.

TAFEL III.

Dimoerium hyalinum.

Bei Anwendung der intravitalen Färbung.

Figur 37 *a*, *b*, *c*, *d*. Einige Individuen, welche gefärbtes Gewebe der *Rotatorien* zu fressen anfangen. Skizzen. Die Vergrösserung entspricht ungefähr homog. Immer. ($^1/_{12}$) Ocul. II (Reichert).

Figur 38. Ein Individuum, in welchem die Abhebung einer Hülle — im optischen Durchschnitt — einen homogenen farblosen Zone zum Vorschein kommt.

Figur 39. Ein Individuum, in welchem die Sonderung in den äusseren und inneren Theil schon stattgefunden hat. In dem äusseren Theil hat sich der Kern schon einmal getheilt.

Figuren 40, 41. Weitere Vermehrung des Kernes, wobei der äussere homogene Ring immer gleichmässiger dicker wird.

Figuren 42, 43. Abgabe der Stoffe in gefärbtem Zustande von Seite des inneren Theiles an den äusseren.

Figuren 44, 45. Die jungen eben aus dem Fortpflanzungsprozess hervorgegangenen *Dimoerien*, welche sich noch innerhalb der Cystenhülle befinden.

Nach der Reagentienbehandlung.

Figur 46. *Dimoerium hyalinum* im Flagellatenzustand.

Figuren 47, 48. Die schon erheblich gewachsenen Individnen, in welchen aber noch keine Gewebstheile sichtbar sind.

Figur 49 *a*. Ein kleines geisseltragendes *Dimoerium*, sehr schwach gewachsen, wo noch keine Sonderung des Körpers in den äusseren und inneren Theil wahrzunehmen ist.

Figuren 49 *b* und *c*. Ebenso schwach gewachsene Körper, wo die Sonderung des Körpers in den äusseren und inneren Theil schon stattgefunden hat. In Fig. 49 *b* tritt auch die Hülle deutlich zu Tage.

Figuren 49 *d, e, f, g*. Aehnliche *Dimoerien*-Körper. Der Kern zeigt verschiedene Umgestaltungen, welche vielleicht die Theilung desselben vorbereiten.

Figuren 49 *h* und *i*. Aehnlich schwach gewachsene *Dimoerien*. Der Kern theilt sich durch primitive Mitosis in zwei.

Figur 49 *j*. Ein ähnlich kleines Individuum, dessen Inhalt sich in zwei getheilt hat.

Figur 50. Zwei fressende und schon wesentlich gewachsene *Dimoerien*. Ihre (amöboide) Gestalten verlieren sich in den Resten *(r)* der Gewebe ihres Wirthes.

Figur 51. Ein gefüttertes *Dimoerium hyalinum*, welches sehr zahlreiche Kerne aus dem aufgefressenen Gewebe enthält

Figuren 52, 53, 54, 55, 57, 58. Abhebung einer Hülle um die *Dimoerien*-Körper. Der Contour tritt entweder in jedem seiner Theile deutlich auf (Fig. 52, 53), oder er wird theilweise durch die aus den Resten des Gewebes und aus den Bacterien entstandene gallertige Masse zugedeckt. Der Kern befindet sich noch aller Wahrscheinlichkeit nach in dem inneren, gefärbten Theile des Körpers.

Figuren 56, 59, 60. Die *Dimoerien*-Körper, in welchen der Kern sich noch entweder innerhalb der inneren gefärbten Masse des Körpers oder an deren Oberfläche befindet und im letzteren Falle vielleicht schon mit der inneren Oberfläche der Hülle in Verbindung steht (Fig. 59, 60).

Figur 61. Ein Individuum mit deutlicher Hülle, wo man die gefärbte Innenmasse mit der Seite, wo sich der Kern befindet, der inneren Oberfläche der Hülle genähert sieht.

Figuren 62, 63. Die *Dimoerien*-Körper, in welchen der Contour der Hülle noch einheitlich und homogen erscheint, und der Kern sich dicht unter demselben befindet. Der Kern stellt sich entweder als mehr compacte oder in kleine Chromatinbröckchen zerfallene, länglich gestaltete Masse dar.

Figuren 64, 65, 66. Zwei *Dimoerien*-Körper, bei welchen der Contour der Hülle aus äusserst feinen Körnchen besteht. Der Kern gewinnt seine typische Gestalt — eines Bläschens — allmählich wieder.

Figur 67. Die Sonderung des Körpers in den äusseren und inneren Theil ist schon zu Stande gekommen. Der Kern zeigt seinen typischen Bau.

Figuren 67 *a, b, c, d, e, f.* Bilder, welche verschiedene Umgestaltungen des Kernes darstellen, bevor er sich zu theilen anfängt.

Figur 68. Der Kern befindet sich in Theilung.

Figuren 69, 70. Die erste Theilung des Kernes in zwei. In Fig. 70 ist der zweite Kern nicht sichtbar. Er liegt unter dem inneren Theil des Körpers.

Figuren 71, 72, 73. Weitere successive Theilungen des Kernes. Der äussere Theil wird immer gleichmässiger dicker.

Figuren 74, 75, 78. Zerfall des äusseren Theiles der *Dimoerien*-Körper in so viel Bruchstücke, wie Tochterkerne vorhanden waren. Fig. 74 — im Profil, 75, 78 — von der Oberfläche gesehen.

Figuren 76, 77. Zerfall des äusseren Theiles in mehrere Bruchstücke, welcher aber wahrscheinlich unter dem Einfluss der Reagentien etwas frühzeitig zu Stande gekommen ist.

Endophrys Rotatoriorum.

Nach der Reagentienbehandlung.

Figur 79 Ein fressendes Individuum.

Figur 80. Ein anderes Individuum, in welchem die aufgefressenen Gewebsstücke fast sämmtlich verdaut worden sind.

---

39. M. F. Karliński présente le travail de M. K. SZULC: **Grady w Galicyi.** ***(Hagelschläge in Galizien).*** *(Sur les grêles en Galicie).*

Der Verfasser berechnete die Hagelschläge in Galizien nach dem Materiale der Jahre 188!—1898, welches in den Berichten der physiographischen Commission der Akad. d. Wiss. in Krakau zu finden ist. Dieses Material beruht hauptsächlich auf den durch die Krakauer Versicherungsgesellschaft gelieferten Angaben, und deshalb konnte man erwarten, dass manche Gegenden, in welchen weniger versichert wird, ungenau dargestellt wurden. Es betrifft dies besonders die Gebirgsgegenden, welche in vorliegender Bearbeitung nur zu den am wenigsten vom Hagel getroffenen Ortschaften gezählt werden konnten.

Es wurden nicht nur alle Hagelfälle im allgemeinen, sondern im besondern auch diejenigen berechnet, welche sich auf die grösseren Hagelschläge beziehen, von denen ein jeder mehr, als 30 Ortschaften betraf. Die vorliegenden Berechnungen wurden nach den Gerichtsbezirken (welche eine durchschnittliche Oberfläche von ca. 400 km^2 besitzen) ausgeführt und zwar mit der Reduction der Endresultate zur gleichen Oberfläche von 100 km^2 in jedem Bezirke. Die auf diese Weise entstandenen relativen Zahlen der

Hagelfälle schwanken zwischen 0·4 und 62·9 in den einzelnen Bezirken (für das ganze Land 14·5), und deshalb hat der Verfasser alle Bezirke in 6 Gruppen getheilt. Die Lage dieser 6 Gruppen ist auf einer beigelegten Karte Galiziens dargestellt. Dazu sind 14 Tabellen beigefügt, welche für jede Gruppe und das ganze Land in jedem Jahre und in jedem Monate enthalten: die Zahl der Hagelfälle, die Zahl der Hageltage, welche durchschnittlich auf einen Hageltag entfallen, das durchschnittliche Datum des ersten und des letzten Hagelfalles (jährlich), die Zahl der getroffenen einzelnen Ortschaften (auch jährlich); dazu noch die grossen Hagelschläge nach ihrem Datum und nach der Zahl der getroffenen Ortschaften.

Das ganze bearbeitete Material enthält im allgemeinen 11470 Hagelfälle, die in 862 Hageltagen und in 3830 Ortschaften vorgekommen sind. 89·4% aller dieser Ortschaften wurden je 1—6 mal, 9·2% je 7—15 mal und 1·4% mehr als 15 mal im ganzen Zeitraume 1881—98 vom Hagel getroffen. Die meisten Hagelfälle sind im östlichen Landestheile vorgekommen. Es wurden folgende Werthe gefunden:

	Oberfläche	Zahl der Hagelfälle			
		Absol.	relat. auf 100 km²	durchschnittlich auf eine getroffene Ortschaft	durchschnittlich auf einen Hageltag
Östlicher Theil	43·8%	65·4%	21·8	3·8	11·4
Westlicher „	56·2%	34·6%	9·0	2·1	6·9
Das ganze Land	100·0%	100·0%	14·5	3·1	13·2

Es sind im ganzen Lande 86 grosse Hagelschläge vorgekommen, die 6759 Ortschaften getroffen haben. Von dieser Zahl hat ausschliesslich der östliche Theil 19 Hagelschläge und 1516 Ortschaften d. i. 22·4%; ausschliesslich der westliche Theil 8 Hagelschläge und 480 Ortschaften d. i. 7·1%; die Anzahl solcher Hagelschläge, von denen ein jeder Ortschaften in den beiden Landestheilen getroffen hat, war 59 und die Zahl der dazu gehörenden Ortschaften 4763 d. i. 70·5%.

Die am meisten vom Hagel getroffenen Gruppen, d. i. die Gruppen I—III liegen grösstentheils im östlichen Landestheile, zu welchem 90·6% der gesammten Oberfläche dieser drei Gruppen

gehörten; von der Oberfläche der Gruppen IV—VI liegen im östlichen Landestheile 36·2%. Zu den drei ersten Gruppen gehören 28·9% der Oberfläche des östlichen Landestheiles, 2·3% des westlichen Theiles und 13·9% des ganzen Landes.

Im ganzen betrachteten Zeitraume fallen die Maxima der Hagelfälle auf die Jahre: 1890 (1205), 1891 (1527) und 1898 (805), die Minima auf die Jahre: 1886 (403) und 1892 (339). In den früheren Jahren waren die Hagelgefahr-Minima i. d. J. 1870 und 1878. Die 3 Jahre der Minima der Hagelfälle 1870, 1886 und 1892 entsprechen beinahe den Jahren der vorgekommenen Sonnenflecken-Maxima 1870, 1883 und 1893.

In der jährlichen Periode zeigen die Hagelfälle das Maximum im Juni und dann im Juli (im Juni etwas mehr als im Juli, zusammen über 70%), viel weniger im Mai und August; dasselbe gilt auch von den Hageltagen. Dementsprechend ist der Zeitraum der häufigsten Hagelfälle in Galizien etwas beschränkt im Vergleiche z. B. mit Bayern oder mit Sachsen, wo das erste Maximum schon im Mai und das zweite im Juli zur Geltung kommt.

Im Juni und Juli fallen die Tage der häufigsten Hagelfälle auf Ende Juni und Anfang Juli und dann auf die dritte Woche des Juli.

Was die grossen Hagelschläge betrifft, so ist die Zahl der Hagelfälle derselben, als % der gesammten Zahl aller Hagelfälle überhaupt berechnet, beinahe in allen 6 Gruppen gleich (für das ganze Land ist dieses % 58·9). Die meisten grossen Hagelschläge fallen auf die Gruppen I—IV (zusammen 62·3%) und auf die Monate Juni und Juli (am meisten Ende Juni und Anfang Juli).

---

40. **Sprawozdania Komisyi fizyograficznej.** ***(Comptes rendus de la Commission de physiographie, vol. XXXV. p. XXXIX et 398).*** *(Berichte der physiographischen Commission, Bd. XXXV, S. XXXIX u. 398).*

I. Theil: *Materialien der meteorologischen Section.*

II. Theil: *Materialien der zoologischen und botanischen Section.*

a) R. GUTWIŃSKI. **Glony Suchy i Makowa.** ***(Ueber die Algen von Sucha und Maków).*** *(Sur les Algues des environs de Sucha et de Maków).*

Es ist — so zu sagen — eine Ergänzung der Abhandlung „Wykaz glonów zebranych w okolicy Wadowic — Makowa“ (Cfr.

Ber. d. phys. Com. d. Ak. d. W., B. XXXII, Krakau 1897) desselben Verfassers, in welcher nur 120 Species aus den Städtchen Sucha und Maków aufgewiesen wurden. Der Verf. untersuchte deshalb während der Monate Juli und August 1897 die obgenannten Städtchen sammt ihrer nächsten Umgebung in Hinsicht auf Algen und fand 174 Species.

In dieser Zahl giebt es 111 Species, die bis jetzt aus der Umgebung von Sucha und Maków nicht bekannt waren; so wächst die Gesammtanzahl der die Flora dieser Städtchen bildenden Algen auf 231 Species an. Als charakteristisch für die obgenannte Flora hebt der Verf. den Mangel der Gattungen: *Xanthidium, Micrasterias, Sphaerozosma, Spirotaenia* und *Docidium*, wie auch die auffallende Armuth an *Cyanophyceen* hervor und zählt alle in diesen Ortschaften aufgefundenen Algen in systematischer Folge auf.

b) R. GUTWIŃSKI. **Materyały do flory śluzowców Galicyi** *(Myxomycetes).* ***(Materialien zur Flora der Schleimpilze von Galizien).*** *(Matériaux pour servir à la flore des myxomycètes de la Galicie).*

In der Abhandlung werden die in einigen Ortschaften Galiziens in d. J. 1885—1899, wie auch in Karlsbad im J. 1898. gelegentlich gesammelten Schleimpilze aufgezählt und zwar: *Physarum nefroideum* Rostaf., welches bis jetzt nur aus der Umgebung von Lemberg bekannt war, *Fuligo varians* Som., *Stemonitis dictyospora* Rostaf. (bis jetzt nur aus der Umgebung von Krakau angegeben), *Comatricha typhina* (Roth), *Tubulina cylindrica* (Bull.), *Cribraria aurantiaca* Schrad., *vulgaris* Schrad. und *argillacea* Pers., *Hemiarcyria rubiformis* (Pers.) und *clavata* (Pers.), *Arcyrella incarnata* Pers., *nutans* (Bull.); *Lycogala epidendrum* Bux. und *flavo-fusca* (Ehrenb).

Die als *Hemiarcyria rubiformis* vom Verf. bezeichnete Species weicht von der typischen Form (Cfr. Rostafiński, Monografia śluzowców pag. 262. Nr. 147.) durch die mit kleinen Wärzchen bedeckten Sporen ab. Deshalb unterscheidet d. Verf. zwei Varietäten dieser Species: *a) glabra* und *b) aspera*. Auch die als *Arcyrella nutans* bezeichnete Species besitzt kleinwarzige Sporen; das Capillitium derselben Species zeigt ausser den typischen Verdickungen und Stacheln auch Verdickungen, die ein Netz bilden, welches dem bei *Ar. dictyonema* Rostaf. und *Ar. inermis* Racib. vorkommenden Netze ähnlich ist. Dagegen zeigten alle Exemplare

von *Lycogala epidendrum* Bux., welche Verf. untersucht hatte, ganz glatte Sporen, wie es Rostafiński und J. Schroeter angeben, während M. Raciborski (Hedwigia 1887) behauptet, dass diese Species anders gestaltete Sporen besitzt.

c) F. SCHILLE. **Fauna lepidopterologiczna doliny Popradu i jego dopływów. Część IV.** ***(Die Lepidopterenfauna des Popradthales und dessen Zuflüsse. IV. Theil).*** *(La faune des lépidoptères de la vallée du Poprad et de ses affluents. 4-e mémoire).*

Als Ergänzung seines im XXX Bande der Berichte der physiographischen Commission publicierten Verzeichnisses führt der Verf. folgende, seit 1894 zumeist im Popradthale gesammelte Macrolepidopteren auf:

Pieris daplidice L., *Lycaena argiolus* L., *Vanessa levana* L., *Melitaea aurelia* Nick., *Argynnis niobe* L., *Erebia aethiops v. leucotaenia* Stgr., *Pararge egeria* L., *Macroglosa bombyliformis* O., *Hepialus carna* Esp., *Zeuzera pyrina* L., *Heterogenea asella* Schiff., *Dasychira fascelina ab. laricis* Schille, *Agrotis fugax* Fr., *obelisca* Hb., *saucia* Hb., *nigricans* L., *Dianthoecia cucubali* Fuesl., *Ammoconia caecimacula* F., *Hadena lithoxylea* F., *Leucania turca* L. (Berge bei Sołotwina in Ostgalizien), *Caradrina quadripunctata* F. *ab.* (der v. *grisea* Ew. nahe), *Cucullia absinthi* L., *Plusia bractea* F., *Catocala promissa* Esp. (Słotwiner Berge, Ostgalizien), *Toxocampa craccae* F., *Helia calvaria* F. (Słotwiner Berge), *Zanclognatha tarsipennalis* Fr., *Bomolocha fontis* Thnb., *Iodis putata* L., *Acidalia bisetata* Hufn., *emarginata* L., *Abraxas grossulariata* L., *marginata* L. ab. *pollutaria* Hb., *Bapta temerata* Hb., *Numeria pulveraria* L., *Crocallis elinguaria* ab. *trapezaria* B., *Phasiane clathrata* L., *Odezia tibiale* Esp., *Cidaria taeniata* Stph., *turbata* Hb., *didymata* L., *incursata* Hb., *moluginata* Hb., *affinitata* v. *turbaria* Stph., *luteata* Schiff., *sordidata* ab. *infuscata* Stgr., *Eupithecia abietaria* Goeze, *scabiosata* Bkh., *subfulvata* Hw., *nepetata* Mab., *satyrata* ab *callunaria* Dbld., *virgaureata* Dbld., *assimilata* Gn.

Von Microlepidopteren fand d. Verf. im J. 1899 folgende für die Umgegend von Rytro neue Arten:

Scoparia ambigualis var. H. S. fig. 109, *Botys flavalis* Schiff., *Agrotera nemoralis* Sc., *Tortrix semialbana* Gn., *conwayana* F., *Olindia ulmana* Hb., *Cochylis zephyrana* Tr. var., der *scabidulana* sehr ähnlich, *schreibersiana* Froel., *Penthina variegana* Hb., *palustrana* Z.,

sauciana Hb., *oblongana* Hw., *Grapholitha cirsiana* Z., *gemmiferana* Tr., *expallidana* Hw., *nisella* Cl., *immundana* F., *Phthoroblastis germmana* Hbn., *Steganoptycha nigromaculana* Hw., *Phoxopteryx diminutana* Hw., *Scardia boleti* F., *Tinea parasitella* Hb., *Nemotois violellus* Z., *Argyresthia illuminatella* Z., *Plutella dalella* Stt., *Bryotropha terrella* v. *lutescens*, *Depressaria flavella* Hb., *laterella* Schiff., *douglasella* Stt. *pulcherrimella* Stt., *Gelechia infernalis* HS., *Nannodia Eppelsheimi*, *Anacampsis coronillella* Tr. var. (ausgezeichnet durch das gelbe Mittelglied der Palpen). *Ornix carpinella* Frey., *Coleophora taeniipennella* HS., *Chauliodus illigerellus* Hb., *Butalis chenopodiella* Hb., *Elachista disertella* HS., *exactella* HS., *Reuttiana* Frey.. *Lithocolletis froelichiella* Z., *Bucculatrix crataegi* Z.. *Platyptilia nemoralis* var. *isodactyla* Graaf.

d) E. NIEZABITOWSKI. **Materyały do fauny złotek** *(Chrysididae)* **Galicyi.** (***Beitrag zur Kenntnis der Goldwespen Galiziens).*** *(Matériaux pour servir à la faune des Chrysides de la Galicie).*

Verfasser giebt ein Verzeichnis von 40 Goldwespen-Arten, welche in Galizien theils von ihm selbst, theils vom Prof. Dr. A. Wierzejski, Prof. Wlad. Kulczyński und Prof. B. Kotula gesammelt wurden. Neu für Galizien sind 20 Arten; von denselben verdienen etwa folgende hervorgehoben zu werden: *Ellampus bidens* Schck. Podolien; *Holopyga curvata* Mocs., Podolien und Tatra-Gebirge; *Holopyga fervida* Ab., Bukowina; *Holopyga sculpturata* Mocs.; *Hedychrum caerulescens* Schuck. Lemberg; *Hedychrum Szaboi* Mocs.; *Chrysogona pumila* Mocs.; *Chrysis dichroa* Dahlb.; *Chrysis incrassata* Spin.. Podolien; *Chrysis pulchella* Spin.. Bukowina; *Chrysis succincta* L. var. *bicolor* Lep.; *Chrysis sybarita* Först.

Dem Verzeichnisse geht eine kurze Schilderung der Lebensweise der Goldwespen voran.

e) E. NIEZABITOWSKI. **Przyczynek do fauny kręgowców Galicyi.** (***Beitrag zur Kenntnis der Wirbelthierfauna Galiziens).*** *(Contribution à la faune des animaux vertébrés de la Galicie).*

Im ersten Theile dieser Arbeit giebt der Verfasser ein Verzeichnis der von ihm in der Umgebung des Dorfes Głęboka bei Chyrów im Zeitraume von 13 Jahren beobachteten Wirbelthiere. Diesem Verzeichnisse geht eine kurze Schilderung dieser Gegend voran. Im Ganzen wurden vom Verfasser 178 Arten aufgefunden,

darunter 31 Säugethiere, 121 Vögel, 5 Reptilien, 7 Amphibien und 14 Fische.

Neu für Galizien ist nur eine Art und zwar *Agricola agrestis* L.

Der zweite Theil dieser Arbeit umfasst Beobachtungen des Verfassers über Thiere, insbesonders Säugethiere (Fledermäuse, Spitzmäuse und Nager), die in der Gefangenschaft gehalten wurden.

f) M. RYBIŃSKI. **Trechus fontinalis n. sp.**

g) ST. SMRECZYŃSKI. **Przyczynek do fauny galicyjskich szarańczaków.** ***(Beitrag zur Kenntnis der Orthopterenfauna Galiziens).*** *(Contribution à la faune des Orthoptères de la Galicie).*

Der Verfasser fand im Grossherzogthum Krakau 36 Orthopteren-Arten; darunter sind 9 Arten neu für dieses Gebiet (*Chrysochraon brachypterus* Ocsk., *Stenobothrus nigromaculatus* Herr. Schäffer, *St. apricarius* L., *vagans* Fieb., *St. bicolor* Charp., *Leptophyes albovittata* Kollar, *Xiphidium dorsale* Latr., *Thamnotrizon cinereus* L., *Platycleis brachyptera* L.) und 2 neu für Galizien (*Stenobothrus nigromaculatus* Herr. Schäffer und *St. vagans* Fieb.).

Im Anhange giebt der Verfasser ein Verzeichnis von 23 Arten, die er im Juli 1900 im Bezirk Neu Sandec, und von 16 Arten, die er während eines Ausfluges am 11. October 1900 in Kłaj bei Niepołomice gesammelt hat.

g) ST. KLEMENSIEWICZ. **O nowych i mało znanych gatunkach motyli fauny galicyjskiej. Przyczynek drugi.** ***(Ueber neue und wenig bekannte Arten der galizischen Schmetterlingsfauna. 2-ter Beitrag).*** *(Lépidoptères de la Galicie, nouveaux ou peu connus. 2-me supplément).*

Diese Arbeit liefert einen weiteren Beitrag zur Kenntnis der in Galizien vorkommenden Schmetterlinge, namentlich Microlepidopteren mit besonderer Berücksichtigung der für die Fauna Galiziens neuen sowie wenig bekannten Formen. Viele morphologische und biologische Beobachtungen vervollständigen das systematisch geordnete Verzeichnis der Arten. Die Einleitung enthält unter anderem eine Zusammenstellung der neuesten einschlägigen Litteratur. Als neu für die Fauna Galiziens werden 17 Formen angegeben: *Polyommatus dorilis* Hufn. *v. orientalis* Stgr., *Psilura monacha* L. *ab. eremita* O., *Agrotis tritici* L. *ab. eruta* Hb., *Boarmia cinctaria* Schiff. S. V.

ab., Lithostege griseata Schiff. S. V. *ab. infuscata* Ev., *Psamotis pulveralis* Hb., *Crambus deliellus* Hb. *ab. unicolorellus, Hypochalcia ahenella* Zk. *ab. luridella* Schl., *Cochylis smeathmanniana* F. *ab. stachydana* H. S., *Incurvaria intermediella* Hein., *Depressaria ocellana* F. *ab. fumata, Gelechia lugubrella* F., *Cleodora anthemidella* Hein., *Ypsolophus marginellus* F., *Coleophora Clypeiferella* Hoffm., *Elachista rudectella* Stt., *Nepticula decentella* H. S.

Als neu werden drei Formen beschrieben: *Boarmia cinctaria* Schiff. S. V. *ab. „Unicolor, albicans, alae vix pulverulentae, absque umbra media, lineis distincte nigris, prima solum geminata, lunulis mediis alarum anteriorum dilutioribus, non obscure cinctis, posteriorum absentibus“*. Dieselbe dürfte durch den fehlenden Mittelmond eine Art Uebergang zur *ab. consimilaria* Dup. bilden.

Crambus deliellus Hb. *ab. unicolorellus. „Alae anteriores omnino pallide stramineae, absque signatura fusca“.* Zwei gleich gefärbte ♂♂.

Depressaria ocellana F. *ab. fumata. „Alis anter. saturate fumatis, maculis obscuris marginis anter. distinctis“.*

Von besonders interessanten Arten seien noch erwähnt:

Polyommatus dispar Hw. *v. rutilus* Wernb., ein zu Hause gezogenes ♀, welches durch bedeutende Dimension (nahezu 21 mm. Vorderflügellänge) sowie die ungewöhnlich grossen schwarzen Flecken der Stammform sehr nahe kommt; *Sesia ichneumoniformis* F.; *Acidalia nemoraria* Hb., *Rhacodia caudana* F. *ab emargana* F.; *Grapholitha cosmophorana* Tr.; *Diplodoma marginepunctella* Stph.; *Xysmatodoma melanella* Hw.; *Gelechia lentiginosella* Z.; *G. maculatella* Hb.; *Gonia pudorina* WK.; *Harpella bracteella* L.; *Oegoconia quadripuncta* Hw.; *Gracilaria rufipennella* Hb.; *Coleophora conspicuella* Z.; *Elachista obscurella* Stt.; *Oxyptilus leonuri* Stange, dessen Raupe und Puppe sammt Lebensweise ausführlich beschrieben werden.

---

41. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Le Secrétaire dépose sur le bureau les dernières publications de la Classe:

„Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne, Tom V“. *(Matériaux anthropologiques, archéologiques et ethnographiques, vol.*

V., 8-o, p. IX, 93 et 272; 15 planches et 18 gravures). — (Anthropologisch-archeologische und ethnographische Materialien, Bd. V., 8-o, S. IX, 93 et 272; mit 15 Tafeln und 18 Abbild).

„Atlas geologiczny Galicyi — tekst do zeszytu IX". *(Atlas géologique de la Galicie — fascicule IX, texte explicatif, 8-o, p. 165). (Geologischer Atlas von Galizien — Text zum Heft IX., 8-o, S. 165).*

„Atlas geologiczny Galicyi, zeszyt XIII, mapy i tekst". *(Atlas géologique de la Galicie, XIII fascicule, 3 cartes et texte explicatif, 8-o, p. 55). — (Geologischer Atlas von Galizien, XIII Heft mit Karten und Text, 8-o, S. 55).*

A. Beck. „Zjawiska elektryczne w rdzeniu pacierzowym". *(Les phénomènes électriques dans la moelle épinière, 8-o, p. 62). — (Die elektrischen Erscheinungen im Rückenmarke, 8-o, S. 62).*

L. Birkenmajer. „O stosunkach temperatury głębokich jezior tatrzańskich w różnych głębokościach i różnych porach roku". *(Lois de la distribution et des changements périodiques de la température dans les profonds lacs de la Tatra, à diverses profondeurs, 8-o, p. 228). — (Gesetze der Vertheilung der Temperatur in den grossen Tatra-Seen, in verschiedenen Tiefen und Jahreszeiten, 8-o, S. 228).*

T. Browicz. „Czy kanaliki żółciowe międzykomórkowe mają własne ścianki". *(Les conduits biliaires intercellulaires ont-ils des parois propres, 8-o, p. 11). — (Haben die intercellulären Gallengänge eigene Wandungen, 8-o, S. 11).*

T. Browicz. „O budowie naczyń włoskowatych krwionośnych i ich stosunku do komórek wątrobnych". *(Structure des vaisseaux sanguins intralobulaires et leur rapport avec cellules hépatiques, 8-o, p. 12). — (Bau der intraacinösen Blutcapillaren und ihr Verhältniss zu den Leberzellen, 8-o S. 12).*

T. Browicz. „O pochodzeniu substancyi skrobiowatej". *(De la provenance de la substance amyloïde, 8-o, p. 21). — (Ueber die Herkunft der amyloiden Substanz, 8-o, S. 21).*

S. Niementowski. „O homologach alizaryny, hystaryzyny i chinizaryny". *(Sur les homologues de l'alizarine, hystazarine et quinizarine, 8-o, p. 15). — (Ueber neue Homologe des Alizarins, Hystazarins und Chinizarins, 8-o, S. 15).*

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem.-przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.

Kraków, 1901. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

30 Listopada 1901.

PUBLICATIONS DE L'ACADÉMIE
1873—1900

Librairie de la Société anonyme polonaise
(Spółka wydawnicza polska)
à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« (*Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires*), in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« (*Classe de philologie. Séances et travaux*), in 8-vo, volumes II—XXXI (vol. I épuisé). — 238 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« (*Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux*), in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XL (vol. I. II. XIV épuisés, 61 pl.) — 250 k.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« (*Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne*), in 4-to, vol. I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). — 77 k.

»Sprawozdania komisyi językowej.« (*Comptes rendus de la Commission de linguistique*), in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« (*Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne*), in 8-vo, 10 vol. — 57 k.

Corpus antiquissimorum poetarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 4 k. Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski 6 k. Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed J. Pelczar. 3 c. — Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzów polskich.« (*Bibliothèque des auteurs polonais du XVI et XVII siècle*), in 8-vo, 38 livr. 40 k. 40 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed Piekosiński. 20 k. — Vol. II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A. Sokołowski et J. Szujski; A. Lewicki. 32 k. — Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. — Vol. IV, Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. — Vol. V, VII, Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński. 20 k. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 10 k. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408—1530) ed. B. Ulanowski. 10 k. — Vol. XV, Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol. II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski. 6 k. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński: 6 k. — Vol VII, X, XIV, XVII Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 14 k. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski 4 k. — Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed V. Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 156 k.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546—1553. 10 k. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674, ed. Kluczycki. 20 k. —

Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (ex archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674–1683 ed. Waliszewski. 30 k. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525–1558 ed. Zakrzewski et Hipler 30 k. — Vol. VI, Acta Regis Ioannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 10 k. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507–1795 ed. Piekosiński. 40 k. Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 10 c. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576–1586 ed. Polkowski. 6 k.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III—VI. — 102 k.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I, in 8-vo. — 15 k.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *Anciens monuments du droit polonais* in 4-to, vol. II—X. — 72 k.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 12 k. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 6 k. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507–1531 ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VII, Acta expedition. bellic. ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 12 k. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374–1400 ed. Ulanowski. 16 k. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405–1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647–1765. 6 k. — Vol. X, p. 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 2 k.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 8 k.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *Mémoires*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches, vol. I épuisé). — 170 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« *Séances et travaux*, in 8-vo, 33 vol. (241 planches). — 273 k.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *Comptes rendus de la Commission de physiographie*, in 8-vo, 29 volumes (III. VI — XXXIII, 59 planches, vol. I. II. IV. V épuisés). — 234 k. 50 h.

»Atlas geologiczny Galicyi.« *Atlas géologique de la Galicie*, in fol., 7 livraisons (35 planches) (à suivre). — 58 k.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *Comptes rendus de la Commission d'anthropologie*, in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 125 k.

»Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« (*Matériaux anthropologiques, archéologiques et ethnographiques*), in 8-vo, vol. I—III, (25 planches, 10 cartes et 60 gravures). — 20 k.

Świętek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« (*Les populations riveraines de la Raba en Galicie*), in 8-vo, 1894. — 8 k. **Górski K.**, »Historya piechoty polskiej« (*Histoire de l'infanterie polonaise*), in 8-vo, 1893. — 5 k. 20 h. »Historya jazdy polskiej« (*Histoire de la cavalerie polonaise*), in 8-vo, 1894. — 7 k. **Balzer O.**, »Genealogia Piastów.« (*Généalogie des Piasts*), in 4-to, 1896. — 20 k. **Finkel L.**, »Bibliografia historyi polskiej.« (*Bibliographie de l'histoire de Pologne*) in 8-vo, vol. I et II p. 1—2, 1891—6. — 15 k. 60 h. **Dickstein S.**, »Hoene Wroński, jego życie i dzieła.« (*Hoëne Wroński, sa vie et ses oeuvres*), lex. 8-vo, 1896. — 8 k. **Federowski M.**, »Lud białoruski.« (*L'Ethnographie de la Russie Blanche*), in 8-vo, 1897. — 7. k.

»Rocznik Akademii.« (*Annuaire de l'Académie*, in 16-o, 1874—1898 25 vol. (1873 épuisé) — 30 k.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« (*Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888*), 8-vo, 1889. — 4 k.

12,229

N^R 8. 1901.

BULLETIN INTERNATIONAL DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES

NOVEMBRE

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1901.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ETE FONDEE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE :

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR : S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est le polonais; c'est dans cette langue que paraissent ses publications.

Le Bulletin international paraît tous les mois, à l'exception des mois de vacances (août, septembre). Il est publié en deux séries, dont la première est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie, et la seconde aux travaux de la Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles. Chaque série contient les procès-verbaux des séances ainsi que les résumés des mémoires et les communications présentés à l'Académie.

Le prix de l'abonnement est 6 k. = 8 fr.
Séparément les livraisons se vendent à 80 h. = 90 centimes.

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem.-przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.

Kraków, 1901. - Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADEMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.

III. CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

Nº 8. Novembre 1901.

Sommaire: 42. M. L. MARCHLEWSKI: Éloge historique de Marceli Nencki.
43. M. J. RAJEWSKI. Sur les fonctions hypergéométriques d'ordre supérieur et sur les cas de dégénérescence de ces fonctions.
44. E. BANDROWSKI et A. PROKOPECZKO. Sur l'action de l'acide chlorhydrique sur le biphénylparazophénylène.
45. A. ROSNER. Sur la génèse de la grossesse gémellaire monochoriale.
46. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Séance du lundi 4. Novembre 1901.

PRESIDENCE DE M. F. KREUTZ.

42. Le président donne la parole à M. L. MARCHLEWSKI pour prononcer l'éloge historique de Marceli Nencki.

Marceli Nencki, den wir mit Stolz zu unseren Landsleuten und Mitgliedern zählen, wurde am 15. Januar im Jahre 1847 im Königreich Polen, im Kreise Sieradz, geboren. Das Gymnasium absolvierte er im Jahre 1863 in Piotrków. Durch die politischen Verhältnisse gezwungen, verlässt er im Herbst desselben Jahres das Land, um nach Krakau zu gehen, wo er die Universität in der Absicht bezog, sich philologischen Studien zu widmen. Im Sommersemester des nächsten Jahres siedelte er nach Jena über, wo er seine philologischen Studien fortsetzte. Die Zeit von 1865—1867 verweilt er als Student an der Universität Berlin, sich seinen ursprünglichen Studien widmend, um aber dann im Wintersemester des Jahres 1867 sich dem Studium der Medicin zuzuwenden. Drei Jahre darauf wurde er zum Doctor der Medicin promoviert. Sodann widmet er sich zwei Jahre dem Studium der Chemie im Laboratorium v. Baeyer's in Berlin. Hierauf geht er nach Bern als Assistent am Lehrstuhl der patologischen Anatomie, um sich daselbst bald zu habilitieren. Im Jahre 1878 wurde er zum Pro-

fessor der physiologischen Chemie ernannt. Im Jahre 1891 siedelte er nach St. Petersburg über, um die Leitung der chemischen Abtheilung im Institut für praktische Medicin zu übernehmen, eine Stelle, die er bis zu seinem Tode bekleidete.

In der kurzen mir zur Verfügung stehenden Zeit kann ich leider den Inhalt der glänzenden Arbeiten des verstorbenen Forschers nur in Kürze erwähnen. Eine erschöpfende Behandlung der von ihm erreichten Resultate würde die Zusammenfassung der Errungenschaften der modernen sog. physiologischen Chemie bedeuten. Es gab kein Thema auf diesem Gebiet, das er nicht gefördert hätte und zwar mit einem Geschick, einer Gründlichkeit und Umsicht, die Bewunderung erwecken müssen. Bereits seine Erstlingsarbeiten, die z. Th. gemeinschaftlich mit Otto Schulzen ausgeführt wurden, haben sich die grösste Anerkennung erworben. Eine derselben behandelte die Frage über Producte der Oxydation von aromatischen Kohlenwasserstoffen im thierischen Organismus, wobei das Resultat erhalten wurde, dass, kurz gesagt, der Oxydationsprocess ganz analog dem ausserhalb des Organismus studierten verläuft, dass aber die entstehenden Oxydationsproducte sofort mit anderen im Stoffwechsel auftretenden Körpern condensiert werden. So wird z. B. Toluol zu Benzoesäure oxydiert und in Verbindung mit Glycocoll als Hippursäure abgesondert. Aehnliches wurde bei den Versuchen mit Xylol und Mesytylen beobachtet. Bei der biologischen Oxydation des Cymols hatte Nencki schon damals eine auffallende Verschiedenheit in der Oxydierbarkeit der Seitenketten eines arom. Kohlenwasserstoffs beobachtet, dass nämlich die Propylgruppe leichter oxydiert wird als die Methylgruppe, wohingegen bei Oxydationen ausserhalb des Organismus das Entgegengesetzte beobachtet wurde.

In der zweiten erwähnten Arbeit stellte sich Nencki die Frage, aus welchen chem. Verbindungen der Harnstoff des Stoffwechsels enstehe, und beantwortete sie in glänzender Weise. Er fand, dass Säureamide zu dieser Umwandlung nicht fähig sind, und dass es die Aminosäuren sind, welche leicht in Harnstoff übergehen. Aus diesen experimentellen Ergebnissen entstanden dann die daraus entspringenden theoretisch so wichtigen Folgerungen, dass der vom thierischen Organismus assimilierte Stickstoff sich in der Nahrung in Form von Aminosäuren vorfindet, und dass die Eiweisskörper wahrscheinlich zur Gruppe von compl. Aminosäuren, bezw. Derivaten derselben

zu zählen sind. Sodann wandte sich Nencki dem Studium der Harnsäure zu und, obwohl es ihm nicht gelang, die Constitution derselben festzustellen, so haben doch diese Bestrebungen eine Fülle von wichtigen Resultaten zu Tage gefördert, nämlich die nähere Kenntnis des Guanidins, des Thioharnstoffs, einer neuen Körperclasse der Guanamine und der Rhodaninsäure. Das Verhalten verschiedener Kohlenwasserstoffe im Organismus wurde von Nencki's Schülern fortgesetzt, sowie auch das Studium der chem. Natur des Amyloids aufgenommen. Im Jahre 1874 wandte sich Nencki der vom biologischen Standpunkt aus wichtigsten Körperclasse zu, nämlich den Eiweisskörpern, und gerade diese bahnbrechenden Arbeiten sind es, denen zufolge die Geschichte den Namen Nencki's zu den verdienstvollsten zählen muss. Die von ihm zur Autklärung der Natur dieser Körper angewandte Methode war eingenartig und basierte hauptsächlich auf dem Studium der Zersetzungsproducte derselben bei Fäulnisprocessen, sowie auch deren Spaltungsproducten, die vom lebenden Organismus abgesondert werden. So fand er unter den Fäulnisproducten von Gelatine eine Base „Collidin", die sich als ω-Phenylaethylamin herausstellte, unter den des Eiweisses Isoleucin und Indol, in den Absonderungsproducten des Menschen Methylindol oder Skatol. Das Eiweissmolekel erwies sich hierbei als ein aus verschiedenartigsten Gebilden zusammengesetztes Molecül, unter denen drei Gruppen besonders in die Augen fallen, nämlich die Gruppe der p-Oxyphenylaminopropionsäure, der Phenylaminopropionsäure und der Skatolaminoessigsäure, welche bei der anaeroben Fäulnis unter Ammoniakabspaltung stickstofffreie Säuren liefern. Es liessen sich hierbei auch Verschiedenheiten in den stattfindenden Umwandlungen bemerken, je nach der Natur des studierten Proteinkörpers. Gelatine beispielsweise lieferte kein Indol oder Tyrosin, sondern nur Phenylaminopropionsäure. Ebenso wichtig waren Nencki's Studien in der Enzymchemie. Die oben skizzierten Resultate, die er beim Studium der Fäulnis von Eiweisstoffen erhielt, führten ihn zu der Annahme, dass die unter dem Einfluss von Bacterien erzielten Resultate in Wirklichkeit auf die von ihnen producierten Enzyme zurückzuführen seien. Besonders widmete er sich dem Studium der Wirkungen des Trypsins, und eine seiner letzten publicierten Arbeiten behandelte in meisterhafter Art das Pepsin. Durch das Studium der Zersetzung von Estern unter dem Einfluss von Trypsin kam er auf die Idee, zur localen Behandlung des Darmes Ver-

bindungen anzuwenden, die den Magen unzersetzt passieren und erst im Darm Zersetzung erfahren würden, um dort die specifische Wirkung zu entfalten. Diesen Bestrebungen verdankt die Therapie das noch heute vielseitig angewandte Salol. Das Studium der tryptischen Verdauung des Eiweisses hat später eine geistreiche Hypothese ins Leben gerufen, die die stoffliche Ursache der chemischen Verwandschaft des Chlorophylls mit Blutfarbstoff aufzuklären anstrebt. Dem Studium der Enzyme verdanken wir auch die Aussage Nencki's, dass die Verdauungsprocesse sich ohne Mithilfe von Bacterien abspielen können, eine Ansicht, die von Pasteur bekämpft wurde, die aber später durch von Nencki veranlasste Experimente vollauf bestätigt wurde.

Dass die Enzyme zur Gruppe der Proteide zu zählen sind, hat er gemeinschaftlich mit seiner Assistentin Frau Sieber klar gemacht. Er wies nach, dass Toxine durch Verdauungsferment unschädlich gemacht werden, indem sie in Toxosen und Toxeide umgewandelt werden, die den Albumosen und Peptonen an die Seite zu stellen sind. Die bereits erwähnte Arbeit über Pepsin, die ebenfalls in Gemeinschaft mit Frau Sieber ausgeführt wurde, enthält eine Fülle von neuen Thatsachen. Das Enzym wurde in einem Zustand der Reinheit erhalten, der wohl schwerlich zu übertreffen sein wird. Als Spaltungsproduct desselben unter dem Einfluss von Säuren wurden Nukleoproteid, Lecithin und eine Protose erhalten. Es besitzt nicht nur die Eigenschaft, Eiweisskörper zu hydrolysieren, sondern dieselben auch zu koagulieren. Chlor hat sich als ein constituierender Bestandtheil des Pepsin herausgestellt.

Neben den oben schon berührten synthetischen Arbeiten müssen noch andere Erwähnung finden. So die Condensationen von Phenolen mit Säuren bei Anwesenheit von Wasser entziehenden Mitteln (Resacetophenon, Resaurin, Phenacetein) von Chinolin und Chinaldin mit Chlorketonen, Oksyketonen und Aldehydsäuren, endlich die erste Synthese des Indigotins durch Oxydation des Indols mittels activen Sauerstoffs.

Zu seinen brillantesten, mehr rein physiologischen Studien gehören die in neuester Zeit gemachten, sich an eine seiner ersten Arbeiten anlehnenden, die die Auffindung der Zwischenstufe bei der Harnstoffbildung im Organismus zum Ziele hatten. Bereits vor 30 Jahren wies er darauf hin, dass bei der Spaltung der als Aminosäuren aufgefassten Eiweisstoffe carbaminsaures Ammonium

entstehen müsse, welches dann in Harnstoff übergehen könnte. Es gelang ihm jedoch damals nicht, diese Zwischenstufe im Organismus aufzufinden, und gegen die Richtigkeit der Annahme schien noch dazu der Umstand zu sprechen, dass carbaminsaures Ammon toxische Eigenschaften besitzt. Die Lösung des Räthsels gelang ihm gemeinschaftlich mit Pawlow. Dank dem Geschick des letztgenannten berühmten Physiologen gelang es bei Hunden durch Anlegung der Eck'schen Fistel die Leber aus dem Kreislauf auszuscheiden und bei den so operierten Thieren wurde dann im Harn reichlich carbaminsaures Ammonium aufgefunden. Eiweissnahrung erwies sich, wie zu erwarten war, in diesen Fällen geradezu giftig. Daraus wurde geschlossen, dass die Leber die Arbeit übernimmt, das primär gebildete carbaminsaure Ammon in Ammoniak umzuwandeln.

Ich gehe nun zur Besprechung von Arbeiten über, denen sich Nencki mit besonderer Liebe widmete, Studien, die er niemals aus dem Auge liess und die reich an Früchten waren. Es sind dies Studien, die sich auf einen der wichtigsten Bestandtheile der organisierten Welt beziehen, einen Bestandtheil, ohne den das Leben besonders höherer Thiere unmöglich wäre, nämlich das Blut. Der Gegenstand hatte für viele Forscher grossen Reiz, aber erst den Bestrebungen Nencki's haben wir es zu verdanken, dass die chem. Constitution des Blutfarbstoffs bald als aufgeklärt auzusehen sein wird. Dass es Nencki war, dem die Wissenschaft zu so grossem Danke verpflichtet ist, kann nicht wundern. Die Aufgabe war sehr schwer; auf Erfolg konnte nur ein Forscher rechnen, der an exactes Arbeiten gewöhnt ist, ein Forscher, dem die neuesten chemischen Forschungsmethoden vollständig geläufig waren, ein Forscher, der am Ausbau dieser Methoden selbst theilnehmen konnte. Nencki gehörte zu solchen Forschern. Die erste chemisch wichtige Beobachtung betreffs des Blutfarbstoffs wurde hier in Krakau gemacht, als Teichmann bewiesen hatte, dass der Farbstoff des Bluts unter dem Einfluss von Säuren in eine Eiweissubstanz und den eigentlichen Farbstoffträger, das Haemin gespalten wird. Nencki nahm neben anderen Forschern diese Beobachtung auf und bewies vor allem, dass das Haemin Teichmann's eine esterartige Verbindung ist, welche unter dem Einfluss von Alkalien verseift wird, und indem an Stelle z. B. des Chlors eine Hydroxylgruppe tritt. Die Zusammensetzung des Haemins wurde durch zahlreiche, mühevolle Analysen ermittelt und später eine ganze Reihe von Estern des Haematins dargestellt.

Aus dem Haemin gelang es Nencki sodann das Eisen vermittelst einer eleganten Reaction abzuscheiden und so zu einem der charakteristischsten Abkömmlinge des Haemoglobins zu gelangen, dessen Zusammensetzung verhältnismässig einfach ist, und dessen Constitutionbestimmung schon aus diesem Grunde auf Erfolg rechnen konnte. Ein neues Interesse gewann das Haematoporphyrin als von anderer Seite auf die grosse Aehnlichkeit desselben mit Phylloporphyrin, einem Abbauproducte des Chlorophylls hingewiesen wurde. Die Forscher, die die letztgenannten Beziehungen entdeckten, wiesen auf die grosse biologische Bedeutung dieser Thatsache hin und Nencki war in einer geistvollen Abhandlung imstande, auf die mögliche Ursache der nahen chemischen Verwandtschaft des Blutfarbstoffs und des Chlorophylls hinzuweisen. Er erinnerte an das von ihm näher studierte Proteinchrom, dessen Zusammensetzung an die des Haematoporphyrins erinnert, und dessen Muttersubstanz bei der tryptischen Verdauung des Eiweisses gebildet wird. Auf diese Beobachtungen gestützt schloss Nencki, dass das Eiweiss die Muttersubstanz für die Bildung des Blutfarbstoffs ist, welches unter dem Einfluss von theils synthetischen theils analytischen Vorgängen einen Complex bildet, den wir später im Blutfarbstoff wiederfinden. Da nun andererseits das pflanzliche Eiweiss dem thierischen sehr nahe steht, und die chemischen, in beiden Reichen verlaufenden Processe sich eher quantitativ als qualitativ unterscheiden, so müssen analoge Umwandlungen des Eiweisses auch zu analogen Endproducten führen. Nencki's Bestrebung war es nun' Haematoporphyrin in Phylloporphyrin umzuwandeln, um gar keine Zweifel über die Behauptung der oben erwähnten Forscher aufkommen zu lassen, und obwohl ihm diese Aufgabe nicht gelang, so haben die daraufhin gezielten Bestrebungen so wichtige Resultate ergeben, dass es ihm möglich war, die ersten Constitutionsformeln für Haematoporphyrin und Haematin aufzustellen. Durch Reduction des Haematoporphyrins gelangte er zunächst zum Mesoporphyrin und von diesem zu einer farblosen Substanz, für welche er es wahrscheinlich machte, dass sie Methyl-Propylpyrrol ist. Letzterer Körper oxydiert sich leicht unter Bildung von Urobilin. Die behauptete Verwandtschaft des Blutfarbstoffs mit dem Chlorophyll wurde dann endlich von Nencki gemeinschaftlich mit dem Verfasser dieser Zeilen dadurch endgiltig bewiesen, das Phyllocyanin in Haemopyrrol (Methyl-Propylpyrrol) umgewandelt werden konnte.

Diese flüchtige Aufzählung der Verdienste Nencki's um die Wissenschaft erschöpft natürlich auch nicht annähernd alles, was wir ihm wirklich verdanken. Indessen könnte auch eine sehr genaue chronologische Wiedergabe seiner Werke dieses Ziel nicht erreichen. Seine Errungenschaften werden auch für zukünftige Generationen in vielen Richtungen Pfadzeiger bei weiteren Forschungen sein, seine Ideen in den Wissenschaften fortleben. sein Einfluss fortbestehen. Dies ist die grösste Belohnung. die ein Forscher erhoffen darf. Nencki wird diese Belohnung in vollem Maase zutheil werden.

---

43. M. J. Puzyna présente le travail de M. J. RAJEWSKI: **O funkcyach hypergeometrycznych wyższego rzędu i ich przekształceniach.** ***(Ueber die hypergeometrischen Functionen höherer Ordnung und deren Degenerationen).*** *(Sur les fonctions hypergéométriques d'ordre supérieur et sur les cas de dégénérescence de ces fonctions).*

Thomé[1]) und Goursat[2]) haben bewiesen, dass eine hypergeometrische Reihe n^{ter} Ordnung:

$$F(\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n; \rho_2, \rho_3 \dots \rho_n; x) = 1 + \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2 \dots \alpha_n}{1 \cdot \rho_2 \dots \rho_n} x + \\ + \frac{\alpha_1(\alpha_1+1)}{1. \quad 2.} \frac{\alpha_2(\alpha_2+1) \dots \alpha_n(\alpha_n+1)}{\rho_2(\rho_2+1) \dots \rho_n(\rho_n+1)} x^2 + \dots \tag{1}$$

einer homogenen linearen Differentialgleichung n^{ter} Ordnung von der Form:

$$x^{n-1}(x-1)\frac{d^n y}{dx^n} + x^{n-2}(a_1 x - r_1)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \dots + x(a_{n-2}x - r_{n-2})\frac{d^2 y}{dx^2} + \\ + (a_{n-1}x - r_{n-1})\frac{dy}{dx} + a_n y = 0 \tag{2}$$

genügeleistet.

[1]) Thomé. Ueber die höheren hypergeometrischen Reihen. Math. Annalen Bd. 2.

[2]) Goursat. Mémoire sur les fonctions hypergéométriques d'ordre supérieur. Ann. de l'École Normale Ser. II t. XII.

L. Pochhammer[1]) hat die Coëfficienten $a_1, a_2 \dots a_n$, $r_1\ r_2 \dots r_{n-1}$, welche symmetrische Functionen der n Elemente $\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n$, beziehungsweise der $n-1$ Elemente $\rho_2\ \rho_3 \dots \rho_n$ sind. berechnet und hat gezeigt, dass ausser der Reihe $F(\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n; \rho_2 \dots \rho_n; x)$ noch $n-1$ andere hypergeometrische Reihen in der Umgebung des Punktes $x=0$ der Differentialgleichung (2) genügeleisten. Diese n Reihen können in der Form:

$$\begin{aligned} x^{1-\rho_r} F(\alpha_1 + 1-\rho_r, \alpha_2 + 1-\rho_r, \dots \alpha_n + 1-\rho_r; 2-\rho_r, \dots \rho_n + \\ + 1-\rho_r; x), r = 1, 2 \dots n, \rho_1 = 1 \end{aligned} \tag{3}$$

dargestellt werden.

Weiter hat Herr L. Pochhammer[2]) gezeigt, dass in der Umgebung des Punktes $x=\infty$ n folgende hypergeometrische Reihen der Differentialgleichung (2) genügeleisten:

$$\begin{aligned} x^{-\alpha_s} F(\alpha_s, \alpha_s + 1-\rho_2, \dots \alpha_s + 1-\rho_n; \alpha_s + 1-\alpha_1, \dots \\ \dots \alpha_s + 1-\alpha_n; x^{-1}), s = 1, 2 \dots n. \end{aligned} \tag{4}$$

Setzt man in der Differentialgleichung (2) $x=\dfrac{\zeta}{\alpha_n}$, $\alpha_n=\infty$, so entsteht die Differentialgleichung:

$$\begin{aligned} \zeta^{n-1} \frac{d^n y}{d\zeta^n} + \zeta^{n-2}(r_1-\zeta) \frac{dy^{n-1}}{d\zeta^{n-1}} + \zeta^{n-3}(r_2 - a_1'\zeta) \frac{d^{n-2}y}{d\zeta^{n-2}} + \dots \\ \dots + \zeta(r_{n-2} - a'_{n-3}\zeta) \frac{d^2y}{d\zeta^2} + (r_{n-1} - a'_{n-2}\zeta) \frac{dy}{d\zeta} - a'_{n-1}y = 0 \end{aligned} \tag{5}$$

Die Differentialgleichung (5) gehört nicht zu der Fuchs'schen Classe, und hat den Punkt $\zeta=\infty$ zum Punkte der Unbestimmtheit der Integrale.

Auch diese Differentialgleichung haben Goursat[3]) und L. Pochhammer[4]) behandelt; der letzte hat die Coëfficienten $a_1'\ a_2' \dots a'_{n-1}$, $r_1, r_2 \dots r_{n-1}$ berechnet, und die n Elemente der Integrale von

[1]) L. Pochhammer. Ueber die Differentialgleichung der allgemeinen hypergeometrischen Reihe mit zwei endlichen singulären Punkten. Crellés Journal. Bd. 102.

[2]) l. c.

[3]) Goursat l. c.

[4]) L. Pochhammer. Ueber eine Differentialgleichung n^{ter} Ordnung mit einem endlichen singulären Punkte. Crelles Journal Bd. 108. Siehe auch:

L. Pochhammer. Ueber die Differentialgleichung der allgemeinen F-reihe Math. Annalen Bd. 38.

der Umgebung des Punktes $x=0$ in der Form der beständig convergierenden Reihen:

$$\zeta^{1-\rho_r} F(\alpha_1 + 1-\rho_r, \alpha_2 + 1-\rho_r, \ldots \alpha_{n-1} + 1-\rho_r; 2-\rho_r, \ldots \rho_n + \\ + 1-\rho_r; \zeta), \ r = 1, 2, \ldots n \tag{6}$$

bestimmt.

Die zu dem Punkte $\zeta=\infty$ der Unbestimmtheit der Integrale der Differentialgleichung (2) gehörigen n assymptotischen Reihen findet man in diesem Berichte unter (33) und (33)′.

Setzt man in der Differentialgleichung (2) $x=\rho_n\zeta$, $\rho_n=\infty$, so erhält man die Differentialgleichung:

$$\zeta^n \frac{d^n y}{d\zeta^n} + \zeta^{n-2}(a_1\zeta-1)\frac{d^{n-1}y}{d\zeta^{n-1}} + \zeta^{n-3}(a_2\zeta-r_1')\frac{d^{n-2}y}{d\zeta^{n-2}} + \ldots \\ \ldots + \zeta(a_{n-2}\zeta-r'_{n-3})\frac{d^2y}{d\zeta^2} + (a_{n-1}\zeta-r'_{n-2})\frac{dy}{d\zeta} + a_n y = 0. \tag{7}$$

Die Coëfficienten a_1, $a_2 \ldots a_n$ sind dieselben, wie in der Differentialgleichung (2), und die Coëfficienten r_1', r_2', $\ldots r'_{n-2}$ sind symmetrische Functionen, welche auf dieselbe Weise aus $n-2$ Elementen $\rho_2\, \rho_3 \ldots \rho_{n-1}$ gebildet sind, wie die Coëfficienten a_1, $a_2 \ldots a_n$ aus n Elementen α_1, $\alpha_2 \ldots \alpha_n$. Auch diese Differentialgleichung gehört nicht zu der Fuchs'schen Classe, und $\zeta=0$ ist der Punkt der Unbestimmtheit der Integrale.

Die zu dem Punkte $\zeta=0$ der Unbestimmtheit der Integrale der Differentialgleichung (7) gehörigen assymptotischen Reihen findet man in diesem Berichte unter (50) und (51), das zu dem Punkte $\zeta=\infty$ gehörige Fundamentalsystem der Integrale unter (52).

Die Hauptaufgabe, welche sich der Verfasser in dieser Abhandlung stellte, war, im Falle der allgemeinen α und ρ, die zu dem Wege $(0\,\infty)$ der Integrale der Differentialgleichungen (2), (5) und (7) gehörigen Uebergangssubstitutionen zu bestimmen.

Da die zu den Punkten der Unbestimmtheit der Integrale der Differentialgleichungen (5) und (7) gehörigen assymptotischen Reihen, wie im folgenden bewiesen wird, sich mittelst der Uebergangssubstitutionen durch convergente Reihen darstellen lassen, so folgt daraus, dass eine divergente Reihe, welche der Differentialgleichung (5) oder (7) formal genügeleistet, ähnlich wie eine Reihe mit endlichem Convergenzbereiche eine analytische Function definiert.

Da jedoch eine divergente Reihe (oder eigentlich eine nur in

einem Punkte convergierende Reihe) der Natur der Sache nach nicht fortgesetzt werden kann, so bleibt als der einzige Weg zur Bestimmung der durch die divergente Reihe definierten analytischen Function ausserhalb des Convergenzpunktes der Reihe die Auffindung der zu den singulären Punkten der linearen Differentialgleichung (5) beziehungsweise (7) gehörigen Fundamentalsysteme der Integrale. Durch diese Integrale wird die durch diese Reihe definierte Function homogen und linear mit den aufgesuchten Substitutionscoëfficienten dargestellt.

Im ersten Abschnitte beschäftigt sich der Verfasser mit der hypergeometrischen Reihe mit 2n Elementen:

$$F(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n; \rho_2, \rho_3 \ldots \rho_n; x).$$

Setzt man: $\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\ldots(\alpha+\lambda-1)=\alpha_\lambda$, so erhält diese Reihe folgende Form:

$$(8)\quad F(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n; \rho_2, \rho_3 \ldots \rho_n; x)=\sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{\alpha_{1\lambda}\cdot\alpha_{2\lambda}\cdots\alpha_{n\lambda}}{1_\lambda\,\rho_{2\lambda}\cdots\rho_{n\lambda}}\cdot x^\lambda = \sum_{\lambda=0}^{\infty}\prod_{\mu=1}^{n}\frac{\alpha_{\mu\lambda}}{\rho_{\mu\lambda}}\cdot x^\lambda;\ \rho_1=1$$

Was das Symbol α_λ betrifft, so hat man:

$$(9)\quad \alpha_\lambda=\frac{\alpha_{\lambda+1}}{\alpha+\lambda};\quad \alpha_1=\alpha.\quad \alpha_0=1$$

$$(10)\quad \alpha_{-1}=\frac{1}{\alpha-1}=\frac{-1}{1-\alpha};\ \alpha_{-2}=\frac{(-1)^2}{1-\alpha_2},\ldots\ \alpha_{-\lambda}=\frac{(-1)^\lambda}{1-\alpha_\lambda}$$

$$(11)\quad 1_\lambda=\lambda!,\ 1_1=1,\ 1_0=1;\ 1_{-1}=\frac{1}{\varepsilon}.\ \varepsilon=0;\ 1_{-\lambda}=\frac{(-1)^{\lambda-1}}{1_{\lambda-1}\cdot\varepsilon},\ \varepsilon=0.$$

Weiter ist:

$$(12)\quad \alpha_\lambda=\frac{\Gamma(\alpha+\lambda)}{\Gamma(\alpha)};\ 1_\lambda=\Gamma(\lambda+1);\ \alpha_{-\alpha}=\frac{(-1)^\lambda}{1-\alpha_\lambda}=(-1)^\lambda\frac{\Gamma(1-\alpha)}{\Gamma(1-\alpha+\lambda)}$$

Ist α eine negative ganze Zahl, so ist:

$$(13)\quad \alpha_{-\alpha}=(-1)^{-\alpha}\,1_{-\alpha},\ \text{und für } \lambda>-\alpha:\ \alpha_\lambda=(-1)^{-\alpha}\,1_{-\alpha}\varepsilon.\,1_{\alpha+\lambda-1}\varepsilon=0.$$

Ist α eine positive ganze Zahl, so hat man:

$$(14)\quad \alpha_{-\alpha}=-\frac{1}{(1)_{\alpha-1}\varepsilon};\ \varepsilon=0;\ \text{für } \lambda>\alpha:\ \alpha_{-\lambda}=\frac{(-1)^{1-\alpha+\lambda}}{1_{\alpha-1}\,1_{\lambda-\alpha}\cdot\varepsilon},\ \varepsilon=0.$$

Angenommen, dass die Argumente $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_n; \rho_2, \rho_3 \ldots \rho_n$ in der unedlichen Reihe $F(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n; \rho_2, \rho_3, \ldots \rho_n; x)$ negative und ganze Zahlen sind, deren absolute Werte den Ungleichungen

$$\alpha_{r_1} < \rho_{s_1} < \alpha_{r_2} < \rho_{s_2} \cdots \alpha_{r_{n-1}} < \rho_{s_{n-1}} < \alpha_{r_n} \tag{15}$$

genügen, so bekommt man mit Rücksicht auf die Gleichungen (13) folgende Relation:

$$\begin{aligned} F(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n; \rho_2 \ldots \rho_n; x)_{0,\infty} &= F(\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_n; \rho_2 \ldots \rho_n; x)_{0,-\alpha_r} + \\ &+ C_1 x^{1-\rho_{s_1}} F(\alpha_1+1-\rho_{s_1}, \alpha_2+1-\rho_{s_1}, \ldots \alpha_n+1-\rho_{s_1}; 2-\rho_{s_1}, \ldots \rho_n+1-\rho_{s_1}; x)_{0,-(\alpha_{r_2}+1-\rho_{s_1})} \\ &+ C_2 x^{1-\rho_{s_2}} F(\alpha_1+1-\rho_{s_2}, \alpha_2+1-\rho_{s_2}, \ldots \alpha_n+1-\rho_{s_2}; 2-\rho_{s_2}, \ldots \rho_n+1-\rho_{s_2}; x)_{0,-(\alpha_{r_3}+1-\rho_{s_2})} \\ &\;\vdots \\ &+ C_{n-1} x^{1-\rho_{s_{n-1}}} F(\alpha_1+1-\rho_{s_{n-1}}, \alpha_2+1-\rho_{s_{n-1}}, \ldots \alpha_n+1-\rho_{s_{n-1}}; 2-\rho_{s_{n-1}}, \ldots \rho_n+1-\rho_{s_{n-1}}; x)_{0,-(\alpha_{r_n}+1-\rho_{s_{n-1}})} \end{aligned} \tag{16}$$

wo $C_1\ C_2, \ldots C_{n-1}$ beliebige Constanten, und $\alpha_{r_1}, \alpha_{r_2} \ldots \alpha_{r_n}; \rho_{s_1} \rho_{s_2} \ldots \rho_{s_{n-1}}$ eine Permutation der Zahlen $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n; \rho_2, \rho_3 \ldots \rho_n$ bedeuten.

Sind also die Argumente α und ρ ganze und negative Zahlen, welche die Bedingungen (15) erfüllen, so erhält man aus einer unendlichen Reihe $F(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n; \rho_2 \ldots \rho_n; x)$ n verschiedene Reihen, welche ganze und rationale Functionen sind, und welche sich nicht linear durch einander darstellen lassen. Diese Reihen bleiben auch dann von einander unabhängig, wenn diese Argumente allgemein sind und, keine der Differenzen $\rho_r - \rho_s$, für $r \neq s$ eine ganze Zahl ist. Diese n Reihen können also als ein Fundamentalsystem einer linearen Differentialgleichung n^{ter} Ordnung betrachtet werden.

Alle Reihen der Gleichung (16) rechts lassen sich in folgender Form darstellen:

$$\begin{aligned} x^{1-\rho_r} F(\alpha_1+1-\rho_r, \alpha_2+1-\rho_r, \ldots \alpha_n+1-\rho_r; 2-\rho_r, \ldots \rho_n+1-\rho_r; x) &= \\ = x^{1-\rho_r} \sum_{\lambda=0}^{\infty} \prod_{\mu=1}^{n} \frac{\alpha_\mu+1-\rho_r, \lambda \cdot x^\lambda}{\rho_\mu+1-\rho_r, \lambda} \quad r=1, 2, \ldots n, \ \rho_1 = 1 \end{aligned} \tag{17}$$

Betrachtet man die Reihe $F(\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_n; \rho_2, \ldots \rho_n; x)$ als Summe von $-\infty$ bis $+\infty$, und nimmt α_1 ganzzahlig und positiv an, so bekommt man mit Rücksicht auf die Gleichungen (14):

$$\begin{aligned} F(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n; \rho_2 \ldots \rho_n; x)_{-\infty,+\infty} &= F(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n; \rho_2 \ldots \rho_n; x)_{0,\infty} + \\ &+ C x^{-\alpha_1} F(\alpha_1, \alpha_1+1-\rho_2, \ldots \alpha_1+1-\rho_n; \alpha_1+1-\alpha_2, \ldots \alpha_1+1-\alpha_n; x^{-1})_{0,\infty} \end{aligned} \tag{18}$$

wo C eine beliebige Constante bedeutet.

Wenn man endlich in der Reihe: $x^{-\alpha_1} F(\alpha_1, \alpha_1 + 1 - \rho_2, \ldots \alpha_1 + 1 - \rho_n; \alpha_1 + 1 - \alpha_2, \ldots \alpha_1 + 1 - \alpha_n; x^{-1})_{0,\infty}$ die Argumente $\alpha_1, \alpha_1 + 1 - \rho_2, \ldots \alpha_1 + 1 - \rho_n; \alpha_1 + 1 - \alpha_2, \ldots \alpha_1 + 1 - \alpha_n$ ganzzahlig und negativ annimmt, welche noch die Bedingungen:

$$(19) \quad \begin{aligned} &\alpha_1 + 1 - \rho_{r_1} < \alpha_1 + 1 - \alpha_{s_1} < \alpha_1 + 1 - \rho_{r_2} < \alpha_1 + 1 - \alpha_{s_2} \ldots \\ &\ldots \alpha_1 + 1 - \rho_{r_{n-1}} < \alpha_1 + 1 - \alpha_{s_{n-1}} < \alpha_1 + 1 - \rho_{r_n}; \ \rho_1 = 1 \end{aligned}$$

erfüllen, so bekommt man:

$$\begin{aligned} (20) \quad & x^{-\alpha_1} F(\alpha_1, \alpha_1 + 1 - \rho_2, \ldots \alpha_1 + 1 - \rho_n; \alpha_1 + 1 - \alpha_2, \ldots \alpha_1 + 1 - \alpha_n; x^{-1})_{0,\infty} \\ = \ & x^{-\alpha_1} F(\alpha_1, \alpha_1 + 1 - \rho_2, \ldots \alpha_1 + 1 - \rho_n; \alpha_1 + 1 - \alpha_2, \ldots \alpha_1 + 1 - \alpha_n; x^{-1})_{0,-(\alpha_1 + 1 - \rho_{r_1})} + \\ + & C_1 x^{-\alpha_{s1}} F(\alpha_{s_1}, \alpha_{s_1} + 1 - \rho_2, \ldots \alpha_{s_1} + 1 - \rho_n; \alpha_{s_1} + 1 - \alpha_1, \ldots \alpha_{s_1} + 1 - \alpha_n; x^{-1})_{0,(\alpha_{s_1} + 1 - \rho_{r_2})} + \\ + & C_2 x^{-\alpha_{s2}} F(\alpha_{s_2}, \alpha_{s_2} + 1 - \rho_2, \ldots \alpha_{s_2} + 1 - \rho_n; \alpha_{s_2} + 1 - \alpha_1, \ldots \alpha_{s_2} + 1 - \alpha_n; x^{-1})_{0,(\alpha_{s2} + 1 - \rho_{r_3})} + \\ & \vdots \\ + & C_{n-1} x^{-\alpha_{sn-1}} F(\alpha_{s_{n-1}}, \alpha_{s_{n-1}} + 1 - \rho_2, \ldots \alpha_{s_{n-1}} + 1 - \rho_n; \alpha_{s_{n-1}} + 1 - \alpha_1, \ldots \alpha_{s_{n-1}} + 1 - \alpha_n; x^{-1})_{0,-(\alpha_{sn-1} + 1 - \rho_n)} \end{aligned}$$

wo $C_1, C_2, \ldots C_{n-1}$ beliebige Constanten bedeuten.

Die Reihen (20) rechts, welchen man folgende Form geben kann:

$$\begin{aligned} & x^{-\alpha_s} F(\alpha_s, \alpha_s + 1 - \rho_2, \ldots \alpha_s + 1 - \rho_n; \alpha_s + 1 - \alpha_1, \ldots \alpha_s + 1 - \alpha_n; x^{-1}) = \\ & = x^{-\alpha_s} \sum_{\lambda=0}^{\infty} \prod_{\mu=1}^{n} \frac{(\alpha_s + 1 - \rho_\mu)_\lambda}{(\alpha_s + 1 - \alpha_\mu)_\lambda} x^{-\lambda}, \quad \rho_1 = 1, \ s = 1, 2, \ldots n \end{aligned}$$

sind im Falle, wenn Argumente $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n; \rho_2, \rho_3 \ldots \rho_n$ die Bedingungen (19) erfüllen oder allgemein sind, und dabei keine der Differenzen $\alpha_r - \alpha_s$ für $\alpha_r \mid \alpha_s$ eine ganze Zahl ist, von einander unabhängig, und können als Elemente eines Fundamentalsystems der Integrale einer linearen Differentialgleichung n^{ter} Ordnung betrachtet werden.

Im zweiten Abschnitt beschäftigt sich der Verfasser mit den Uebergangssubstitutionen der Integrale der Differentialgleichung:

$$(2) \quad \begin{aligned} & x^{n-1}(x-1)\frac{d^n y}{dx^n} + x^{n-2}(a_1 x - r_1)\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots + x(a_{n-2} x - r_{n-2})\frac{d^2 y}{dx^2} + \\ & + (a_{n-1} x - r_{n-1})\frac{dy}{dx} + a_n y = 0 \end{aligned}$$

Das Fundamentalsystem der Integrale von der Umgebung des Punktes $x=0$ ist [1])

$$y_{or}=x^{1-\rho_r}\,F(\alpha_1+1-\rho_r,\alpha_2+1-\rho_r,\ldots\alpha_n+1-\rho_r;2-\rho_r,\ldots\rho_n+1-\rho_r;x)=$$

$$=x^{1-\rho_r}\sum_{\lambda}^{r}\prod_{\mu=1}^{n}\frac{\alpha_\mu+1-\rho_r\,\lambda}{\rho_\mu+1+\rho_r\,\lambda}\,x^{\lambda};\quad r=1.\ 2.\ \ldots\ n,\ \rho_1=1 \qquad (17)$$

und von der Umgebung des Punktes $x=\infty$

$$y_{\infty s}=x^{-\alpha_s}\,F(\alpha_s,\alpha_s+1-\rho_2,\ldots\alpha_s+1-\rho_n;\alpha_s+1-\alpha_1,\ldots\alpha_s+1-\alpha_n;x^{-1})=$$

$$=x^{-\alpha_s}\sum_{\lambda}^{r}\prod_{\mu=1}^{n}\frac{\alpha_s+1-\rho_\mu\,\lambda}{\alpha_s+1-\alpha_\mu\,\lambda}\,x^{-\lambda}.\quad \rho_1=1,\ s=1,\ 2,\ \ldots\ n. \qquad (21)$$

Um die zu dem Wege (0∞) gehörigen Uebergangssubstitutionen zu finden, setze man:

$$y_{or}=\sum_{s=1}^{n}a_{rs}\,y_{\infty s},\quad r=1,\ 2,\ \ldots\ n \qquad (22)$$

und

$$y_{\infty s}=\sum_{r=1}^{n}a'_{sr}\,y_{or},\quad s=1,\ 2,\ \ldots\ n. \qquad (23)$$

Ist $\alpha_z+1-\rho_r$ eine ganze und negative Zahl, dann ist das Integral y_{or} ein Product aus $x^{1-\rho_r}$ und einer ganzen rationalen Function, und das Integral $y_{\infty s}$ ist das Product aus $x^{-\alpha_s}$ und einer ganzen rationalen Function Die beiden Integrale unterscheiden sich nur durch constanten Factor. Es ist also:

$$y_{or}=a_{rs}\,y_{\infty s}\ \text{ und }\ y_{\infty s}=a'_{sr}\,y_{or}.$$

a_{rs} ist der Coëfficient des letzten Gliedes von y_{or}, während a'_{sr} der Coëfficient des letzten Gliedes von $y_{\infty s}$ ist.

Es ist:

$$a_{rs}=\prod_{\mu=1}^{n}\frac{\alpha_\mu+1-\rho_r\,{}_{-(\alpha_s+1-\rho_r)}}{\rho_\mu+1-\rho_r\,{}_{-(\alpha_s+1-\rho_r)}}$$

und:

$$a'_{sr}=\prod_{\mu}^{n}\frac{\alpha_s+1-\rho_\mu\,{}_{-(\alpha_s+1-\rho_r)}}{\alpha_s+1-\rho_\mu\,{}_{-(\alpha_s+1-\rho_r)}}$$

[1]) L. Pochhammer, l. c.

und wenn man die Gleichungen (12) berücksichtigt, so bekommt man:

$$(24)\qquad a_{rs}=e^{-\pi i(\alpha_s+1-\rho_r)}\prod_{\mu=1}^{n}{}'_{(s)}\frac{\Gamma(\alpha_\mu-\alpha_s)}{\Gamma(\alpha_\mu+1-\rho_r)}\prod_{\mu=1}^{n}{}'_{(r)}\frac{\Gamma(\rho_\mu+1-\rho_r)}{\Gamma(\rho_\mu-\alpha_s)},\quad \rho_1=1$$

und:

$$(25)\qquad a'_{sr}=e^{-\pi i(\alpha_s+1-\rho_r)}\prod_{\mu=1}^{n}{}'_{(r)}\frac{\Gamma(\rho_r-\rho_\mu)}{\Gamma(\alpha_s+1-\rho_\mu)}\prod_{\mu=1}^{n}{}'_{(s)}\frac{\Gamma(\alpha_s+1-\alpha_\mu)}{\Gamma(\rho_r-\alpha_\mu)},\quad \rho_1=1$$

Der Strich bei Π und der Buchstabe r beziehungsweise s in den Producten (24) und (25) haben daran zu erinnern, dass in diesen Producten $\mu \neq r$ beziehungsweise $\mu \neq s$ ist.

Die Substitutionscoëfficienten a_{rs} (22) und a'_{sr} in (23) müssen die Bedingung erfüllen, dass im Falle, wenn $\alpha_s+1-\rho_r$ eine negative ganze Zahl ist, alle Substitutionscoëfficienten $a_{r\sigma}$ für $\sigma \neq s$ gleich Null seien, und nur der Coëfficient a_{rs} den Wert (24) habe: ebenso müssen alle Substitutionscoëfficienten $a'_{s\tau}$ für $\tau \neq r$ in diesem Falle gleich Null sein, und nur der Coëfficient a'_{sr} den Wert (25) haben. Diese Bedingung wird jedenfalls erfüllt, wenn man allen Substitutionscoëfficienten a_{rs} $(r, s=1, 2, \ldots n)$ die Form (24) und allen Substitutionscoëfficienten a'_{sr} die Form (25) giebt. Man kann sonst die Substitutionscoëfficienten a'_{sr} aus a_{rs} berechnen. Bezeichne man die Substitutionsdeterminante

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

mit D und die zu dem Elemente a_{rs} gehörige Unterdeterminante mit A_{rs}, so kann man durch Folgerung von n auf $n+1$ folgende Beziehungen beweisen:

$$(26)\quad D=e^{\pi i\left(\sum_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu+n-\sum_{\mu=1}^{n}\rho_\mu\right)}\frac{\prod(\rho_\mu-\rho_\nu)}{\prod(\alpha_\mu-\alpha_\nu)},\ \rho_1=1,\ \mu<\nu,\ (\mu,\nu=1,2,\ldots n)$$

und

$$A_{rs}=(-1)^{r+s}e^{-\pi i\left(\sum_{\mu=1}^{n}{}'^{s}\alpha_\mu+n-1-\sum_{\mu=1}^{n}{}'^{r}\rho_\mu\right)}\prod_{\mu=1}^{n}{}'_{(r)}\frac{\Gamma(\rho_r+1-\rho_\mu)}{\Gamma(\alpha_s+1-\rho_\mu)}\prod_{\mu=1}^{n}{}'_{(s)}\frac{\Gamma(\alpha_s-\alpha_\mu)}{\Gamma(\rho_r-\rho_\mu)}\cdot$$

$$(27)\qquad\cdot\frac{\prod'_{(r)}(\rho_\mu-\rho_\nu)}{\prod'_{(s)}(\alpha_\mu-\alpha_\nu)},\quad \begin{matrix}\rho_1=1\\ \mu<\nu\\ (\mu,\nu=1,2,\ldots n)\end{matrix}$$

Wenn man jetzt a'_{sr} auf Grund der Relation $a'_{sr} = \frac{A_{rs}}{D}$ berechnet, so erhält man für a'_{sr} die Form (25).

Wir haben also die zu dem Wege (0∞) gehörigen Uebergangssubstitutionen:

$$S = \begin{vmatrix} a_{11}, a_{12} \dots a_{1n} \\ a_{21}, a_{22} \dots a_{2n} \\ . \quad . \quad . \\ a_{n1}, a_{n2} \dots a_{nn} \end{vmatrix} \text{ und } S^{-1} = \begin{vmatrix} a'_{11}, a'_{12} \dots a'_{1n} \\ a'_{21}, a'_{22} \dots a'_{2n} \\ . \quad . \quad . \\ a'_{n1}, a'_{n2} \dots a'_{nn} \end{vmatrix} \tag{28}$$

daneben die Substitution:

$$\Omega = \begin{vmatrix} 1, 0 \dots 0 \\ 0 \; \varepsilon_2 \dots 0 \\ . \quad . \quad . \\ 0 \; 0 \quad \varepsilon_n \end{vmatrix}, \quad \varepsilon_r = e^{2\pi i(1-\rho_r)}. \tag{29}$$

welche das Fundamentalsystem $| y_{or} |$ beim Umlauf um den Punkt $x = 0$ erleidet, und noch die Substitution

$$\Omega_\infty = \begin{vmatrix} \varepsilon'_1, 0 \dots 0 \\ 0, \varepsilon'_2 \dots 0 \\ . \quad . \quad . \\ 0, 0 \dots \varepsilon'_n \end{vmatrix}, \quad \varepsilon'_s = e^{2\pi i \alpha_s}. \tag{30}$$

welche das Fundamentalsystem $| y_{rs} |$ beim Umlauf um den Punkt $x = \infty$ erleidet.

Durch Composition und Iteration der Substitutionen Ω_o und $S\Omega_\infty S^{-1}$ bekommt man die Werte aller Zweige der vieldeutigen Functionen des Fundamentalsystems y_{or}, ebenfalls durch die Composition nnd Iteration der Substitutionen Ω_∞ und $S^{-1}\Omega_o S$ erhält man die Werte aller Zweige der vieldeutigen Functionen des Fundamentalsystems y_{rs}. Der Umlauf um den Punkt $x = 1$, in dessen Umgebung die Elemente der Integrale der Differentialgleichung (2) eine nicht so durchsichtige Form haben, wie in der Umgebung der Punkte $x = 0$ und $x = \infty$, ist nicht nothwendig, da er den hintereinander auszuführenden negativen Umlaufen um die Punkte $x = 0$ und $x = \infty$ aequivalent ist und zu keinen neuen Zweigen der vieldeutigen Functionen y_{or} beziehungsweise y_{rs} führt.

Die zu dem Punkte $x = 1$ gehörige determinierende Fundamentalgleichung der Differentialgleichung (2) ist:

$$(31)\qquad \rho(\rho-1)\ldots(\rho-n+2)(\rho-n+1+a_1-r_1)=$$
$$=\rho(\rho-1)\ldots(\rho-n+2)(\rho+\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_n-\rho_2-\rho_3\ldots\rho_n)=0.$$

Man sicht, dass alle Integrale der Differentialgleichung (2) ausser dem letzten, welches zum Exponenten:

$\rho_2+\rho_3+\ldots+\rho_n-\alpha_1-\alpha_2-\ldots-\alpha_n=\sum_{\mu=2}^{n}\rho_\mu-\sum_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu$ gehört, im Punkte $x=1$ regulär sind.

Man kann den Elementen (17) und (21) auch folgende Form geben:

$$(17)'\qquad y_{or}=x^{1-\rho_r}(1-x)^{\sum\limits_{\mu=2}^{n}\rho_\mu-\sum\limits_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu}P_{or}(x),\quad r=1,2,\ldots n.$$

und

$$(21)'\qquad y_{\infty s}=x^{\alpha_s}\left(1-\frac{1}{x}\right)^{\sum\limits_{\mu=2}^{n}\rho_\mu-\sum\limits_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu}P_{\infty s}\left(\frac{1}{x}\right),\quad s=1,2,\ldots n.$$

wo $P_{or}(x)$ und $P_{\infty s}\left(\frac{1}{x}\right)$ Potenzreihen sind, deren Coëfficienten sich leicht aus den Coëfficienten der Elemente (17) beziehungsweise (21) berechnen lassen.

Im dritten Abschnitte behandelt der Verfasser die Integrale der Differentialgleichung:

$$(5)\qquad \begin{gathered}\xi^{n-1}\frac{d^n y}{d\xi^n}+\xi^{n-2}(r_1-\xi)\frac{d^{n-1}y}{d\xi^{n-1}}+\xi^{n-3}(r_2-a'_1\xi)\frac{d^{n-2}y}{d\xi^{n-2}}+\ldots\\ \ldots+\xi(r_{n-2}-a'_{n-3}\xi)\frac{d^2y}{d\xi^2}+(r_{n-1}-a'_{n-2}\xi)\frac{dy}{d\xi}-a'_{n-1}y=0\end{gathered}$$

Diese Differentialgleichung entsteht aus der Differentialgleichung (2), wenn man $x=\frac{\xi}{\alpha_n}$, $|\alpha_n|=\infty$ setzt, wodurch die beiden Punkte $x=0$ und $x=\infty$ der Differentialgleichung (2) in den Punkt $\xi=\infty$ zusammenfallen, was ich als Degeneration der Differentialgleichung (2) bezeichne.

Setzt man in den Gleichungen (17) $x=\frac{\xi}{\alpha_n}$, $|\alpha_n|=\infty$, und lässt die constanten Coëfficienten $\frac{1}{\alpha_n^{1-\rho_r}}$ weg, so erhält man die Ele-

mente der Integrale der Differentialgleichung (5) von der Umgebung des Punktes $\xi = 0$

$$y_{0r} = \xi^{1-\rho_r} F(\alpha_1 + 1 - \rho_r, \alpha_2 + 1 - \rho_r, \ldots \alpha_{n-1} + 1 - \rho_r; 2 - \rho_r, \ldots \rho_n + 1 - \rho_r; \xi) =$$

$$= \xi^{1-\rho_r} \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{\prod_{\mu=1}^{n-1} (\alpha_\mu + 1 - \rho_r, \lambda)\, \xi^\lambda}{\prod_{\mu=1}^{n} (\rho_\mu + 1 - \rho_r, \lambda)}, \quad r = 1, 2, \ldots n, \; \rho_1 = 1. \tag{32}$$

Jedes Element $y_{0r}\,(r = 1, 2, \ldots n)$ ist ein Product aus $\xi^{1-\rho_r}$ und einer beständig convergierenden Reihe. Soll das Integral y_{0r} algebraisch sein. so muss vor allem die beständig convergierende Reihe sich auf eine ganze rationale Function reduzieren. Dies ist nur auf diese Weise möglich, dass eine der Zahlen $\alpha_s + 1 - \rho_r$ $(s = 1, 2, \ldots n-1)$ ganz und negativ wird. Da man nur $n-1$ Argumente $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_{n-1}$ zur Verfügung hat, so ist leicht ersichtlich, dass höchstens $n-1$ Integrale der Differentialgleichung (5) algebraisch gemacht werden können. und dass mindestens ein Integral transcendent bleiben muss.

Die $n-1$ Elemente der Integrale der Differentialgleichung (5) von der Umgebung des Punktes $\xi = \infty$ der Unbestimmtheit der Integrale erhält man, wenn man in den Gleichungen (21) $x = \frac{\xi}{\alpha_n}$, $|\alpha_n| = \infty$ setzt und die constanten Coëfficienten $\alpha_n^{\alpha_s}$ weglässt. Man hat also:

$$y_{\infty s} = \xi^{-\alpha_s} F(\alpha_s, \alpha_s + 1 - \rho_2, \ldots \alpha_s + 1 - \rho_n; \alpha_s + 1 - \alpha_1, \ldots \alpha_s + 1 - \alpha_{n-1}; -\xi^{-1}) =$$

$$= \xi^{-\alpha_s} \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{\prod_{\mu=1}^{n} (\alpha_s + 1 - \rho_\mu, \lambda)\, (-\xi)^\lambda}{\prod_{\mu=1}^{n-1} (\alpha_s + 1 - \alpha_\mu, \lambda)}, \quad \rho_1 = 1, \; s = 1, 2, \ldots n-1. \tag{33}$$

Jedes Element $y_{\infty s}\,(s = 1, 2 \ldots n-1)$ ist ein Product aus $\xi^{-\alpha_s}$ und einer Reihe. welche. wenn sie sich nicht auf eine ganze rationelle Function reduziert, nur in einem Punkte $\xi = \infty$ convergiert, und sonst divergent ist. Man sieht leicht, dass höchstens diese $n-1$ Elemente algebraisch werden können. Ist das Integral $y_{\infty s}$ algebraisch, so ist es immer mit einem entsprechenden Integral y_{0r} bis auf den constanten Factor identisch.

Das n^{te} Element der Gleichungen (21) verliert für $x = \frac{\xi}{\alpha_n}$ $|\alpha_n| = \infty$ jeden Sinn.

Der Verfasser beweist weiter, dass man solche nur in einem Punkte convergierende Reihen als Grenzfall der ausserhalb beziehungsweise innerhalb eines Kreises und auf dessen Umfange convergierenden Reihen betrachten kann. Ist eine Reihe ausserhalb oder innerhalb eines Convergenzkreises mit veränderlichem Convergenzradius, und auf dem Umfange dieses Kreises convergent, so bleibt sie auch dann convergent, wenn der Radius ins Unendliche wächst beziehungsweise bis auf Null zusammenschrumpft. Ist eine solche Reihe auf dem Umfange des Convergenzkreises divergent, so verliert sie jeden Sinn, wenn der Radius ins Unendliche wächst beziehungsweise bis Null verkleinert wird.

Das n^{te} zu dem Punkte $\xi=\infty$ gehörige Element des Integrals der Differentialgleichung (5) erhält man aus den Gleichungen (21)'. Man hat dort für $s=n$

$$y_{\infty n}=x^{\alpha n}\left(1-\frac{1}{x}\right)^{\sum\limits_{\mu=2}^{n}\varrho_\mu-\sum\limits_{\mu=1}^{n}\varrho_\mu}P_{\infty,n}\left(\frac{1}{x}\right)=$$

$$=(x-1)^{\sum\limits_{\mu=2}^{n}\varrho_\mu-\sum\limits_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu}\cdot x^{\sum\limits_{\mu=1}^{n-1}\alpha_\mu-\sum\limits_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu}P_{\infty n}\left(\frac{1}{x}\right).$$

Man setze $x=\frac{\xi}{\alpha_n}$; $\alpha_{n+1}=\infty$, und berücksichtige, dass

$$x-1=\frac{\xi}{\alpha_n}-1=\frac{\xi-\alpha_n}{\alpha_n}=\frac{\alpha_n-\xi}{-\alpha_n}=\frac{1-\frac{\xi}{\alpha_n}}{-1}$$

$$(x-1)^{\sum\limits_{\mu=2}^{n}\varrho_\mu-\sum\limits_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu}=(-1)^{\sum\limits_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu-\sum\limits_{\mu=2}^{n}}\left(1-\frac{\xi}{\alpha_\mu}\right)^{\sum\limits_{\mu=2}^{n}\varrho_\mu-\sum\limits_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu}=$$

$$=(-1)^{\sum\limits_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu-\sum\limits_{\mu=2}^{n}\varrho_\mu}e^{\xi}.$$

dann erhält man nach Weglassung des constanten Coëfficienten

$$\frac{(-1)^{\sum\limits_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu-\sum\limits_{\mu=2}^{n}\varrho_\mu}}{\alpha_n^{\sum\limits_{\mu=1}^{n-1}\alpha_\mu-\sum\limits_{\mu=2}^{n}\varrho_\mu}}:$$

(33)' $$y_{\infty n}=\xi^{\sum\limits_{\mu=1}^{n-1}\alpha_\mu-\sum\limits_{\mu=2}^{n}\varrho_\mu}e^{\xi}\,\overline{P}_{\infty n}\left(\frac{1}{\xi}\right)$$

Die zu dem Wege $(0\,\infty)$, gehörigen Uebergangssubstitutionen erhält man aus den Substitutionen (24) und (25), wenn man berücksichtigt, dass für $x=\frac{\xi}{\alpha_n}$ und $|\alpha_n|=\infty$, $y_{or}(r=1,2,\ldots n)$ den Coëfficienten $\frac{1}{\alpha_n^{1-\rho_r}}$, $y_{\infty s}$ für $s=1,2\ldots n-1$ den Coëfficienten $\alpha_n^{\alpha_s}$ und endlich $y_{\infty n}$ den Coëfficienten $\frac{(-1)^{\sum\limits_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu-\sum\limits_{\mu=2}^{n}\rho_\mu}}{\alpha_n^{\sum\limits_{\mu=1}^{n-1}\alpha_\mu-\sum\limits_{\mu=2}^{n}\rho_\mu}}$ bekommt.

Man setze also:

$$y_{or}=\sum_{s=1}^{n} b_{rs}\,y_{\infty s},\quad r=1,2,\ldots n. \tag{34}$$

und

$$y_{\infty s}=\sum_{r=1}^{n} b'_{sr}\,y_{or},\quad s=1,2,\ldots n. \tag{35}$$

dann ist:

$$b_{rs}=a_{rs}\,\alpha_n^{\alpha_s+1-\rho_r}=e^{-\pi i(\alpha_s+1-\rho_r)}\prod_{\mu=1}^{n}{}'_s\frac{\Gamma(\alpha_\mu-\alpha_s)}{\Gamma(\alpha_\mu+1-\rho_r)}\prod_{\mu=1}^{n}{}'_r\frac{\Gamma(\rho_\mu+1-\rho_r)}{\Gamma(\rho_\mu-\alpha_s)}\cdot\alpha_s^{\alpha_s+1-\rho_r}$$

$$|\alpha_n|=\infty,\ \rho_1=1,\ \begin{matrix}r=1,2,\ldots n\\ s=1,2,\ldots n-1\end{matrix} \tag{36}$$

$$b_{rn}=a_{rn}\frac{(-1)^{\sum\limits_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu-\sum\limits_{\mu=2}\rho_\mu}}{\alpha_n^{\sum\limits_{\mu=1}^{n-1}\alpha_\mu-\sum\limits_{\mu=1}^{n}{}'^{r}\rho_\mu}}= \tag{37}$$

$$=e^{-\pi i(\alpha_n+1-\rho_r)}\prod_{\mu=1}^{n-1}\frac{\Gamma(\alpha_\mu-\alpha_n)}{\Gamma(\alpha_\mu+1-\rho_r)}\prod_{\mu=1}^{n}{}'_r\frac{\Gamma(\rho_\mu+1-\rho_r)}{\Gamma(\rho_\mu-\alpha_n)}\;\frac{(-1)^{\sum\limits_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu-\sum\limits_{\mu=2}^{n}\rho_\mu}}{\alpha_n^{\sum\limits^{n-1}\alpha_\mu-\sum\limits^{n}{}'^{r}\rho_\mu}}$$

$$|\alpha|=\infty\quad \rho_1=1,\quad r=1,2,\ldots n$$

$$b'_{sr}=a'_{sr}\frac{1}{\alpha_n^{\alpha_s+1-\rho_r}}= \tag{38}$$

$$=e^{\pi i(\alpha_s+1-\rho_r)}\prod_{\mu=1}^{n}{}'_r\frac{\Gamma(\rho_r-\rho_\mu)}{\Gamma(\alpha_s+1-\rho_\mu)}\prod_{\mu=1}^{n}{}'_s\frac{\Gamma(\alpha_s+1-\alpha_\mu)}{\Gamma(\rho_r-\alpha_\mu)}\cdot\frac{1}{\alpha_n^{\alpha_s+1-\rho_r}}$$

$$|\alpha_n|=\infty,\ \rho_1=1,\ \begin{matrix}r=1,2,\ldots n\\ s=1,2,\ldots n-1\end{matrix}$$

(39) $$b'_{nr} = a'_{nr} \frac{(-1)^{\sum\limits_{\mu=2}^{n} \rho_\mu - \sum\limits_{\mu=1}^{n} \alpha_\mu}}{\alpha_n^{\sum\limits_{\mu=1}^{n}{}'^{r} \rho_\mu - \sum\limits_{\mu=1}^{n} \alpha_\mu}} =$$

$$= e^{\pi i(\alpha_n+1-\rho_r)} \prod_{\mu=1}^{n}{}'_{r} \frac{\Gamma(\rho_r-\rho_\mu)}{\Gamma(\alpha_n+1-\rho_\mu)} \prod_{\mu=1}^{n-1} \frac{\Gamma(\alpha_n+1-\alpha_\mu)}{\Gamma(\rho_r-\alpha_\mu)} \cdot \frac{(-1)^{\sum\limits_{\mu=2}^{n} \rho_\mu - \sum\limits_{\mu=1}^{n} \alpha_\mu}}{\alpha_n^{\sum\limits_{\mu=1}^{n}{}' \rho_\mu - \sum\limits_{\mu=1}^{n-1} \alpha_\mu}}$$

$$|\alpha_n| = \infty, \rho_1 = 1, r = 1, 2, ,.. n.$$

Wenn man jetzt in den Gleichungen (36) (37) (38) und (39) für $|\alpha_n| = \infty$ die bekannte Relation:

(40) $$\Gamma(z) = \sqrt{2\pi}\, z^{z-\frac{1}{2}} e^{-z}, \; |z| = \infty$$

wie auch noch zwei andere, welche aus derselben folgen, nämlich

$$\Gamma(z-p) = \sqrt{2\pi}\,(z-p)^{z-p-\frac{1}{2}} e^{p-z} = \sqrt{2\pi}\, z^{z-p-\frac{1}{2}} \left(1-\frac{p}{z}\right)^{z-p-\frac{1}{2}} e^{p-z} =$$

(41) $$= \sqrt{2\pi}\, z^{z-p-\frac{1}{2}} e^{-p} e^{p-z} = \sqrt{2\pi}\, z^{z-p-\frac{1}{2}} e^{-z}, \; |z| = \infty$$

und

$$\Gamma(p-z) = \sqrt{2\pi}\,(p-z)^{p-z-\frac{1}{2}} e^{z-p} = \sqrt{2\pi} \left(\frac{z-p}{-1}\right)^{p-z-\frac{1}{2}} e^{z-p} =$$

(42) $$= \sqrt{2\pi}\,(-1)^{z+\frac{1}{2}-p} z^{p-z-\frac{1}{2}} \left(1-\frac{p}{z}\right)^{p-z-\frac{1}{2}} e^{z-p} =$$

$$= \sqrt{2\pi}\,(-1)^{z+\frac{1}{2}-p} z^{p-z-\frac{1}{2}} e^{-p} e^{z-p} = \sqrt{2\pi}\,(-1)^{z+\frac{1}{2}-p} z^{p-z-\frac{1}{2}} e^{z}, \; |z| = \infty$$

berücksichtigt, so erhält man nach der Ausrechnung:

(43) $$b_{rs} = e^{-\pi i(\alpha_s+1-\rho_r)} \prod_{\mu=1}^{n-1}{}'_{s} \frac{\Gamma(\alpha_\mu-\alpha_s)}{\Gamma(\alpha_\mu+1-\rho_r)} \prod_{\mu=1}^{n}{}'_{r} \frac{\Gamma(\rho_\mu+1-\rho_r)}{\Gamma(\rho_\mu-\alpha_s)}; \rho_1 = 1, \begin{array}{l} r=1,2,\dots n \\ s=1,2,\dots n-1 \end{array}$$

(44) $$b_{rn} = \frac{\prod\limits^{n}{}'_{r} \Gamma(\rho_\mu+1-\rho_r)}{\prod\limits_{\mu=1}^{n} \Gamma(\alpha_\mu+1-\rho_r)}, \; \rho_1 = 1, \; s = 1, \; 2, \; \dots n.$$

(45) $$b'_{sr} = \prod_{\mu=1}^{n}{}'_{r} \frac{\Gamma(\rho_r-\rho_\mu)}{\Gamma(\alpha_s+1-\rho_\mu)} \prod_{\mu=1}^{n-1}{}_{s} \frac{\Gamma(\alpha_s+1-\alpha_\mu)}{\Gamma(\rho_r-\alpha_\mu)}, \rho_1 = 1, \begin{array}{l} r=1,2,\dots n \\ s=1,2,\dots n-1. \end{array}$$

$$b'_{nr} = e^{\pi i \left(\sum_{\mu=1}^{n}{}'^{r} \rho_\mu - \sum_{\mu=1}^{n-1} \alpha_\mu \right)} \frac{\prod_{\mu=1}^{n}{}'_{r} \Gamma(\rho_r - \rho_\mu)}{\prod_{\mu=1}^{n-1} \Gamma(\rho_r - \alpha_\mu)}, \quad \rho_1 = 1, \ r = 1, 2, \dots n. \tag{46}$$

Durch Folgerung von n auf $n+1$ findet man

$$D = \begin{vmatrix} b_{11}, b_{12}, \dots b_{1n} \\ b_{12}, b_{22}, \dots b_{2n} \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdots \cdot \\ b_{n1}, b_{n2}, \dots b_{nn} \end{vmatrix} = \frac{\prod (\rho_\mu - \rho_\nu), \ \mu < \nu, (\mu, \nu = 1, 2, \dots n)}{\prod (\alpha_\mu - \alpha_\nu), \ \mu < \nu, (\mu, \nu = 1, 2, \dots n-1)}, \rho_1 = 1$$

und

$$B_{rs} = (-1)^{r+s} \prod_{\mu=1}^{n}{}'_{r} \frac{\Gamma(\rho_r + 1 - \rho_\mu)}{\Gamma(\alpha_s + 1 - \rho_\mu)} \prod_{\mu=1}^{n-1}{}'_{s} \frac{\Gamma(\alpha_s - \alpha_\mu)}{\Gamma(\rho_r - \alpha_\mu)} \frac{\prod'_{r} (\rho_\mu - \rho_\nu), \ \mu < \nu, (\mu, \nu = 1, 2, \dots n)}{\prod'_{s} (\alpha_\mu - \alpha_\nu), \ \mu < \nu, (\mu, \nu = 1, 2, \dots n-1)}$$

$$\rho_1 = 1, \quad \begin{matrix} r = 1, 2, \dots n \\ s = 1, 2, \dots n-1. \end{matrix} \tag{48}$$

$$B_{rn} = (-1)^{r+n} e^{\pi i \left(\sum_{\mu=1}^{n}{}'^{r} \rho_\mu - (n-1) - \sum_{\mu=1}^{n-1} \alpha_\mu \right)} \frac{\prod_{\mu=1}^{n}{}'_{r} \Gamma(\rho_r + 1 - \rho_\mu)}{\prod_{\mu=1}^{n} \Gamma(\rho_r - \alpha_\mu)} \cdot$$

$$\cdot \frac{\prod'_{r} (\rho_\mu - \rho_\nu), \ \mu < \nu, (\mu, \nu = 1, 2, \dots n)}{\prod'_{s} (\alpha_\mu - \alpha_\nu), \ \mu < \nu, (\mu, \nu = 1, 2, \dots n-1)} \tag{49}$$

$$\rho_1 = 1, \quad r = 1, 2, \dots n$$

und wenn man die Coëfficienten b'_{sr} auf Grund der Relation $b'_{sr} = \frac{B_{rs}}{D}$ berechnet, so erhält man für b'_{sr} die Werte (38) und (39).

Die Relationen (34) können zur Berechnung der Werte der Functionen y_{or} (32) für sehr grosse Werte von ξ benutzt werden. Sind nämlich die absoluten Werte von ξ sehr gross, so muss man bei der Berechnung der Werte von y_{or} in den beständig convergierenden Reihen, welche sie darstellen, sehr viele Glieder summieren, während in den divergenten Reihen (33) und (33)' wenige Anfangsglieder ausreichen, um den gesuchten Wert der Function mit hinreichender Genauigkeit zu geben.

Die Relationen (35) dienen dazu, um die durch die divergenten Reihen (33) und (33)' definierten analytischen Functionen auch ausserhalb des Convergenzpunktes dieser Reihen zu bestimmen.

Da man die nur in einem Punkte convergierende Reihe als Grenzfall der Reihe mit dem endlichen Convergenzbereiche betrachten kann, und diese Reihe immer eine analytische Function definiert, so muss man diese Eigenschaft auch der nur in einem Punkte convergierenden Reihe zuerkennen. Man kann also sagen:

Eine divergente Reihe, welche einer linearen Differentialgleichung genügeleistet, definiert eine analytische Function. Diese Function ist ein particuläres Integral der linearen Differentialgleichung, welcher die definierende Reihe formal genügeleistet. Will man diese Function ausserhalb des Convergenzpunktes der Reihe bestimmen, so muss man das zu irgend einer singulären Stelle der Bestimmtheit der Integrale gehörige Fundamentalsystem bestimmen, und dann mittelst der gehörigen Uebergangssubstitutionen die durch divergente Reihe definierte Function durch die Integrale dieses Systems darstellen.

Ein Beispiel einer solchen Behandlung der durch divergente Reihen definierten Functionen, geben eben die Gleichungen (35).

Im vierten Abschnitt behandelt der Verfasser die Integrale der Differentialgleichung

$$(7)\quad \begin{aligned} &\xi^n \frac{d^n y}{d\xi^n} + \xi^{n-2}(a_1\xi - 1)\frac{d^{n-1}y}{d\xi^{n-1}} + \xi^{2-3}(a_2\xi - r_1')\frac{d^{n-2}y}{d\xi^{n-2}} + \dots \\ &\dots + \xi(a_{n-2}\xi - r'_{n-3})\frac{d^2y}{d\xi^2} + (a_{n-1}\xi - r'_{n-2})\frac{dy}{d\xi} + a_n y = 0 \end{aligned}$$

Diese Differentialgleichung entsteht, wenn man in der Differentialgleichung (2) $x = \rho_n \xi$ und $|\rho_n| = \infty$ setzt.

Will man die zu dem Punkte $\xi = 0$ der Unbestimmtheit der Integrale gehörigen Elemente bekommen, so setze man in den Gleichungen (17) $x = \rho_n \xi$ und $|\rho_n| = \infty$.

Man erhält $n-1$ Elemente:

$$y_{or} = \xi^{1-\rho_r} F(\alpha_1 + 1 - \rho_r, \alpha_2 + 1 - \rho_r, \dots \alpha^n + 1 - \rho_r; 2 - \rho_r \dots \rho_{n-1} + 1 - \rho_r\, \xi) =$$

$$(50)\quad = \xi^{1-\rho_r} \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{\prod_{\mu=1}^{n} |\alpha_\mu + 1 - \rho_r|_\lambda\, \xi^\lambda}{\prod_{\mu=1}^{n-1} |\rho_\mu + 1 - \rho_r|_\lambda}, \quad r = 1, 2, \dots n-1, \rho_1 = 1$$

welche, sofern sie sich nicht auf ganze rationale Functionen reduzieren, nur in einem Punkte $\xi = 0$ convergieren, und sonst divergent sind.

Das Element des n^{ten} Integrals erhält man, wenn man in der Gleichung:

$$y_{on} = x^{1-\rho_n}(1-x)^{\sum\limits_{\mu=2}^{n}\rho_\mu - \sum\limits_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu} P_{on}(x) \tag{17'}$$

$x = \rho_n \xi$ und $|\rho_n| = \infty$ setzt, und den constanten Coëfficienten $(-1)^{\sum\limits_{\mu=2}^{n}\rho_\mu - \sum\limits_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu} \rho_n^{\sum\limits_{\mu=1}^{n-1}\rho_\mu - \sum\limits_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu}$ weglässt.

Man bekommt:

$$y_{on} = \xi^{\sum\limits_{\mu=1}^{n-1}\rho_\mu - \sum\limits_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu} e^{-\xi} P_{on}(\xi). \tag{51}$$

Die zu dem Punkte $\xi = \infty$ gehörigen Elemente der Integrale erhält man, wenn man in den Gleichungen (21) $x = \rho_n \xi$ und $|\rho_n| = \infty$ setzt und die constanten Coëfficienten $\rho_n^{-\alpha_s}$ weglässt.

Man erhält:

$$\begin{aligned} y_{\alpha s} &= \xi^{-\alpha_s} F(\alpha_s, \alpha_s+1-\rho_2, \dots \alpha_s+1-\rho_{n-1}; \alpha_s+1-\alpha_1, \dots \alpha_s+1-\alpha_n; \xi^{-1}) = \\ &= \xi^{-\alpha_s} \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{\prod\limits_{\mu=1}^{n-1} |\alpha_s+1-\rho_\mu|_\lambda (-\xi)^{-\lambda}}{\prod\limits_{\mu=1}^{n} |\alpha_s+1-\alpha_\mu|_\lambda}, \; \rho_1 = 1, s = 1, 2, \dots n. \end{aligned} \tag{52}$$

Die Reihen (52) convergieren in dem ganzen Bereiche des Arguments $|\xi| > 0$.

Die Coëfficienten c_{rs} und c'_{sr} der Uebergangssubstitutionen in den Gleichungen:

$$y_{or} = \sum_{s=1}^{n} c_{rs} y_{\alpha s}, \quad r = 1, 2, \dots n \tag{53}$$

und

$$y_{\alpha s} = \sum_{r=1}^{n} c'_{sr} y_{or}, \quad s = 1, 2, \dots n \tag{54}$$

erhält man aus den Substitutionscoëfficienten a_{rs} (24) und a'_{sr} (25), wenn man erwägt, dass durch die Setzung $x = \rho_n \xi, |\rho_n| = \infty, y_o$ den Coëfficienten $\rho_n^{1-\rho_r}$ für $r = 1, 2, n-1$, y_{on} den Coëfficienten $(-1)^{\sum\limits_{\mu=2}^{n}\rho_\mu - \sum\limits_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu} \cdot \rho_n^{\sum\limits_{\mu=1}^{n-1}\rho_\mu - \sum\limits_{\mu=1}^{n}\alpha_\mu}$, endlich $y_{\alpha s}$ den Coëfficienten $\rho_n^{-\alpha_s}$ bekommt. Dann erhält man nach Berücksichtigung der Relationen (40), (41) und (42):

$$(55)\qquad c_{rs} = e^{-\pi i(\alpha_s + 1 - \rho_r)} \prod_{\mu=1}^{n}{}^{\prime (s)} \frac{\Gamma(\alpha_\mu - \alpha_s)}{\Gamma(\alpha_\mu + 1 - \rho_r)} \prod_{\mu=1}^{n-1}{}^{\prime (r)} \frac{\Gamma(\rho_\mu + 1 - \rho_r)}{\Gamma(\rho_\mu - \alpha_s)}, \quad \rho_1 = 1, \quad \begin{matrix} r = 1, 2, \ldots n-1 \\ s = 1, 2, \ldots n \end{matrix}.$$

$$(56)\qquad c_{ns} = \frac{\prod_{\mu=1}^{n}{}^{\prime (s)} \Gamma(\alpha_\mu - \alpha_s)}{\prod_{\mu=1}^{n-1} \Gamma(\rho_\mu - \alpha_s)}, \quad \rho_1 = 1, s = 1, 2, \ldots n.$$

und

$$(57)\qquad c'_{sr} = \prod_{\mu=1}^{n-1}{}^{(r)} \frac{\Gamma(\rho_r - \rho_\mu)}{\Gamma(\alpha_s + 1 - \rho_\mu)} \prod_{\mu=1}^{n}{}^{\prime (s)} \frac{\Gamma(\alpha_s + 1 - \alpha_\mu)}{\Gamma(\rho_r - \alpha_\mu)}, \quad \rho_1 = 1, \quad \begin{matrix} r = 1, 2, \ldots n-1 \\ s = 1, 2, \ldots n \end{matrix}.$$

$$(58)\qquad c'_{sn} = e^{\pi i \left(\sum_{\mu=1}^{n-1} \rho_\mu - \sum_{\mu=1}^{n}{}^{s\prime} \alpha_\mu \right)} \frac{\prod_{\mu=1}^{n}{}^{\prime (s)} \Gamma(\alpha_s + 1 - \alpha_\mu)}{\prod_{\mu=1}^{n-1} \Gamma(\alpha_s + 1 - \rho_\mu)}, \quad \rho_1 = 1, s = 1, 2, \ldots n.$$

Die Substitutionsdeterminante der Coëfficienten c_{rs} ist:

$$(59)\qquad D = \begin{vmatrix} c_{11} \cdot c_{12} \cdot \ldots \cdot c_{1n} \\ c_{21} \cdot c_{22} \cdot \ldots \cdot c_{2n} \\ \cdot \quad \cdot \quad \ldots \quad \cdot \\ c_{n1} \cdot c_{n2} \cdot \ldots \cdot c_{nn} \end{vmatrix} = \frac{\prod (\rho_\mu - \rho_\nu), \mu < \nu, (\mu, \nu = 1, 2, \ldots n-1)}{\prod (\alpha_\mu - \alpha_\nu), \mu < \nu, (\mu, \nu = 1, 2, \ldots n)}$$

Die zu den Elementen c_{rs} gehörigen Unterdeterminanten sind:

$$C_{rs} = (-1)^{r+s} \prod_{\mu=1}^{n-1}{}^{\prime (r)} \frac{\Gamma(\rho_r + 1 - \rho_\mu)}{\Gamma(\alpha_s + 1 - \rho_\mu)} \prod_{\mu=1}^{n}{}^{\prime (s)} \frac{\Gamma(\alpha_s - \alpha_\mu)}{\Gamma(\rho_r - \alpha_\mu)} \cdot \frac{\prod^{\prime (r)} (\rho_\mu - \rho_\nu), \mu < \nu, (\mu, \nu = 1, 2, \ldots n-1)}{\prod^{\prime (s)} (\alpha_\mu - \alpha_\nu), \mu < \nu, (\mu, \nu = 1, 2, \ldots n)}$$

$$(60)\qquad \rho_1 = 1, \quad \begin{matrix} r = 1, 2, \ldots n-1 \\ s = 1, 2, \ldots n. \end{matrix}$$

und

$$C_{ns} = (-1)^{n+s} e^{-\pi i \left(\sum_{\mu=1}^{n}{}^{s\prime} \alpha_\mu + n - 1 - \sum_{\mu=1}^{n-1} \rho_\mu \right)} \cdot \frac{\prod_{\mu=1}^{n}{}^{\prime (s)} \Gamma(\alpha_s - \alpha_\mu)}{\prod_{\mu=1}^{n-1} \Gamma(\alpha_s + 1 - \rho_\mu)} .$$

$$(61)\qquad \cdot \frac{\prod (\rho_\mu - \rho_\nu)\, \mu < \nu, (\mu, \nu = 1, 2, \ldots n-1)}{\prod^{\prime (s)} (\alpha_\mu - \alpha_\nu), \mu < \nu, (\mu, \nu = 1, 2, \ldots n)}$$

$$\rho_1 = 1, \quad s = 1, 2, \ldots n.$$

und der Ausdruck $\frac{C_{rs}}{D}$ $(r, s = 1, 2, \ldots n)$ giebt c'_{sr} in der Form (57) beziehungsweise (58).

44. M. E. BANDROWSKI et M. A. PROKOPECZKO présentent leur travail: **O działaniu chlorowodoru na dwufenyloparazofenylen.** *(Ueber die Wirkung des Chlorwasserstoffes auf Biphenylparazophenylen). (Sur l'action de l'acide chlorhydrique sur lebiphénylparazophénylène).*

Die Verfasser haben das Verhalten des Diphenylparazophenylens Chlorwasserstoff gegenüber untersucht in der Hoffnung, dass das Azophenylen, welches, wie bekannt, in mancher Beziehung dem Chinon ähnelt[1]), bei dieser Reaction analog verändert wird. Das Experiment hat die Analogie vollständig bestätigt.

Die Reaction wurde in der Weise angestellt, dass trockner Chlorwasserstoff in eine kalte Benzollösung bis zur Sättigung eingeführt wurde. Die ersten Partien von Chlorwasserstoff werden absorbiert, gleichzeitig tritt ein schleimiger, gewöhnlich dunkelblauer Niederschlag auf, der bei weiterer Einwirkung zuletzt als grauer krystallinischer Niederschlag am Boden des Gefässes abgesetzt wird. Es unterliegt somit keinem Zweifel, dass die Reaction in mehreren Phasen verläuft, und zuerst wurden ihre letzten Phasen untersucht. Der krystallinische von der Mutterlauge abfiltrierte Niederschlag bestand aus Chloriden, welche durch Kochen mit Wasser leicht in ein Basengemisch verwandelt werden konnten, das sich nicht einheitlich erwies, dagegen Chlor bis zu 6% enthielt. In der Mutterlauge setzte sich nach einiger Zeit ein weisser krystallinischer Niederschlag ab, der bei näherer Untersuchung auch als ein nicht nur durch Wasser, aber auch durch Kochen mit Benzol zersetzliches Chlorid sich erwies; dasselbe sollte somit auch in dem ursprünglichen Chloridgemenge vorhanden gewesen und durch Kochen mit Benzol als Base abscheidbar sein. Zu dem Zwecke wurde der Niederschlag mit Benzol in einem Strome von Chlorwasserstoff erwärmt und der nicht gelöste Rückstand von der Mutterlauge abfiltriert. Der Rückstand erwies sich als Diphenylparaphenylendiaminchlorhydrat (es wurde als freie Base und als das aus ihr durch Oxydation mittels HgO erhältliche Diphenylparazophenylen identificiert). Die Benzollösung wurde zum grossen Theile abdestilliert, und aus dem Reste durch Einleiten von Chlorwasserstoff ein Niederschlag ausgefällt, durch Kochen mit Wasser zersetzt und aus Weingeist umkrystallisiert. Auf diese Weise konnten leicht zwei Körper abgetrennt werden,

[1]) Anzeiger der Ak. d. Wiss. Krakau 1893.

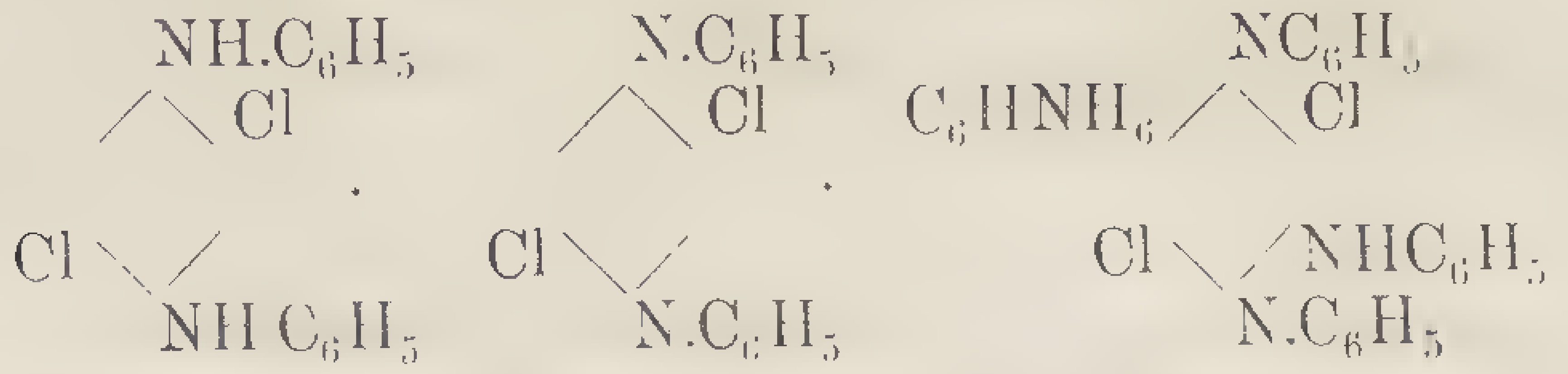
der eine von Schmpkt. 157°, der andere vom Schmpkt. 106°. Beide besitzen die Formel $C_{18}\,H_{14}\,Cl_2\,N_2$, so dass man die Einwirkung von Chlorwasserstoff auf Diphenylparazophenylen durch folgende Gleichung angeben kann:

$$2\,C_6H_4(N.C_6H_5)_2 + 6\,HCl = C_6H_4(NHC_6H_5HCl)_2 + C_{18}H_{14}Cl_2N_2\,2\,HCl.$$

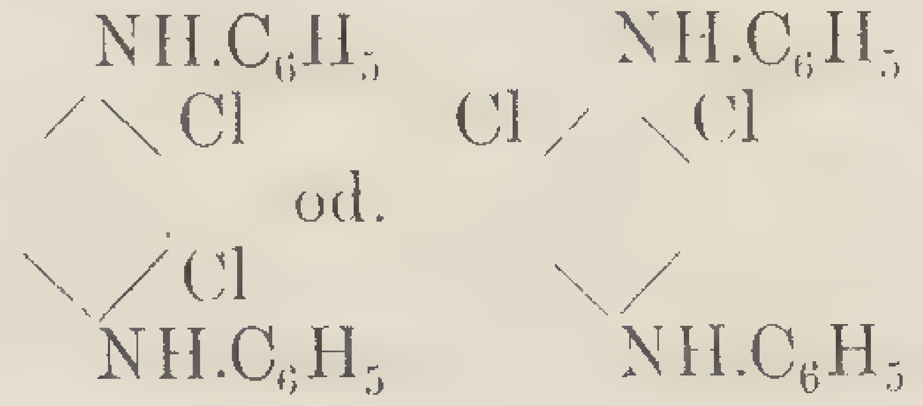
Die Körper $C_{18}H_{14}Cl_2N_2$ stellen zwei isomere Diphenylchlorparaphenylendiamine vor, indem beide über Nitrosoderivate in zwei isomere Diphenyldichlorazophenylene:

$$C_6H_2Cl_2\langle{NHC_6H_5 \atop NHC_6H_5} - C_6H_2Cl_2\langle{N(NO)C_6H_5 \atop N(NO)C_6H_5} - C_6H_2Cl_2\langle{N.C_6H_5 \atop N.C_6H_5}$$

übergeführt werden können. Beide Dichlorazophenylene bilden prachtvoll rothe, sehr gut krystallisierte Körper und schmelzen bei etwa 220°; das Azophenylen vom Diphenyldichlorphenylendiamin vom Schmpt. 157° gibt mit Anilin das entsprechende Azophenin $C_6Cl_2(NHC_6H_5)_2(NC_6H_5)_2$. Das Diamin besitzt demnach noch zwei freie Parastellungen im Molecül, welche dem Diamin vom Schmpkt. 106° fehlen. Die Constitution der Dichloramine und Azophenylene ist demnach folgende:



Diamin Schmpt. 157° Azophenylen Azophenin



Diamin Schmpt. 102°.

Es wurde die weitere Einwirkung vom HCl auf die beiden Dichlorazophenylene untersucht. Dieselbe verläuft ähnlich der vorigen, gibt jedoch zu unerquicklichen Nebenproducten Anlass, die das quantitative Ergebnis der normalen Producte stark beeinflussen. Als solches erscheint neben den Chloriden der entsprechenden Dichlordiamine in beiden Fällen dasselbe Tetrachlordipenylpara-

phenylendiamin $C_{18}H_{12}Cl_4N_2$, so dass die Reaction wie früher in folgender Weise verläuft:

$$2\,C_6H_2Cl_2\,(NHC_6H_5)_2 + 6\,HCl = C_6H_2Cl_2\,(NHC_6H_5HCl)_2 + \\ + C_6Cl_4(NHC_6H_5HCl)_2$$

Das Tetrachlordiamin bildet weisse in gewöhnlichen Solventien wenig lösliche Krystalle von sehr wenig ausgesprochenem Basencharakter. Die Ueberführung in das entsprechende Azophenylen konnte nicht bewirkt werden.

Auf Grund obiger Resultate kommen die Verfasser zum Schlusse, dass das Diphenylparazophenylen dem Chlorwasserstoff gegenüber sich dem Chinon analog verhält [1]) und vermuthen, dass auf Grund dieser Analogie die Anfangsstadien der Einwirkung vielleicht in der Bildung des entsprechenden Azochinhydrons bestehen mögen:

$$2\,C_6H_4O_2 + 2\,HCl = C_{12}H_{10}O_4 + Cl_2$$
$$C_{12}H_{10}O_4 + 2\,HCl = 2\,C_6H_6O_2 + Cl_2 = 2\,C_6H_5ClO_2 + 2\,HCl$$
$$2\,C_{18}H_{14}N_2 + 2\,HCl = C_{36}H_{30}N_4 + Cl_2$$
$$C_{36}H_{30}N_4 + 2HCl = 2\,C_{18}H_{15}N_2 + Cl_2$$
$$2\,C_{18}H_{15}N_2 + 2\,Cl_2 = C_{18}H_{14}Cl_2N_2 + C_{18}H_{16}N_2 . 2\,HCl \text{ etc.}$$

Es konnte jedoch diese Vermuthung experimentell nicht begründet werden.

---

45. M. K. Kostanecki présente le travail de M. A. ROSNER: **O powstawaniu ciąży bliźniaczej monochorialnej.** (*Sur la génèse de la grossesse gémellaire monochoriale*). (*Ueber die Enstehungsweise der monochorialen Zwillingsschwangerschaft*).

L'auteur a partagé son travail en trois chapitres. Dans le premier il examine rapidement les principaux travaux relatifs à cette question. Presque tous les auteurs admettent que les jumeaux monochoriaux proviennent d'un seul oeuf, d'où le nom généralement admis de „grossesse gémellaire monoovulaire“ (Eineiige Zwillingsschwangerschaft).

[1]) Ann. Lieb. 210.

L'auteur cite toutes les hypothèses, par lesquelles différents savants tâchent d'expliquer la genèse de ces jumeaux, d'un seul ovule. Il est d'avis que ces hypothèses ne répondent nullement aux idées actuelles sur la fécondation et l'évolution de l'ovule fécondé. Ainsi l'auteur critique l'hypothèse d'Ahlfeld, qui tâche d'expliquer la genèse des jumeaux par la scission de la tâche germinative, développée après la fécondation normale d'un ovule normal.

Il examine ensuite la théorie de Fol se basant sur la bispermie, que l'auteur considère comme impossible, surtout dans les ovules normaux. Dans le cas même où un semblable ovule pourrait être fécondé par deux spermatozoïdes, son évolution ultérieure ne pourrait être normale et ne pourrait donner dans aucun cas, par cette voie, des jumeaux. L'auteur mentionne encore l'hypothèse dans laquelle on considère comme cause de la production de cette espèce de jumeaux un oeuf „à deux jaunes" et il prouve que cette dénomination est en désaccord avec les principes de l'embryologie.

L'auteur examine un peu plus longuement la théorie de Schultze. Selon cette théorie, les jumeaux monochoriaux proviendraient du développement d'un ovule possédant deux noyaux avant la fécondation. L'auteur arrive à la conclusion qu'un tel ovule devrait, pour pouvoir donner deux embryons — être fécondé par deux spermatozoïdes. Le trait caractéristique de l'évolution monoovulaire étant précisément dans la fécondation d'un seul noyau féminin par un seul noyau masculin, il ne pourrait s'agir ici d'évolution monoovulaire, dans le sens exact du mot, puisque deux noyaux féminins seraient fécondés par deux noyaux masculins. Comme on a cherché, dans les ovules à deux noyaux, la cause de la formation non seulement des jumeaux monochoriaux, mais aussi de celle des monstres doubles, l'auteur considère comme dénuée de fondement l'affirmation à priori que les jumeaux monochoriaux et les monstres doubles ont une genèse commune. L'auteur ne traite que de la question des jumeaux.

En comparant toutes ces théories, l'auteur se demande si elles tiennent suffisamment compte des données anatomiques, à savoir de la structure des membranes foetales des jumeaux monochoriaux. Toutes ces hypothèses concordent sur un point, savoir: les deux tâches germinatives se forment sur une seule vésicule blastodermique; elles diffèrent seulement quant à l'explication de la cause de la forma-

tion des deux tâches germinatives. L'opinion qu'il n'y a primitivement qu'une seule vésicule blastodermique, est démentie, selon l'auteur, par le fait que nous trouvons dans les membranes foetales de ces jumeaux deux vésicules ombilicales. Pour expliquer l'existence des deux vésicules ombilicales, certains auteurs ont tâché de prouver qu'une seule vésicule ombilicale initiale s'est scindée, au cours de l'évolution, en deux parties. L'auteur, au contraire, est d'avis que si nous étions réellement en présence d'une seule vésicule ombilicale, elle persisterait comme telle jusqu'à la fin de la grossesse. Nous n'avons donc pas le droit d'admettre ce partage. Le fait que les membranes foetales contiennent deux vésicules ombilicales prouve, au contraire, que les deux foetus se sont développés de deux vésicules blastodermiques distinctes.

Demandons nous quelle est l'origine de ces deux vésicules blastodermiques? L'auteur discute ici la question des ovules à deux noyaux, et il émet l'opinion que si un tel ovule pouvait être fécondé par deux spermatozoïdes, il devrait présenter dans son développement ultérieur deux centres d'évolution, c'est à dire deux morulas et plus tard deux vésicules blastodermiques. Ce processus ne différerait en rien, en principe, de l'évolution de deux ovules distincts. En effet, en laissant de côté la question de savoir si l'ovule à deux noyaux est le produit de la réunion de deux ovules normaux, ou bien si les deux noyaux sont le résultat d'un partage commencé, mais non accompli, de la cellule ovulaire, cet ovule possède, dans tous les cas, la valeur physiologique de deux cellules distinctes.

Ensuite l'auteur émet l'hypothèse, que les deux vésicules blastodermiques pourraient provenir d'un seul ovule normal, fécondé par un seul spermatozoïde, par le fait, que les deux premières blastomères sont devenues indépendantes et ont formé deux centres d'évolution. A cette occasion, l'auteur discute les nombreux travaux sur cette question et se demande si, par analogie avec les résultats des expériences faites sur les oeufs des animaux inférieurs, on peut admettre la possibilité de l'évolution indépendante des deux premières blastomères de l'oeuf humain.

Enfin l'auteur se demande si les deux vésicules blastodermiques qui donnent naissance aux jumeaux monochoriaux ne proviendraient pas tout simplement de deux ovules distincts. C'est un fait bien connu que deux ovules distincts donnent souvent

naissance chez l'homme à une grossesse gémellaire bichoriale, qui diffère essentiellement de la grossesse monochoriale. La différence consiste d'abord, comme la dénomination l'indique, dans le nombre de chorions. Dans la grossesse monochoriale, un chorion commun entoure deux amnios; dans la grossesse bichoriale, chaque foetus a son chorion distinct. De plus, dans la grossesse monochoriale, nous sommes en présence de foetus homologues, c'est à dire du même sexe et d'une ressemblance frappante; dans la grossesse bichoriale, les foetus peuvent ne pas se ressembler et être de sexe différent. Quant aux chorions, il est hors de doute que leur nombre doit répondre à celui des vésicules blastodermiques ayant donné naissance aux jumeaux, car le chorion se forme de l'ectoderme et d'un feuillet du mésoderme de la vésicule blastodermique. En considérant que, d'une part, le nombre de vésicules ombilicales nous force à admettre que les jumeaux proviennent de deux vésicules blastodermiques et que, d'autre part, le fait de l'existence d'un chorion commun aux deux foetus ne peut s'acorder avec cette hypothèse et tendrait au contraire à prouver que les jumeaux se sont formés d'une seule vésicule blastodermique, on arrive à la conclusion suivante: ou bien la vésicule ombilicale s'est partagée en deux parties, ou bien les deux chorions se sont confondus pour n'en former qu'un seul. Plus haut, l'auteur a démontré l'impossibilité du partage de la vésicule ombilicale, ici il ne discute donc que la question de savoir si les deux chorions d'abord distincts peuvent se souder au cours de l'évolution et il arrive à la conclusion que ce fait peut avoir lieu dans certains cas, par la disparition de lacloison choriale. En se basant sur les descriptions des oeufs humains très jeunes, l'auteur arrive à la conclusion que le chorion et la caduque (decidua capsularis, reflexa), se développent chez l'homme de très bonne heure, et que le contact immédiat du chorion jeune, non encore vascularisé, avec la caduque, qui le nourrit, est la condition indispensable de sa persistance. S'il n'y a pas contact, la nutrition du chorion est insuffisante, ce qui doit amener peu à peu sa disparition. Si donc deux vésicules blastodermiques s'entourent d'une caduque commune, les parties choriales qui se touchent et forment la cloison, ne sont pas en contact immédiat avec la caduque nourricière et sont destinées à disparaître. Quant à l'objection que cette disparition devrait laisser des traces durables l'auteur répond que, ce fait se produisant de très bonne heure, il

ne peut laisser aucune trace. Comme Ahlfeld nie en principe que le chorion puisse être résorbé, l'auteur donne une série d'exemples, empruntés à l'histoire de l'évolution de l'homme et des mammifères, qui prouvent que, au contraire, le chorion s'atrophie souvent. Ainsi l'auteur arrive à la conclusion que les jumeaux monochoriaux proviennent du développement de deux vésicules blastodermiques (le fait de l'existence des deux vésicules ombilicales dans les membranes en est la preuve), entourées dans l'utérus d'une caduque commune (l'existence d'un chorion commun le prouve).

Il s'agit maintenant de savoir dans quel cas les deux vésicules blastodermiques s'entoureront d'une caduque commune. Evidemment cela arrivera lorsque les deux vésicules seront très proches l'une de l'autre dans la carité utérine, ce qui a lieu, lorsque de façon ou d'autre elles dérivent d'un seul oeuf.

Il peut encore arriver que deux ovules distincts soient très proches l'un de l'autre s'il proviennent tous deux de la même vésicule de Graaf, et que accolés l'un à l'autre par les cellules du disque proligère ils aient cheminé ensemble vers l'utérus. Ici l'auteur discute les travaux concernant les vésicules à deux ou plusieurs ovules et arrive à la conclusion que ces vésicules existent indubitablement dans les ovaires des mammifères et de l'homme. Ces vésicules se rencontrent, comme on le sait, plus souvent dans les ovaires foetaux, que dans ceux d'une femme adulte. L'auteur, contrairement aux opinions généralement admises, l'explique par le fait que, comme l'ovaire foetal contient beaucoup plus de vésicules qu'un ovaire adulte, il en résulte qu'il est beaucoup plus facile de trouver dans ce grand nombre, une vésicule de ce genre.

Dans le second chapitre, l'auteur émet l'opinion que la genèse de jumeaux monochoriaux pourrait être résolue, s'il existait un animal qui mît toujours bas plusieurs foetus homologues, c'est à dire ayant le même sexe et entourés d'un chorion commun. Ces animaux existent; ce sont: le Praopus hybridus et le Tatou à neuf bandes appartenant aux Edentés. Il résulte des travaux de v. Ihering sur le praopus et de ceux de Kölliker, Milne Edwards, Dugès et v. Ihering sur le Tatou, que le praopus met bas généralement huit foetus, qui sont toujours du même sexe et possèdent un chorion commun, tandis que le Tatou à neuf bandes a d'habitude quatre foetus à chorion commun et, selon v. Ihering, du même sexe. L'auteur a résolu d'étudier les ovaires du Dasypus novem-

cinctus (Tatou) et dans ce but il a écrit à M. v. Ihering à Sao-Paulo (Brésil). M. v. Ihering a eu la bonté de lui expédier les organes génitaux de deux femelles enceintes. L'auteur a pu se convaincre que, dans les deux cas, il y avait quatre foetus de sexe féminin et que les chorions étaient communes à tous les foetus. L'étude histologique des ovaires n'a pu être faite que chez une femelle, ceux de l'autre étant mal conservés. De plus l'auteur a pu étudier à Berlin les ovaires foetaux du Dasypus qui lui ont été grâcieusement offerts par M. Waldeyer; il a fait de tous ces ovaires des séries complètes de coupes; il décrit d'une façon très détaillée les résultats de ces études: dans les deux ovaires de l'animal adulte, il a trouvé 52 vésicules de Graaf, ayant toutes leurs parties constituantes bien développées, entre autres le liquor folliculi. De ces 52 vésicules, 22 contenaient plus d'un ovule, savoir: 11 à deux ovules, 7 à trois, 2 à quatre, 1 à cinq et 1 à sept. En mesurant le diamètre des vésicules, l'auteur a remarqué que les deux les plus développées, mesurant l'une 1770 μ l'autre 2940 μ de diamètre contenaient chacune 4 oeufs, c'est à dire justement le nombre correspondant à la quantité de foetus que met habituellement bas la femelle du Dasypus.

L'auteur a remarqué aussi que les follicules primordiaux ne possèdent qu'un seul ovule, aussi bien dans les ovaires foetaux que dans les ovaires adultes. En discutant la question de savoir de quelle façon les vésicules primordiales uniovulaires peuvent devenir polyovulaires, l'auteur arrive à la conclusion que cela a lieu par le mécanisme suivant: plusieurs vésicules monoovulaires dans l'ovaire se confondent pour en former une seule contenant plusieurs ovules. Ce dernier processus est décrit avec beaucoup de détails sur une série de vésicules. L'auteur donne en outre une série de dessins des coupes microscopiques.

Les études sur les ovaires du Tatou amènent l'auteur à la conclusion que les quatre foetus de cet animal proviennent chacun d'un ovule fécondé par un spermatozoïde. Ces quatre ovules étaient contenus dans la même vésicule de Graaf. Puisque ces foetus ont dans l'utérus un chorion commun et que chaque oeuf devait posséder au début son chorion propre, il en résulte évidemment que les cloisons choriales ont disparu. Cette hypothèse est d'autant plus justifiée que le Dasypus appartient aux animaux à caduque, comme l'a prouvé Kölliker. Le fait que les foetus quoique provenant d'oeufs

séparés soient toujours du même sexe, comme les jumeaux humains monochoriaux, est des plus intéressants. L'auteur ne veut pas trancher la question; il émet cependant l'hypothèse que l'identité des conditions dans lesquelles se trouvent les foetus dans l'utérus, peut être même le sang commun, comme chez les jumeaux humains monochoriaux, soit la cause de l'évolution homologue; ou que peut-être la question du sexe est déjà décidée dans l'ovaire, et que les ovules, évoluant dans la même vésicule, ne peuvent fournir que des foetus unisexués.

Dans le troisième chapitre, l'auteur donne les conclusions de ces études. Ce sont les suivantes:

1) Les jumeaux humains monochoriaux ne proviennent certainement pas d'une seule vésicule blastodermique.

2) La grossesse gémellaire monochoriale chez l'homme provient très vraisemblablement de deux ovules contenus dans la même vésicule de Graaf.

3) On ne peut pas affirmer qu'il soit impossible que des jumeaux monochoriaux chez l'homme ne puissent se former d'un seul oeuf. Dans ce cas les deux premières blastomères se développeraient d'une façon indépendante.

4) Rien ne nous autorise à admettre que les jumeaux monochoriaux se forment soi-disant par la fécondation d'un ovule normal par deux spermatozoïdes, ou même d'un ovule à deux noyaux.

5) Ces jumeaux sont contenus dans un chorion commun, car la cloison choriale, séparant les deux oeufs n'étant pas en contact avec la caduque s'est atrophiée par manque de nutrition.

6) Nous ne sommes pas aujourd'hui en état d'expliquer pourquoi ces jumeaux sont homologues, c'est-à-dire d'une ressemblance frappante et de sexe commun.

7) La grossesse chez le Tatou à neuf bandes (Dasypus novemcinctus) est absolument analogue à la grossesse gémellaire monochoriale de l'homme.

8) Les quatre foetus de Dasypus proviennent des quatre oeufs contenus dans une seule vésicule de Graaf.

9) Les vésicules de Graaf à plusieurs ovules se rencontrent très souvent dans les ovaires du Dasypus et sont formées par la réunion des follicules uniovulaires.

10) L'étude de l'ovaire du Dasypus nous permet de supposer que, chez l'homme aussi, la grossesse gémellaire monochoriale pro-

vient du développement de deux ovules contenus dans la même vésicule de Graaf.

11) La dénomination „grossesse gémellaire uniovulaire" n'est pas justifiée et devrait être abandonnée.

Description des planches.

Fig. 1. Zeiss. Apochr. 16 mm. ocul. comp. 4. Deux follicules de Graaf de l'ovaire du Dasypus novemcinctus. Cet ovaire ne contenait pas le corps jaune. Les deux follicules sont très voisins dans l'ovaire. Le tissu conjonctif, qui les entoure, forme encore une cloison mince, qui les sépare. Le reste du tissu conjonctif est déjà commun pour les deux follicules. Le diamètre de ces deux follicules est 450 μ et 630 μ.

Fig. 2. Zeiss. Apochr. 16 oc. comp. 4. Un follicule à trois oeufs de l'ovaire du Dasypus novemcinctus. Cet ovaire ne contenait pas le corps jaune. On voit nettement qu'ici trois follicules monoovulaires se sont confondus, pour en former qu'un seul à trois ovules. On distingue encore, le reste de la cloison, qui séparait les follicules. Le diamètre du follicule est 990 μ.

Fig. 3. Zeiss. Apochr. 8 mm. oc. comp. 4. Un follicule à deux ovules de l'ovaire du Dasypus novemcinctus. Cet ovaire était le siège du corps jaune. On aperçoit sur cette coupe le reste tout-à-fait mince d'une cloison, qui séparait les follicules monoovulaires.

Fig. 4. Zeiss. Apochr. 16 mm. oc. comp. 4. Un follicule à deux ovules de l'ovaire du Dasypus novemcinctus. Cet ovaire ne contenait pas le corps jaune. Le *liquor* folliculi est déjà commun, quoique la forme de la membrane conjonctive qui entoure le follicule, indique qu'ici deux follicules distincts se sont réunis pour n'en former qu'un seul à deux ovules. Le diamètre du follicule est 390 μ.

Fig. 5. Zeiss. Apochr. 8 mm. oc. comp. 4. Un follicule à trois ovules d'un ovaire du Dasypus, qui ne contenait pas le corps jaune. Ce follicule, qui contient trois ovules normaux est petit, son diamètre est 360. Rien n'indique que ce follicule se soit formé par la réunion de trois follicules distincts. Les cloisons conjonctives ont complètement disparu.

Fig. 6. Zeiss. Apochr. 16 mm. oc. comp. 4. La forme externe du même follicule à trois ovules dont le dessin (fig. 5) représente une coupe microscopique. (Reconstruction des 12 coupes microscopiques). On distingue nettement qu'ici trois follicules distincts se sont confondus, quoique la coupe représentée dans la fig. 5 n'indique aucune trace de cette réunion.

Fig. 7. Zeiss. Apochr. 16 mm. oc. comp. 4. Deux follicules de l'ovaire du Dasypus, qui était le siège du corps jaune. (Dessin par reconstruction de coupes microscopiques). a) On voit au fond d'un grand follicule ouvert 7 ovules normaux. chaque ovule sur son disque propre; b) La forme externe d'un autre follicule. On voit qu'il s'est formé par la réunion de plusieurs follicules.

46. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Le Secrétaire dépose sur le bureau la dernières publications de la Classe:

E. Godlewski (jun.). „Rozwój tkanki mięsnej w mięśniach szkieletowych i w sercu zwierząt ssących". *(Développement du tissu musculaire des muscles du corps et du coeur des mammifères, 8-o, p. 49). — Die Entwicklung des Skelet- und Herzmuskelgewebes der Säugethiere, 8-o, S. 49).*

L. Marchlewski i J. Sosnowski. „O kumarofenazynach. Część II." *(La Cumarophénasine et ses dérivés. Seconde partie, 8-o, p. 10). — Cumarophenasin und Derivate. Zweiter Theil, 8-o, S. 10).*

J. Sosnowski. „Badania nad oporem nerwów. I. Mierzenie oporu metodą elektrometryczną". *(Sur la résistance électrique des nerfs. I. Mesure de la résistance par la méthode électrométrique, 8-o, p. 7). — Untersuchungen über den Nervenwiderstand. I. Widerstandsmessungen mittels der elektrometrischen Methode, 8-o, S. 7).*

S. Zaremba. „O teoryi równania Laplacea i o metodach Neumanna i Robina". *(Sur la théorie de l'équation de Laplace et sur les méthodes de Neumann et de Robin, 8-o, p. 57). — (Ueber die Laplace'sche Gleichung und die Methoden von Neumann und Robin, 8-o, S. 57).*

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem.-przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.

Kraków, 1901. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

31 Grudnia 1901.

PUBLICATIONS DE L'ACADEMIE
1873—1900

Librairie de la Société anonyme polonaise
(Spółka wydawnicza polska)
à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« *(Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires)*, in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« *(Classe de philologie. Séances et travaux)*, in 8-vo, volumes II—XXXI (vol. I épuisé). — 238 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« *(Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux)*, in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XL (vol. I. II. XIV épuisés, 61 pl.) — 256 k.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *(Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne)*, in 4-to, vol. I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). — 77 k.

»Sprawozdania komisyi językowej.« *(Comptes rendus de la Commission de linguistique)*, in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *(Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne)*, in 8-vo, 10 vol. — 57 k.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 4 k. Vol. III, Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski. 6 k. Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 3 c. — Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *(Bibliothèque des auteurs polonais du XVI et XVII siècle)*, in 8-vo, 38 livr. 46 k. 40 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed Piekosiński. 20 k. — Vol II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A. Sokołowski e J. Szujski; A. Lewicki. 32 k. — Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. — Vol. IV. Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. — Vol. V, VII, Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński 20 k. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 10 k. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408–1530) ed. B. Ulanowski. 10 k. — Vol. XV, Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski. 6 k. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński: 6 k. — Vol. VII, X, XIV, XVII Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 14 k. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski 4 k. — Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed V Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp. 15 volumes. — 156 k.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546 1553. 10 k — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674 ed. Kluczycki. 20 k.

Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III ex archivo Ministerii rerum exterarum Gallici, 1674—1683 ed. Waliszewski. 30 k. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler. 30 k. — Vol. VI, Acta Regis Ioannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 10 k. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507—1795 ed. Piekosiński. 40 k. Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 10 c. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 6 k.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III — VI — 102 k.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I, in 8-vo. — 15 k.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *Anciens monuments du droit polonais* in 4-to, vol. II—X. — 72 k.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 12 k. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 6 k. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507—1531 ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VII, Acta expedition. bellic. ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 12 k. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ulanowski. 16 k. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405—1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 6 k. — Vol. X, p. 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 2 k.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 8 k.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *Mémoires*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches, vol. I épuisé). — 170 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« *Séances et travaux*, in 8-vo, 33 vol. (241 planches). — 273 k.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *Comptes rendus de la Commission de physiographie*, in 8-vo, 29 volumes (III. VI — XXXIII, 59 planches, vol. I. II. IV. V épuisés). — 234 k. 50 h.

»Atlas geologiczny Galicyi.« *Atlas géologique de la Galicie*, in fol., 7 livraisons (35 planches) (à suivre). — 58 k.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *Comptes rendus de la Commission d'anthropologie*, in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 125 k.

»Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« (*Matériaux anthropologiques, archéologiques et ethnographiques*), in 8-vo, vol. I—III, (25 planches, 10 cartes et 60 gravures). — 20 k.

Świętek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnię.« *Les populations riveraines de la Raba en Galicie*), in 8-vo, 1894. — 8 k. **Górski K.**, »Historya piechoty polskiej« *Histoire de l'infanterie polonaise*, in 8-vo, 1893. — 5 k. 20 h. »Historya jazdy polskiej« (*Histoire de la cavalerie polonaise*), in 8-vo, 1894. — 7 k. **Balzer O.**, »Genealogia Piastów.« (*Généalogie des Piasts*), in 4-to, 1896. — 20 k. **Finkel L.**, »Bibliografia historyi polskiej.« (*Bibliographie de l'histoire de Pologne*) in 8-vo, vol. I et II p. 1—2, 1891—6. — 15 k. 60 h. **Dickstein S.**, »Hoëne Wroński, jego życie i dzieła.« (*Hoëne Wroński, sa vie et ses oeuvres*), lex. 8-vo, 1896. — 8 k. **Federowski M.**, »Lud białoruski.« *L'Ethnographie de la Russie Blanche*), in 8-vo, 1897. — 7. k.

»Rocznik Akademii.« *Annuaire de l'Académie*, in 16-o, 1874—1898 [illegible] vol. (1873 épuisé) — 30 k.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« *Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888.*, 8-vo, 1889. — 4 k.

12.229.

N[R] 9. 1901.

BULLETIN INTERNATIONAL

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

DE CRACOVIE

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES

DECEMBRE

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1901.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ETE FONDEE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE:

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR: S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est le polonais; c'est dans cette langue que paraissent ses publications.

Le Bulletin international paraît tous les mois, à l'exception des mois de vacances (août, septembre). Il est publié en deux séries, dont la première est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie, et la seconde aux travaux de la Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles. Chaque série contient les procés-verbaux des séances ainsi que les résumés des mémoires et les communications présentés à l'Académie.

Le prix de l'abonnement est 6 k. = 8 fr.
Séparément les livraisons se vendent à 80 h. = 90 centimes.

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem.-przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.

Kraków, 1901. - Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADEMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.

III. CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

Nº 9. Décembre 1901.

Sommaire. 47. M. K. OLSZEWSKI. Détermination de la température d'inversion du phénomène de Lord Kelvin de l'hydrogène.
48. M. W. FRIEDBERG. Les foraminifères des couches à inocéramus des environs de Rzeszów et de Dębica.
49. M. L. BRUNER. Sur la dissociation de l'hydrate et de l'alcoolate du chloral en dissolution.
50. M. M. KIRKOR. Sur le changement de la vitesse du sang dans les vaisseaux des muscles striés pendant leur fonction volontaire et réflexe.
51. M. S. ZAREMBA. Contribution à la théorie d'une équation de la Physique.
52. M. K. ŻORAWSKI. Remarque sur les dérivées d'ordre infini.
53. M. K. ŻORAWSKI. Sur certaines variations des éléments linéaires pendant le mouvement d'un système continu de points.
54. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Séance du lundi 2. Décembre 1901.

PRÉSIDENCE DE M. F. KREUTZ.

47. M. K. OLSZEWSKI présente son travail: **Oznaczenie temperatury inwersyi zjawiska Kelwina w wodorze.** ***(Bestimmung der Inversionstemperatur der Kelvin'schen Erscheinung für Wasserstoff).*** *(Détermination de la température d'inversion du phénomène de Lord Kelvin de l'hydrogène).*

Im Jahre 1854 zeigte Kelvin gemeinsam mit Joule, dass der Wasserstoff während einer nicht umkehrbaren Expansion sich anders verhält als alle übrigen Gase: die Luft, vom höheren Drucke zu einem niedrigeren ohne Leistung einer äusseren Arbeit expandiert, kühlt sich nämlich ab proportional der Differenz der Drucke, während sich der Wasserstoff in solchem Falle erwärmt. Wie bekannt, wurde die Kelvin-Joule'sche Erscheinung von Hampson und von Linde zur Darstellung von flüssiger Luft in grösserem Maasstabe ausgenützt; was die Verflüssigung von Wasserstoff anbelangt, so konnte man auf grund jener Erscheinung im voraus vermuthen,

dass die Apparate von Hampson und von Linde zu diesem Zwecke nicht direct anwendbar sind; die in dieser Richtung angestellten Versuche bestätigten wirklich jene Vermuthung. Es schien jedoch keinem Zweifel zu unterliegen, dass der Linde'sche und speciell der Hampson'sche Apparat nach entsprechender Modificierung auch zur Verflüssigung des Wasserstoffs dienen könnte: es würde sich nur um eine entsprechende Abkühlung des dem Apparate zugeführten Gases handeln, um seine Temperatur noch vor der Expansion unter diejenige der Inversion der Kelvin'schen Erscheinung zu bringen, wonach sich der Wasserstoff selbst im weiteren Verlaufe bis zur Verflüssigungstemperatur abkühlen würde.

Thatsächlich gelang es, mit Hilfe der auf der obigen Basis zuerst von Dewar und dann von Travers [1]) gebauten Apparate, die Verflüssigung dieses Gases zustande zu bringen. Jene Forscher wandten zur Abkühlung des Wasserstoffs flüssige Luft an, welche unter vermindertem Druck siedete, und kühlten dadurch den Apparat bis etwa —200° ab. Es fragt sich nun, ob eine so starke Abkühlung des Wasserstoffes eine unumgängliche Bedingung seiner Verflüssigung mittels nicht umkehrbahrer Entspannung ist, oder ob eine weniger energische Abkühlung zu diesem Zwecke ausreichen würde.

Diese Frage würde man leicht beantworten können, ohne eine Serie von Versuchen in verschiedenen Temperaturen durchführen zu müssen, wenn die Inversionstemperatur der Kelvin'schen Erscheinung für Wasserstoff bekannt wäre.

Es wurde aber diese Temperatur experimentell bis jetzt noch nicht bestimmt: theoretisch hat sie Witkowski [2]) in zweierlei Weise berechnet: erstens, indem er sich dabei auf die Annahme der thermodynamischen Übereinstimmung der Inversionstemperatur für Wasserstoff und für Luft stützte, wobei er die Temperatur von etwa -46° erhielt; zweitens, indem er eine empirische Formel von Rose-Innes [3]) in Anwendung brachte. Dieser Forscher stellte folgende Formel auf zur Bestimmung des Kühlungseffectes bei der Joule-Kelvin'schen Erscheinung:

$$\varepsilon = \frac{\alpha}{T} - \beta.$$

[1]) Phil. Mag., (6), I, April 1901.

[2]) Rozpr. Akad. krak., W. M. P., XXXV, 247 und ff., 1898.

[3]) Phil. Mag., (5), XLV, 228, 1898.

wo α und β, berechnet nach den Versuchsdaten von Joule und Kelvin, für Wasserstoff 64·1 bezw. 0·331 betragen. Bei der Annahme, der Kühlungseffect sei Null, erhalten wir mit Hilfe der Formel selbstverständlich die Inversionstemperatur, die in diesem Falle 193·7° abs., d. i. −79·3°C beträgt.

Angesichts des bedeutenden Unterschiedes der Zahlen, die auf jenen beiden Wegen erhalten wurden, erschien es wünschenswert, diese Temperatur experimentell zu bestimmen.

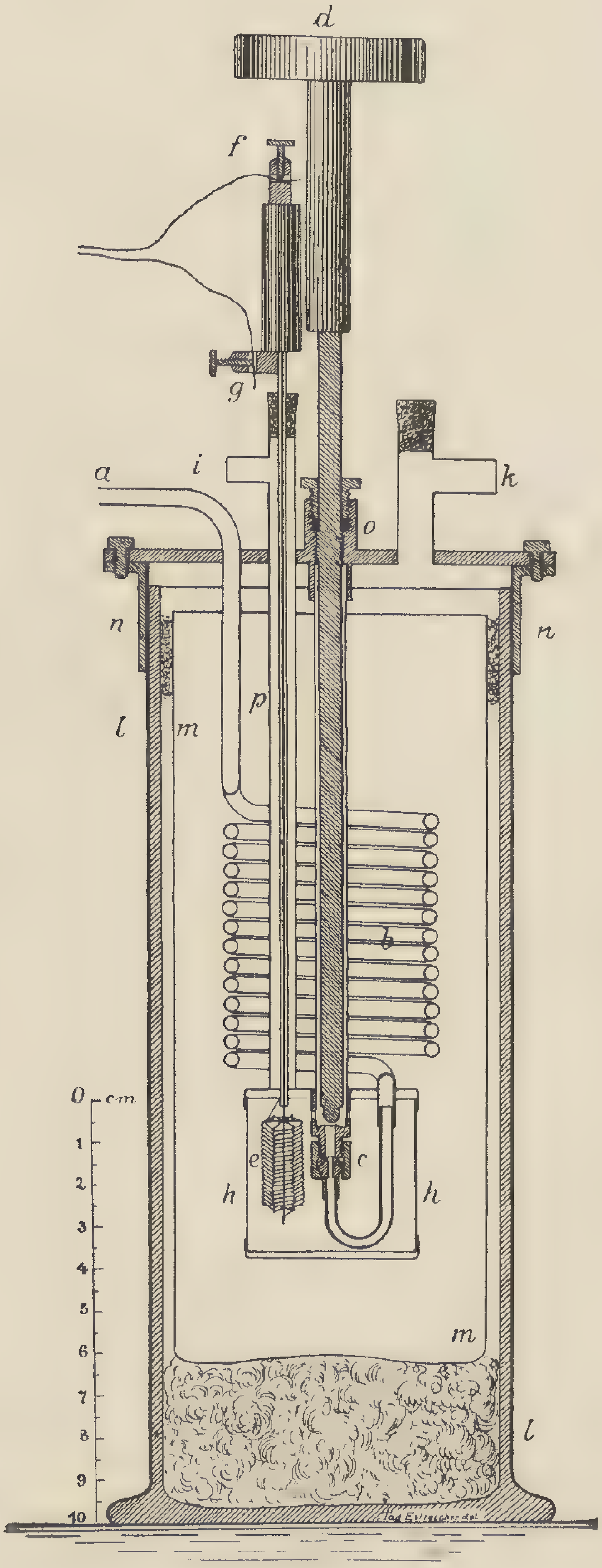
Beschreibung des Apparates.

Der bei diesen Versuchen angewendete Wasserstoff wurde durch Einwirkung von käuflichem Zink auf reine verdünnte Schwefelsäure erhalten; das Gas wurde behufs Reinigung durch Waschflaschen geleitet, die Lösungen von Natriumhydroxyd bezw. Kaliumpermanganat enthielten, und zuletzt durch einen Thurm, der mit Bimssteinstücken gefüllt war, welche mit Quecksilberchlorid getränkt waren; von dort gelangte er in ein grosses Gasometer aus Zinkblech von 1200 Liter Inhalt, um schliesslich mit Hilfe eines Whitehead'schen Compressors in eine stählerne Flasche von 13 Liter Fassungsraum unter einem Druck von etwa 180 Atmosphären hineingepresst zu werden; im Inneren dieser Flasche befand sich eine lange aus Drahtnetz hergestellte Röhre, die mit Kaliumhydroxydstangen gefüllt war.

Bei der Darstellung des Wasserstoffs und dem Comprimieren desselben in der Flasche war man bemüht, aus allen Apparaten und Gefässen die atmosphärische Luft zu entfernen; den Wasserstoff kann man also als rein betrachten, soweit man bei solcher Gasdarstellung im grösseren Maasstabe kleine Verunreinigung mit Luft vermeiden kann.

Der Hauptheil des angewendeten Apparates ist in der Figur abgebildet.

Die oben beschriebene Stahlflasche, welche den Wasserstoff unter hohem Druck enthält, ist mittels einer sich abzweigenden Kupferröhre mit einem metallenen Manometer verbunden sowie mit der Kupferröhre *a*, welche im weiteren Verlaufe in die Schlangenröhre *b* übergeht und in dem Ventil *c* endigt; dieses Ventil ist in dem Deckel *nn* mittels Asbest und der Mutter *o* gedichtet. Mittels des Griffrades *d* kann das Ventil geöffnet werden, wobei der Wasserstoff in die im Innern mit Sämischleder ausgefütterte Blechbüchse


d
f
g
a
i
k
o
n
n
l
m
p
b
e
c
h
h
m
l
0 cm
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

hh bis zum gewöhnlichen atmosphärischen Druck entspannt wird, und dann durch das Rohr *pi* nach aussen entweicht. In derselben Blechbüchse befindet sich ein Widerstandthermometer *e*, dessen nähere Beschreibung sich in meiner Abhandlung über die Bestimmung der kritischen und der Siedetemperatur des Wasserstoffs befindet [1]). Die Klemmschrauben *f* und *g* dienen zur Verbindung des Thermometers mit der Wheatstone'schen Brücke des Widerstandskastens. Dieser Apparat ist mit Hilfe der metallenen Einfassung *nn* in den dickwandigen Glascylinder *ll* eingekittet, in dessen Innerem sich ein dünnwandiges Becherglas *mm* befindet, welches zur Aufnahme des Kühlungsmittels dient.

Als solches kamen in Anwendung: flüssige Luft, flüssiges Aethylen, sowie ein Gemisch von festem Kohlendioxyd und Aether. Die Luft bezw. das Aethylen, wurde durch die obere Öffnung des T—förmigen Rohres *k* eingegossen; diese verflüssigten Gase sammelten sich im Gefäss *mm* bis oberhalb des Schlangenrohres *b* an. Die Öffnung *k* dient zur Ableitung des Dampfes des Kühlungsmittels, oder aber — nach gasdichter Verschliessung der oberen Öffnung — zum Verbinden des Inneren des Apparates mit einer Saugpumpe behufs Erniedrigung des Druckes sowie der Temperatur. Bei den Experimenten mit festem Kohlendioxyd wurde dasselbe vor der Befestigung des Deckels *nn* in den Apparat eingeschüttet. Zum Messen der Dampfdrucke des Kühlungsmittels diente ein Quecksilbermanometer, welches ebenfalls mit der Röhre *k* verbunden war, auf der Figur aber nicht eingezeichnet ist.

Beschreibung der Experimente.

Bei den Versuchen mit flüssiger Luft als Kühlungsmittel betrug die Anfangstemperatur ca. -190^0, der Druck des Wasserstoffs vor der Expansion etwa 170 Atmosphären. Die Entspannung geschah langsam und dauerte 4 bis 5 Sekunden. Die Kühlung war eine bedeutende; der Ausschlag des Galvanometers betrug etwa 200 mm an der Scala. Angesichts dessen erschien es nothwendig, ein weniger starkes Kühlungsmittel anzuwenden: dazu eignete sich zunächst flüssiges Aethylen. Bei Experimenten mit diesem Mittel betrug die Anfangstemperatur etwa -103^0, der Anfangsdruck etwa 150 Atmosphären. Bei der Expansion erniedrigte sich auch hier die

[1]) Rozpr. Ak., W. M. P., XXIX, 404, 1895.

Temperatur, doch in weit schwächerem Grade als bei Anwendung von flüssiger Luft: der Ausschlag des Galvanometers betrug etwa 30 mm an der Scala. Die Temperatur des flüssigen Aethylens erwies sich also als zu niedrig: zwecks Erreichung höherer Temperaturgrade eignet sich aber dieses Gas nicht, infolge dessen wurde in der dritten Versuchsreihe ein Gemisch von festem Kohlendioxyd und Aether angewendet. Die Anfangstemperatur betrug -78^0, der Anfangsdruck ca. 117 Atmosphären. In dieser Versuchsreihe wurden 25 Expansionen ausgeführt, während welcher der Druck in der Stahlflasche von 117 auf 110 Atmosphären sank, d. i. im Verlaufe einer einzigen Expansion änderte sich der Druck des Wasserstoffs um circa eine Viertelatmosphäre, wobei die Menge des expandierten Gases (unter Atmosphärendruck gemessen) ungefähr $3^1/_4$ Liter betrug. Auf diesen Punkt wurde speciell deshalb geachtet, weil in einigen früheren hier nicht berücksichtigten Versuchen, bei welchen der Druck um mehrere Atmosphären während einer Expansion sank, die Abkühlung eine viel stärkere war; bei diesen Versuchen war ausser der grossen Stahlflasche auch eine kleine von 0·6 Liter Capacität eingeschaltet, die als Reservoir für jede einzelne Expansion diente; bei solcher Anordnung tritt neben der Abkühlung infolge von nicht umkehrbarer Entspannung auch die Abkühlung wegen Leistung einer äusseren Arbeit hervor.

In der Temperatur -78^0 erwärmte sich der Wasserstoff bei der Entspannung ein wenig und verursachte einen Ausschlag des Galvanometers in der entgegengesetzten Richtung wie früher um etwa 3 mm. Beim langsamen Pumpen und der damit verbundenen Temperaturerniedrigung wurden die Ausschläge des Galvanometers infolge von Expansionen immer weniger sichtbar, bis man schlieslich bei $-80{\cdot}5^0$ keinen Ausschlag beobachtete. Bei weiterer Temperaturerniedrigung kühlte sich der Wasserstoff wieder ab, und in der Temperatur -83^0 verursachte er den Ausschlag in der anderen Richtung um 5 mm.

Schlussfolgerungen.

Aus den obigen Experimenten geht hervor, dass die Inversionstemperatur der Kelvin'schen Erscheinung für Wasserstoff $-80{\cdot}5^0$ beträgt. Diese Zahl stimmt genügend mit der von Witkowski aus der Rose-Innes'schen Gleichung abgeleiteten überein ($-79{\cdot}3^0$). Diese Übereinstimmung der beiden Zahlen macht es interessant, die kriti-

sche Temperatur des Wasserstoffs auf grund der vorauszusetzenden thermodynamischen Übereinstimmung der kritischen Temperaturen der Luft und des Wasserstoffs, sowie der Inversionstemperatur der Luft (abgeleitet von Witkowski aus der Rose-Innes'schen Gleichung) zu berechnen. Nehmen wir die kritische Temperatur der Luft zu 133° abs. (= −140° C) an; die Inversionstemperatur des Wasserstoffs zu 192·5° abs. (= − 80·5° C), die der Luft zu 633° abs. (= +360° C), so erhalten wir als kritische Temperatur des Wasserstoffs 40·4° abs., d. i. — 232·6° C. Diese Temperatur weicht von der von mir experimentell gefundenen [1]) (—234·5° C) nur um 1·9° ab.

Auf grund der obigen Versuche kann man also schliessen, dass zum Verflüssigen des Wasserstoffs mit Hilfe der Kelvin'schen Erscheinung die Abkühlung desselben vor der Expansion bis unterhalb —200° nicht unumgänglich nothwendig ist, dass vielmehr bei sehr guter thermischer Isolation des Apparates schon die Temperatur von circa —100°, die mittels festen Kohlendioxydes und Aethers sehr leicht herzustellen ist, ausreichen könnte; es unterliegt jedoch keinem Zweifel, dass eine stärkere Abkühlung mittels flüssiger Luft die Verflüssigung des Wasserstoffes fördert und beschleunigt.

Krakau, I Chemisches Institut der Jagellonischen Universität.

---

48. M. L. Szajnocha présente le travail de M. W. FRIEDBERG: **Otwornice warstw inoceramowych okolicy Rzeszowa i Dębicy.** ***(Die Foraminiferen der Inoceramenschichten aus der Umgebung von Rzeszów und Dębica).*** *(Les foraminifères des couches à inocéramus des environs de Rzeszów et de Dębica).*

Die beschriebenen Foraminiferen stammen aus den Ropianka-(Inoceramen-) Schichten der Umgebung von Rzeszów und Dębica im Bereiche der Kartenblätter Rzeszów-Łańcut und Dębica-Ropczyce. Diese Schichten sind sichtbar einerseits im Osten von Rzeszów, wo sie in der Richtung NE—SO sich erstrecken (die Proben wurden genommen aus den Ortschaften Słocina, Matysówka, Malawa, Cierpisz) und anderseits im Westen von dieser Stadt und im Süden von Ropczyce und Dębica, woselbst ihre Richtung E—O und

[1]) Rozpr. Akad. krak., W. M. P., XXIX, 404, 1895.

Einfallen gegen Süden ist (zahlreiche Proben lieferten die Ortschaften Łopuchowa, Zawada, Stobierna, Stasiówka, Gumniska — Fox). Die Ropianka-Schichten unserer Gegend bilden verschiedene Thone und Thonschiefer, starke und mürbe Sandsteine, thonige Mergel u. s. w. Nicht alle diese Gesteinsarten lieferten Foraminiferen-Schalen; viele Proben gaben keine einzige, am reichsten waren noch Thone, Thonschiefer und Mergel.

Die gefundenen Gattungen waren:

Nubecularia tibia Jon. i Park.
Biloculina depressa d'Orb.
Miliolina gramen n. sp.
Tafel I. Fig. 1.
„ tenuis n. sp.
Tafel I. Fig. 2.
„ peregrina d'Orb.
Peneroplis pertusus Fors.
Tafel II. Fig. 14.
Keramosphaera irregularis Grzyb.
Dendrophrya excelsa Grzyb.
„ robusta Grzyb.
„ „ var. maxima
Tafel I. Fig. 4.
„ discreta n. sp.
Tafel I. Fig. 3.
Rhabdammina abyssorum M.Sars.
„ subdiscreta Rzeh.
„ linearis Brady
„ annulata Rzeh.
Tafel I. Fig. 5.
Hyperammina nodata Grzyb.
„ vagans Brady.
Reophax placenta Grzyb.
„ grandis Grzyb.
„ difflugiformis Brady
Tafel I. Fig. 6.
„ ovulum Grzyb.
„ guttifera Brady var.
scalaria Grzyb.

Reophax duplex Grzyb.
Tafel I. Fig. 7.
„ nodulosa Brady
Haplophragmium irregulare Röm.
„ latidorsatum
Bornem.
„ turpe Grzyb.
„ bulloidiforme
Grzyb.
„ turbinatum Brady
Ammodiscus incertus d'Orb.
„ gordialis Jon. i Park.
„ augustus an. n. sp.
Tafel I. Fig. 7.
Trochammina contorta Grzyb.
„ acervulata Grzyb.
Tafel I. Fig. 9.
„ coronata Brady
„ subcoronata Rzeh.
„ deformis Grzyb.
„ variolaria Grzyb.
„ trullissata Brady
„ nucleolus Grzyb.
„ Carpenteri Grzyb.
„ folium Grzyb.
„ bifaciata n. sp.
Tafel II. Fig. 1.
„ mirabilis n. sp.
Tafel II. Fig. 2.
„ variegata n. sp.

Tafel I. Fig. 10.
Trochammina simplex n. sp.
Tafel II. Fig. 4.
Cyclammina retrosepta Grzyb.
Textularia globifera Reuss.
„ carinata d'Orb.
Verneulina abbreviata Rzch.
„ an. polystropha Reussi
Tritaxia tricarinata Reuss.
Bigenerina nodosaria d'Orb.
Spiroplecta biformis Park. i Jon.
Gaudryina pupoides d'Orb.
Bulimina Murchisoniana d'Orb.
„ intermedia Reuss.
„ pupoides d'Orb.
„ Preslii Reuss
„ conulus Rzch.
Chilostomella ovoidea Reuss.
Lagena globosa Mont.
„ apiculata Reuss n. var. tetracarinata
Nodosaria soluta Reuss.
„ an subornata Reuss
„ calomorpha Reuss
Tafel II. Fig. 5–6.
„ consobrina d'Orb.
„ Römeri Neug.
„ communis d'Orb.
„ cylindrica Alth.
Lingulina dentata Grzyb.
Vaginulina legumen L.
Cristellaria rotulata Lam.
„ Isidis Schwag.
„ lepida Reuss
Tafel II. Fig. 8.
„ nuda Reuss.
„ cultrata Montf.
Flabellina reticulata Reuss.
Tafel II. Fig. 7.
Polymorphina sororia Reuss
Tafel II. Fig. 9.
„ irregularis n. sp.
Tafel II. Fig. 10.
„ lanceolata Reuss
Pullenia sphaeroides d'Orb.
„ quinqueloba Reuss
Globigerina cretacea d'Orb.
„ „ var. triloba Reuss.
„ aequilateralis Brady
Rotalia umbilicata d'Orb.
„ litothamnica Uhlig
„ an articulata Dun.
Tafel II. Fig. 11.
„ an orbicularis d'Orb.
„ papillosa var. compressiuscula Brady
Truncatulina lobatula Walk i Jon.
„ livida Grzyb.
„ akneriana d'Orb.
„ insecta Schwager
Puloinulina subcandidula Grzyb.
„ Karsteni Reuss
„ Partschiana d'Orb.
„ an bimammata Günb.
Tafel II. Fig. 13.
„ Boueana d'Orb.
Discerbina pusilla Uhlig
„ eximia Hantken
„ an parisiensis d'Orb.
Tafel II. Fig. 12.
„ Uhligi Grzyb.
„ turbo d'Orb.
Orbitoides an dispansa Sov.
„ an tenuicostata Gümb.
Reste von Inoceramenschalen.

Aus diesen sind 92 Gattungen sicher bestimmt, von diesen sind 44 als in der Kreideformation lebend bekannt. Eigentlich gibt es solcher 66, da diejenigen Formen, welche früher nur aus dem Tertiär bekannt waren, vor kurzem aber von Dr. Grzybowski in den Inoceramen-Schichten gefunden worden sind (J. Grzybowski: Die Foraminiferen der Inoceramen-Schichten von Gorlice. Bulletin international de l'Academie des Sciences de Cracovie. Avril 1901), auch als in der Kreide lebend bezeichnet werden müssen, da die Inoceramen- (Ropianka-) Schichten bisher allgemein als cretacisch gelten, und 22 solcher Gattungen vom Verfasser in der hiesigen Fauna gefunden wurden. Deshalb ist auch der von Dr. Grzybowski geäusserte Schluss, dass die Inoceramen-Schichten tertiär sind, wohl allgemein, wenigstens aber für die hiesige Gegend nicht zulässig.

Aus dieser Zusammenstellung können wir aber einen ganz anderen Schluss ziehen. Wir sehen in ihr sehr viele constante Formen, welche ohne Änderung viele Formationen durchlebten. Von diesen 92 Gattungen leben 3 vom Karbon bis jetzt, 4 vom Trias bis jetzt, 5 vom Jura, 26 von der Kreide, 5 vom Tertiär bis auf den heutigen Tag. Nur einer Formation angehörige Formen gibt es sehr wenige. Nur aus der Kreide sind 10 Gattungen bekannt, nur aus dem Tertiär 16, worunter es mehrere neu beschriebene Formen gibt, deren stratigraphische Stellung als noch nicht gehörig festgestellt bezeichnet werden muss. Aus der Arbeit des Verfassers ergibt sich der Schluss, dass die Foraminiferen Organismen sind, welche sich zum Feststellen des Alters der Schichten nicht eignen, welche Meinung schon von anderen Forschern ausgesprochen wurde.

Was die chemische Zusammensetzung der Schalen anbelangt, so haben auf 105 Gattungen 53 eine Kalkschale, 52 eine kieselige. In dieser Hinsicht ist die Inoceramenfauna von Rzeszów grundverschieden von derjenigen von Gorlice. Es kann also die kieselige Fauna nicht als charakteristisch für Inoceramen-Schichten und auch für das Tertiär bezeichnet und der Schluss gezogen werden, dass die Inoceramen-Schichten tertiär sind, wie es Dr. J. Grzybowski thut, sondern man muss ein anderes Mittel suchen, um das Vorhandensein ausschliesslich kieseliger oder kalkiger Faunen zu erklären.

Beim Betrachten der chemischen Zusammensetzung des Gesteines, aus welchem die Foraminiferen genommen wurden, und

des Materials der gefundenen Foraminiferen-Schalen sehen wir einen Zusammenhang. Wenn das Gestein kein Calciumcarbonat enthält, herrschen die kieseligen Formen vor, wenn aber diese Verbindung im Gesteine vertreten ist, sind die kalkschaligen Gattungen vorherrschend. An dem von Dr. J. Grzybowski aus verschiedenen Stellen der Karpathen beschriebenen Materiale lässt sich der erwähnte Zusammenhang beobachten. Das Material aus Dukla war ein kalkiges Conglomerat mit 70% $CaCO_3$ und ergab nur einige kieselige Formen; das Material aus Wadowice ergab mehr denn 48% solcher Formen, letzteres Material bildeten rothe Thone (welche wenig oder gar kein Calciumcarbonat enthalten) und Mergel. Die kieseligen Formen waren in den Thonen häufiger, in den Mergeln aber selten; die kalkschaligen hingegen umgekehrt in den Thonen selten, in den Mergeln aber häufiger. Das Material aus Krosno und Gorlice enthielt mehr, das letzte fast nur kieselige Formen, seine chemische Zusammensetzung ist indessen nicht angegeben, wahrscheinlich war es arm an Calciumcarbonat, da Thonschiefer und verschiedene Thone dasselbe bildeten. Was schliesslich das Material der Ropianka-Schichten aus Rzeszów und Dębica anbelangt, so kann man denselben Zusammenhang sehen; die Proben, welche kein $CaCO_3$ enthielten, ergaben auch keine kalkschaligen Foraminiferen, die Proben aber, welche Calciumcarbonat enthielten, lieferten vorwiegend kalkschalige Foraminiferen (eine Probe ausgenommen, welche nicht viele, aber ausschliesslich kieselige Formen enthielt).

Diese dem Verfasser zur Verfügung stehenden Daten sind jedoch zu gering, um daraus einen bestimmten Schluss zu ziehen und den angegebenen Zusammenhang als nothwendig zu erklären. Wenn man die chemische Zusammensetzung möglichst vieler Sedimente kennen wird, von denen auch die Foraminiferenfauna bekannt sein wird, so wird man zu einer sicheren Schlussfolgerung gelangen können. Wenn wir aber berücksichtigen, dass zwischen der chemischen Zusammensetzung und dem mechanischen Einschlusse des Wassers einerseits und der Qualität der Sedimente anderseits ein nothwendiger Zusammenhang besteht, und dass die Foraminiferen das Material zu ihren Schalen theils aus dem Wasser theils aus dem in ihm suspendierten Materiale entnehmen, so wird uns der am Anfange erwähnte Zusammenhang zwischen den Sedimenten und der in ihnen enthaltenen Foraminiferenfauna ganz natürlich erscheinen.

Die Foraminiferen der Ropianka-Schichten aus der Umgebung von Rzeszów und Dębica sind in der Fauna von Dukla mit 12 Gattungen, in derjenigen von Wadowice mit 34, von Krosno mit 33, von Gorlice mit 25. in der Fauna der oberbayrischen Kreidemergel (beschrieben von Egger) mit 36 Gattungen vertreten. Die grösste Ähnlichkeit existiert also zwischen der Fauna von Bayern und der hiesigen, diese Ähnlichkeit ist aber umso grösser, wenn wir berücksichtigen. dass die Fauna von Bayern wenige kieselige Gattungen enthält. Auf 47 kalkschalige Formen. welche die Fauna von Rzeszów enthält, sind 26 auch in der Fauna von Bayern vorhanden. Die Fauna der Inoceramen-Schichten von Gorlice ist aber auch der hiesigen ähnlich. wenn wir von der letzten nur die kieseligen Formen in Betracht ziehen. Auf 45 kieselige Formen sind 24 in der Fauna von Gorlice vertreten. Wir können also die Foraminiferenfauna von Rzeszów, welche aus petrographisch verschiedenen Sedimenten stammt. als die Mitte haltend zwischen derjenigen der kieseligen Facies von Gorlice und der kalkigen Facies der Kreidemergel Bayerns betrachten.

---

49. M. E. Bandrowski présente le travail de M. L. BRUNER: **O dyssocyacyi wodzianu i alkoholanu chloralu w roztworach.** ***(Ueber die Dissociation des Chloralhydrates und Chloralalkoholates in Lösungen).*** *(Sur la dissociation de l'hydrate et de l'alcoolate du chloral en dissolution).*

Die Praxis der Moleculargewichtsbestimmung hat zahlreiche Fälle von Polymerisation in Lösungen bekannt gemacht. Es sind dagegen sehr wenige Beobachtungen über die nicht elektrolytische Dissociation in Lösungen beschrieben worden, obgleich diese Fälle das vollkommene Analogon der sogenannten anormalen Dampfdichten bilden müssten. Man darf wohl vermuthen. dass die Stoffe, die im Dampfzustande dissociert sind, es auch in Lösungen sein können [1]). Von allen hier zugehörigen Stoffen ist das Chloralhydrat

[1]) Ein diesbezüglicher Fall einer Dissociation von para-Oxybenzoësäure (p. $C_6 H_4$ OH. COOH. H_2O) in para-Toluidin hat Eykman (Zeit. phys. Ch. 4,497) beobachtet, indem er fand. dass die Moleculardepression H_2O = 34 ist, die Depression der anhydrischen para-Oxybenzoësäure = 40, die des Hydrates der Säure aber = 75, woraus auf vollkommene Dissociation zu schliessen ist. Es ist jedoch

und Chloralalkoholat am ehesten einer Untersuchung zugänglich. In seiner ausgedehnten Untersuchung hat Beckmann [1]) dies Thema berührt und einige kryoskopischen Bestimmungen in Wasser, Essigsäure- und Benzollösung ausgeführt. Es ergab sich, dass in Benzollösung keine Dissociation nachzuweisen war, dagegen in Essigsäure eine beträchliche Dissociation vorhanden war, wie dies aus der Vergrösserung der Moleculardepression zu schliessen ist.

Ich habe in verschiedenen Lösungsmitteln eine Reihe kryoskopischer und ebullioskopischer Versuche nach dem allgemein üblichen Beckmann'schen Verfahren über das Chloralhydrat und Chloralalkoholat ausgeführt, deren Ergebnisse in den unten stehenden Tabellen verzeichnet sind. In den Tabellen ist unter *gr* die Menge des gelösten Stoffes angegeben, unter n die Molekelzahl des gelösten Stoffes auf 100 gr. Lösungmittel nach der üblichen Formel $n = \frac{100\ g}{m \cdot G}$ berechnet (m — das Moleculargewicht, G — die angewandte Gewichtsmenge das Lösungsmittels); unter Δt — die am Beckmann'schen Thermometer beobachtete Erhöhung beziehungsw. Depression, unter E — die Moleculardepression nach der hier obwaltenden Gleichung $E = \frac{\Delta t}{n}$. Die Praeparate sind sämmtlich von Kahlbaum bezogen und durch Fractionierung gereinigt worden.

Ebullioskopische Versuche.

TABELLE I.

Lösungsmittel: Aethylaether [2])

$C_6H_4Br_2 = 236$

$G = 16{,}11$ gr. $t_0 = 3{,}595^0$

gr.	n	Δt	E
0,3155	0,00830	0,185	22,3
0,6415	0,01687	0,405	22,0
1,5263	0,04014	0,835	20,8
1,9864	0.05227	1.107	21,2
2,4604	0,06475	1,335	20.6

hier eine chemische Wechselwirkung zwischen der geschmolzenen Base und der darin gelösten Säure nicht ausgeschlossen.

[1]) Beckmann, Zeit. phys. Chem. 6,437.

[2]) Sorgfältig entwässertes und über Na fractioniertes Präparat.

$CCl_3.CH(OH)_2 = 165,5$

G = 17,62 gr. t_0 = 3,640°

gr.	*n*	Δt	*E*
0,1890	0,00647	0,140	21,5
0,4413	0,0151	0,350	23,2
0,8388	0,0287	0,620	21,6
1,3808	0,0473	0,990	20,9
1.6709	0,0572	1,195	20,9

$CCl_3.CHO.C_2H_5OH = 193,5$

G = 18,26 gr. t_0 = 3,420°

0,4368	0.01237	0.270	21,8
0,8866	0.0251	0,522	20,1
1.5128	0,0428	0,885	20,6

TABELLE II.

Lösungsmittel: Aceton E(norm) = 16,7 [1].
(aus der Bisulfitverbindung)

$CCl_3.CH(OH)_2 = 165,5.$

G = 15,50 gr. t_0 = 0,028°

0,4515	0,0176	0.310	17,6
1,0140	0,0394	0,697	17.6
1,5890	0,0619	1,002	17,2

$CCl_3.CHO.C_2H_5OH = 193,5$

G = 17,42 gr. t_0 = 0,110°

0,4060	0,01207	0,198	16,4
0,9550	0,0284	0,465	16,4

TABELLE III.

Lösungsmittel: Methyljodid

$C_2H_4Br_2 = 236$

G = 45,71 gr. t_0 = 0.840°

0,4844	0,00449	0,184	41,0
1,0611	0,00984	0,412	41,0
1,5598	0,01446	0,612	42,3
			41,7

[1]) Beckmann, l. c.

$CCl_3.CHO.C_2H_5OH = 193,5$

G = 48,50 gr. t_0 = 1,280°

gr.	*n*	Δt	*E*
0.6688	0,00713	0,230	32.3
1,3388	0.0143	0,465	32,5
1,6593	0,0176	0,615	34.8
2,4523	0,02605	0,890	34,4
3,1887	0,0339	1,175	34,7

TABELLE IV.

Lösungsmittel: Aethylbromid

$C_6H_4Br_2 = 236$

G = 29,18 gr. t_0 = 1,370°

0,5506	0,00800	0,280	35,0
0,9352	0,0136	0,470	34,6
1,2100	0,0176	1,992	35,3
			35,0

$CCl_3.CHO.C_2H_5OH = 193,5$

G = 29,52 gr. t_0 = 0,00°

0,5387	0,00943	0,282	30.0
1,1110	0,01945	0.600	30,8
1,6795	0.0294	0,890	30,3

TABELLE V.

Lösungsmittel: Schwefelkohlenstoff. E = 23.7

$CCl_3.CHO.C_2H_5OH = 193.5$

G = 31,55 gr. t_0 = 0,020°

1,6025	0,0263	0,275	10.5
2.3225	0,0381	0,382	10,1

In CH_3I, C_2H_5Br, CS_2, ebenso in $CHCl_3$ lassen sich ebullioskopische Versuche mit Chloralhydrat nicht ausführen, desshalb sind nur solche mit Chloralalkoholat angegeben. Werden Lösungen von Chloralhydrat in den genannten Lösungsmitteln auf ihren Siedepunkt untersucht, so ist ein anormales Verhalten bemerkbar, das, so weit mir bekannt, noch nicht beschrieben worden ist. Wird z. B.

zum siedenden Chloroform (33.5 gr. $CHCl_3$; $t_0 = 3{,}340^0$) eine Portion Chloralhydrat wie üblich zugegeben (0,453 gr. $CCl_3.CH(OH)_2$, so sinkt bei unverzögertem Sieden die Temperatur nach 10 Minuten auf 3.00^0, nach 15 Minuten auf — 2.88^0, um dann sehr langsam wieder zu steigen, indem dieselbe nach Verlauf von 30 Minuten 3.25^0 beträgt, nach 40 Minuten — $3^0 53^0$; nach 50 Minuten wird ein Maximum von $3{,}61^0$ erreicht, wenngleich die Einstellung weder auf das Minimum (2.88^0) noch auf das Maximum ($3{,}61^0$) so scharf wie üblich ist. Wird nach dem so schwer zu erreichenden Maximum die Moleculardepression berechnet, so ergiebt sich E = 33,1, während das normale E für $CHCl_3$ = 36,6 ist. In einem zweiten Versuch mit demselben Lösungsmittel war der Gang der Erscheinung derselbe geblieben, nur ergab sich das nach dem Maximum der Temperatur berechnete E zu 28.6. Der Verlauf der Erscheinung in CH_3I, C_2H_5Br, CS_2 gleicht vollkommen dem oben beschriebenen.

Was die Ursache der Erscheinung anbetrifft, so ist sie in folgendem zu suchen. Auch in den genannten Lösungsmitteln darf man wohl eine minimale Dissociation des Chloralhydrats nach der Gleichung $CCl_3CHO.H_2O \rightleftarrows CCl_3CHO + H_2O$ annehmen; die äusserst geringe Löslichkeit des Wassers in den genannten Lösungsmitteln hat jedoch zur Folge, dass sich das Wasser als eine neue, wegen ihrer Geringfügigkeit fast unsichtbare wässerige Phase abscheiden muss. Diese wässerige Phase besteht aus einer gesättigten Lösung von dem angewandten Lösungsmittel in Wasser, in der Lösung wird auch das Chloralhydrat gelöst, entsprechend seinem Theilungscoefficienten zwischen H_2O und z. B. $CHCl_3$. Die neue wässerige Phase wird sich mit ihrer Partialtension an der gesammten Siedetension bethätigen, wodurch die Siedetension vergrössert, der Siedepunkt folglich herabgedrückt wird. Solange also die wässerige Phase vorhanden ist, muss die Temperatur sinken und sich auf ein Minimum einstellen, das jedoch nicht absolut scharf sein kann, weil die Zusammensetzung dieser Phase keine unveränderliche ist. Bei fortschreitendem Sieden wird die in so geringer Menge vorhandene wässerige Phase abdestilliert, wodurch der Siedepunkt zu steigen anfängt, ohne jedoch das theoretische Maximum zu erreichen, weil ja ein Theil des gelösten Chloralhydrats mit Wasserdämpfen mitgerissen wird, wodurch seine Concentration vermindert erscheint. Die Richtigkeit dieser Auffassung habe ich auch experimentell nachgewiesen: in siedendem C_2H_5Br

($t_0 = 1,250^0$) wurde etwas Chloral gelöst, wodurch sich die Temperatur bis $2,420^0$ erhöht hatte. Dem Gemische habe ich einen Tropfen Wasser zugeführt; bei vollkommener Klarheit der siedenden Lösung sank die Temperatur nach 6 Minuten auf $1,90^0$, nach 15 Minuten auf $1,72^0$, um sich dann nach Verlauf einer Stunde wieder auf $2,36^0$ zu erhöhen. Der Gang der Erscheinung ist also in dem Falle der gleiche, als wenn das Chloralhydrat in dem Lösungsmittel gelöst worden wäre.

Kryoskopische Versuche.

TABELLE VI.

Lösungsmittel: Nitrobenzol. E = 67 [1])

$CCl_3 . CHO = 147,5$

G = 22,09 gr. $t_0 = 1,950^0$

T^0 (äusseres Kühlbad) = 0^0 im Schneegemisch

gr.	*n*	Δt	*E*
0,5040	0.0155	0.950	61.3
1,1968	0,0367	2.210	60,2

$CCl_3 . CH(OH)_2 = 165.5$

G = 18,83 gr. $t_0 = 1,950^0$

gr.	*n*	Δt	*E*
0,3065	0,00984	0,610	62,0
0,6800	0.0218	1,170	53,7
0,8320	0,0267	1.460	54,8

$CCl_3 . CHO . C_2H_5OH = 193,5$

G = 21,07 gr. $t_0 = 1,950^0$

gr.	*n*	Δt	*E*
0,1595	0.00391	0.263	67,1
0,3240	0.00795	0.530	66,7
0,5695	0.01397	0.915	65,4
1,1555	0,0283	1,680	59,3

[1]) Ampola e Rimatori. Sul comportamento della nitrobenzene etc. (Rendiconti dei Academie dei Lincei. Vol. IV, Serie 5, fascicolo 11.

TABELLE VII.

Lösungsmittel: p. Toluidin. E = 51 [1])

$CCl_3 . CHO = 147,5$

G = 19,18 gr. $t_0 = 3,082^0$ $T_0 = 42^0$

gr.	*n*	Δt	*E*
0,4584	0,0162	0,827	51,0
0,6834	0,0242	1,242	51,3
1,2820	0,0453	1,387	52,7

$CCl_3 . CH(OH)_2 = 165,5$

G = 18,59 gr. $t_0 = 3.082^0$ $T_0 = 42^0$

0,3350	0,0109	0,560	51,4
0,6005	0,0195	0,980	50,2

$CCl_3 . CHO. C_2H_5OH = 193,5$

G = 17,19 gr. $t_0 = 3,082^0$ $T_0 = 42^0$

0,2395	0,00721	0,415	57,5
0,4785	0,0144	0,845	58,7
0,8650	0,0260	1,530	58,9

Aus den angeführten Tabellen geht hervor, dass in keinem von den untersuchten organischen Lösungsmitteln, auch nicht in p. Toluidin, von einer bestimmt nachweisbaren Dissociation des $CCl_3 . CHO. H_2O$ und $CCl_3 . CHO. C_2H_5OH$ die Rede sein kann. Das Chloralalkoholat in p. Toluidin weist zwar etwas grössere Depressionen als die theoretischen auf, doch sind in den öfters citierten Untersuchung Eykman's für p. Toluidin Schwankungen in der Constante von derselben Grössenordnung gefunden worden. Es ist also nur in der von Beckmann untersuchten Essigsäure ein Lösungsmittel vorhanden, das die Dissociation des Chloralhydrats hervorrufen kann. Der Befund steht im Einklang mit allen übrigen bekannten Eigenschaften von Hydroxyl—enthaltenden Lösungsmitteln. Eine Association zu polymeren Molecülen ist für das Chloral und Chloralhydrat in Nitrobenzol, für Chloralalkoholat in Methyljodid, Aethylbromid und Schwefelohlenstoff aufgefunden worden.

Chloralhydrat als Lösungsmittel. Wie bekannt, ist das

[1]) Eykman. Zeitsch. phys. Chem. **4**, 497.

Chloralhydrat im Dampfzustande theilweise in Chloral- und Wasserdampf dissociert. Es schien mir deshalb interessant zu erfahren, ob auch in diesem Falle die bekannte van't Hoff'sche Gleichung $E = \frac{0.02\ T^2}{W}$ ihre Geltung behalten wird. Dass dies nach der Theorie der Fall sein muss, ist schon daraus ersichtlich, dass bei der Herleitung der Gleichung keine Voraussetzungen über die chemische Beschaffenheit der Dampfphase gemacht worden sind [1]. Eine Complication ist nur deshalb vorauszusehen, weil in der Reihe der ebullioskopischen Versuche die Siedetemperatur gesteigert wird, wodurch der Dissociationszustand des Chloralhydratdampfes und folglich auch das W = Verdampfungswärme + Dissociationswärme geändert sein kann.

In Chloralhydrat werden leicht verschiedene Kohlenwasserstoffe und ihre Halogenderivate aufgelöst, es wurden deshalb Versuche mit Stoffen von dieser Körperklasse ausgeführt. Um brauchbare Zahlen zu erhalten, muss das Sieden bei einer jeden Probe genügend lange (circa 30 Min.) fortgesetzt werden; die Zahlen pflegen sonst viel zu hoch auszufallen. Dies beweist, dass der endgültige Dissociationszustand des Chloralhydratdampfes nicht momentan von dem Dampfe erreicht wird.

TABELLE VIII.

Lösungsmittel: Chloralhydrat

$C_6 H_4 Br_2 = 236$

G = 29,20 gr. $t_0 = 0{,}040^0$

gr.	*n*	Δt	*E*
0.7160	0,0104	0,245	23,6
1,1410	0.0165	0,340	20,6
1,4991	0,0217	0,430	20.0
			21.4

[1]) Siehe auch die Untersuchung über das kryoskopische Verhalten des $Na_2SO_4.10H_2O$ von Löwenherz. (Zeit. phys. Ch. **10**, 70).

$C_{10} H_8 = 128$

$G = 28{,}50$ gr. $t_0 = 0{,}020^0$

gr.	*n*	Δt	*E*
0,5660	0,0155	0,365	23,6
0,8100	0,0222	0,455	20,5
1,0390	0,0285	0,605	21,2
1,4840	0,0407	0,825	20.3
			21,4

Wird der Wert von E in die van't Hoff'sche Gleichung $W = \frac{0.02\ T^2}{E}$ eingesetzt, so ergiebt sich $W = \frac{0.02.371^2}{21.4} = 128{,}8$ cal. während von Berthelot [1]) calorimetrisch die „Verdampfungswärme" des Chloralhydrats zu 132,4 cal. bestimmt worden ist. Die Uebereinstimmung ist mehr als befriedigend, besonders wenn man beachtet, dass der Dissociationszustand des Chloralhydratdampfes von der Temperatur stark beeinflusst wird, was sich in den ziemlich grossen Schwankungen der E—Werte offenbart.

Chloralhydrat als kryoskopisches Lösungsmittel. Von Berthelot ist die interessante Thatsache constatiert worden, dass Chloralhydrat beim Erstarren nur ganz allmählich seine Erstarrungswärme abgiebt, indem von der erstarrten Masse nur nach Verlauf mehrerer Tage der frühere Zustand wieder erreicht wird. Da die kryoskopische Moleculardepression durch die im Erstarrungsmomente abgegebene Erstarrungswärme nach der van't Hoff-schen Gleichung geregelt wird, so erscheint es interessant, auf das kryoskopische Verhalten des Chloralhydrats näher einzugehen. Die bisher angestellten Versuche, die jedoch weiter fortgesetzt werden sollen, haben kein endgiltiges Ergebnis geliefert. Die Kryoskopie auch des reinen Chloralhydrats gehört zu sehr schwierigen Operationen, indem bei geringster Ueberkühlung die Masse plötzlich ganz fest wird. Es ist offenbar die geringe im Erstarrungsmomente abgegebene Wärme ungenügend, um die Temperatur auf den wirklichen Erstarrungspunkt zu erhöhen: eine grosse Krystallisationsgeschwindigkeit kommt ja dem Stoffe auch zu.

1) Berthelot, Thermochimie II, 513.

Zusammenfassung.

1. Aus den Versuchen in verschiedenen Lösungsmitteln ergiebt sich, dass eine beträchtliche Dissociation des Chloralhydrates nur in Essigsäure-Lösung stattfindet.

2. Es wird auf eine interessante Anomalie bei der Ebullioskopie des Chloralhydrats im $CHCl_3$, CH_3, JC_2H_5Br, CS_2 hingewiesen.

3. Die Giltigkeit der van't Hoff'schen Gleichung anch für den Fall, wo sich der Dampf des Lösungsmittels im Dissociationszustande befindet. ist bestätigt worden.

Krakau. II chem. Laborat. d. Jagell. Univ.

---

50. M. N. Cybulski présente le travail de M. M. KIRKOR: **O zmianach szybkości ruchu krwi w mięśniach prążkowanych podczas ich czynności dowolnej i odruchowej.** ***(Ueber die Veränderungen der Geschwindigkeit des Blutstromes in den quergestreiften Muskeln während ihrer willkürlichen und reflectorischen Thätigkeit).*** *(Sur le changement de la vitesse du sang dans les vaisseaux des muscles striés pendant leur fonction volontaire et réflexe).*

Da die Frage der Veränderung der Geschwindigkeit der Blutbewegung in den thätigen Muskeln bis jetzt fast gar nicht erforscht ist, hat der Verfasser Versuche angestellt, um dieselbe klar zu legen. Zur Erforschung der Stromgeschwindigkeit in den Gefässen benutzte der Verfasser Cybulski's Photohaemotachometer. Er ist der Meinung, dass dieser Apparat allen anderen zu demselben Zwecke construierten an Genauigkeit überlegen ist. Um den zukünftigen Forschern das Benützen desselben bei ihren Versuchen zu erleichtern, gibt er eine sehr genaue Beschreibung des Photohaemotachometers mit allen Ergänzungen und Verbesserungen, die von dem Erfinder selbst in den letzten Jahren an demselben angebracht worden sind. sowie eine Gebrauchsanweisung desselben. Hierauf erläutert er ausführlich das Princip des Apparates (siehe Figurenerklärung am Ende dieser Mittheilung).

Von der ganzen Reihe der Versuche, die der Verfasser angestelll hat, beschreibt er neun verschiedene Versuche sehr genau. die als Typen aller übrigen in der Abhandlung nicht angeführten Versuche anzusehen sind. Einige Experimente wurden an curari-

sierten, andere an normalen (i. e. nicht curarisierten) Hunden ausgeführt; bei einigen Versuchsthieren waren die N. N vagi durchschnitten, bei anderen blieben sie intact; in der bei weitem überwiegenden Mehrzahl der Versuche wurde das Witte'sche Pepton intravenös injiciert, um die Blutcoagulation auf längere Zeit zu verhindern. Was den Reizungsmodus anbelangt, so wurde entweder die Gehirnrinde direct gereizt und dadurch eine Contraction der Pfote hervorgerufen, oder aber es erfolgte die Contraction reflectorisch durch einen elektrischen Hautreiz. In einer Reihe von Versuchen war die Muskelcontraction ein Effekt des Willensimpulses, in einer anderen Versuchsreihe handelte es sich um epileptiforme Anfälle.

Die der Arbeit beigelegten Photogramme illustrieren die Experimente.

Die Ergebnisse aller seiner Versuche stellt der Verfasser folgendermassen zusammen:

In allen seinen Experimenten konnte der Verfasser constatieren, dass während der Contraction des Muskels die Stromgeschwindigkeit sich steigert; die Steigerung derselben dauert so lange, als die Muskeln in der Contraction verharren, einerlei ob die Reizung fortdauert oder nicht. Der Reizungsmodus, welcher die Contraction hervorruft, ist dabei belanglos.

Die Reizung selbst verursacht keine Veränderungen in dem Blutkreislaufe, die von dem Einflusse der vasomotorischen oder gefässerweiternden Centra abhängig sein könnten mit Ausnahme einer momentanen der Reizung unmittelbar folgenden Gefässverengerung. Der Blutdruck unterliegt während der die Contraction der Pfote auslösenden Reizung einer nur sehr kleinen Veränderung. Die Beschleunigung des Blutstromes ist eine Folge der örtlichen Erweiterung der Gefässe, und die Ursache derselben ist rein örtlich, und zwar von der Muskelcontraction abhängig.

Um die Ursache dieser Gefässerweiterung zu erklären, nimmt der Verfasser zwei Möglichkeiten an: entweder sind die motorischen Nervencentra mit den Gefässnerven verbunden, oder was dem Verfasser wahrscheinlicher erscheint, es ist die Muskelcontraction selbst, welche ihrerseits die centripetalen (sensitiven) Muskelnerven reizt, und dadurch einen Gefässreflex auslöst.

Verfasser berechnet die Stromgeschwindigkeit in dem thätigen Muskel und gibt an, dass dieselbe circa zweimal so gross ist wie im Ruhezustande des Muskels. Verf. betrachtet seine Versu-

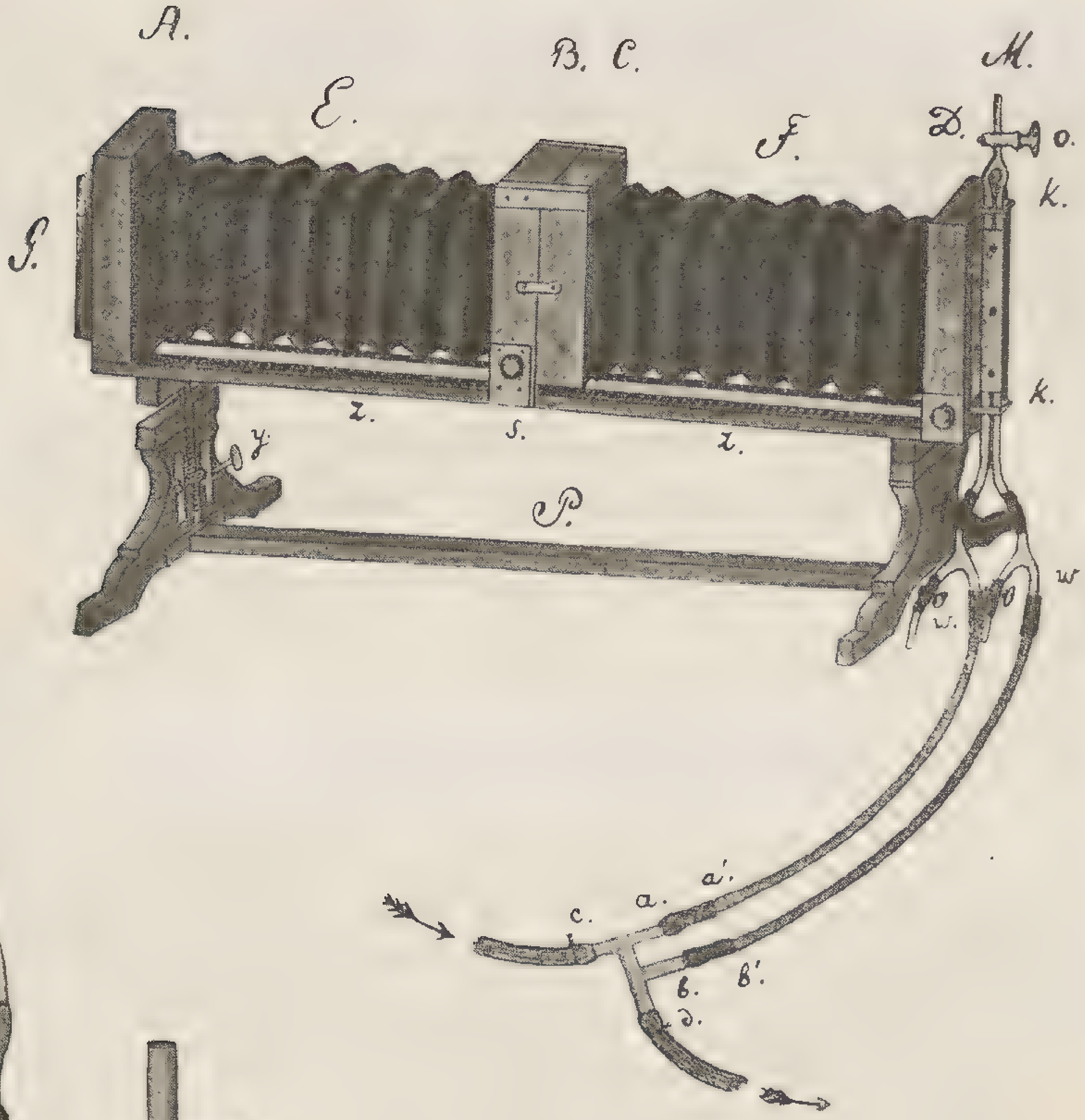
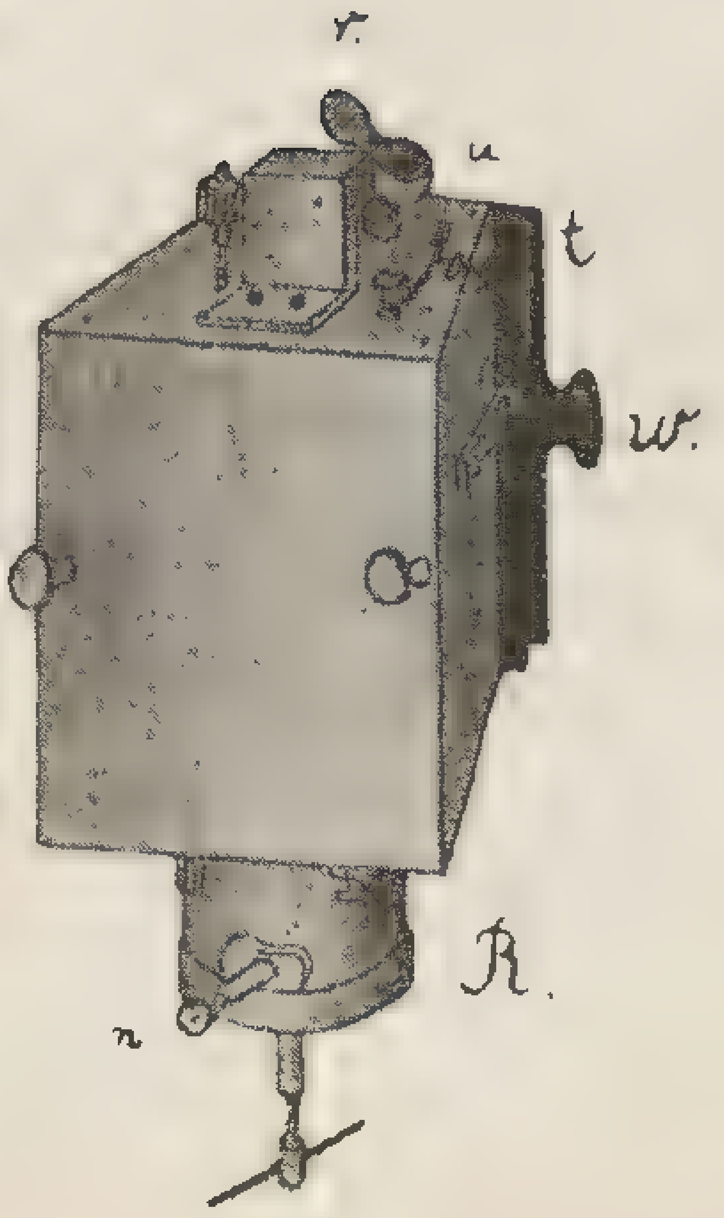


Fig. 1.



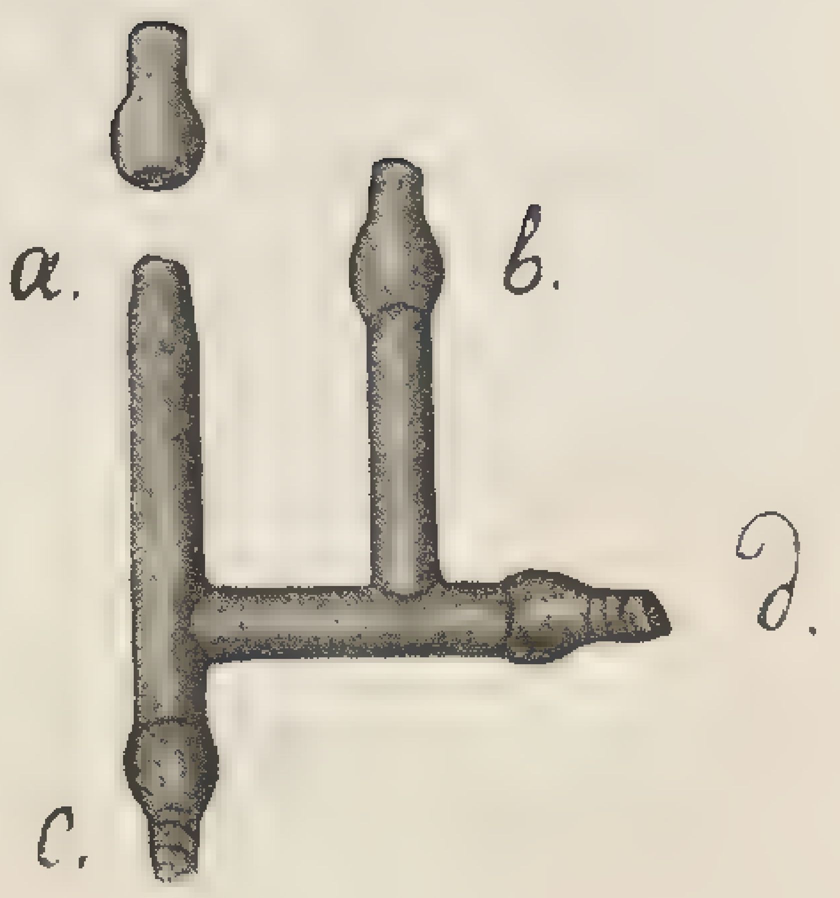


Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4. Fig. 5.

che als eine wissenschaftliche Stütze zur Erläuterung des Einflusses der Gymnastik, Massage und Elektrisation, die in der Therapie benutzt werden. Verfasser bespricht endlich die Ursache der postoperatorischen Blutungen und nimmt an, dass die durchschnittenen Muskeln nach Ablauf der Narkose zur Thäthigkeit aufwachen, wodurch die kleinen Blutgefässe, die während der Operation ununterbunden blieben, sich derart erweitern, dass es zu einer Blutung kommt.

Figurenerklärung.

1) Photohaemotachometer nach Prof. Cybulski mit einer Schlagader verbunden:

B. C. Rahmen mit Einsatz für das photographische Objectiv.
E. F. Camerabälge.
G. Mattscheibe.
P. Stativ.
Z. Schiene mit Zähnen zum Verschieben der *B C* u. *D* mittelst des Triebes *s*.
Y. Zahn- und Triebvorrichtung zum Heben und Senken des hinteren Theiles des ganzen Apparates. Eine ebensolche Vorrichtung findet sich auch unter *D* (auf der Zeichnung nicht sichtbar).
M. Differentialmanometer mit Hahn *O*, mittelst der Klemmen *K* vor dem Schlitz in *D* angebracht. Gläserne *Y*-Stücke *w-w*[1] verbinden ihn mittelst zweier Bleiröhren mit den parallel stehenden Armen der Canüle *a* u. *b*. Die Arme *e* und *d* sind mit der Arterie verbunden Die freien mit Quetschhähnen versehenen Enden der beiden *Y*-stücke werden zum Füllen des ganzen Apparates mit Kochsalzlösung gebraucht.

2) Zugespitzte Schleife aus Platindraht an einem Halter angebracht, dient zur leichteren Einführung des Canülenansatzes in den im Gefäss angebrachten Schlitz.

3) Der obere Theil dss Differentialmanometers mit der Niveaudifferenz der Flüssigkeit während der Blutbewegung.

4) Rollkassette aus Metall in Hinteransicht, dieselbe wird in das Photohaemotachometer statt der Mattscheibe (*G*) eingesetzt. *w* Schieber in der Vorderwand. *R* Trommel mit Feder, *r* Regulator für die Drehgeschwindigkeit der Papierrollen. *u* Sprungfeder, welche die Bewegung der rechten Papierrolle hemmt.

5) Canüle aus Neusilber mit Ansätzen *a*, *b*, *c*, *d*.

51. M. L. Natanson présente le travail de M. S. ZAREMBA: **Przyczynek do teoryi pewnego równania fizyki matematycznej.** ***(Contribution à la théorie d'une équation de la Physique).*** *(Beitrag zur Theorie einer Gleichung der mathematischen Physik).*

Nr. 1. Les équations de la forme:

$$g_2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + g_1 \frac{\partial v}{\partial t} + g_0 v + \triangle v = -4\pi f(x, y, z, t) \tag{1}$$

où l'on a désigné: par g_2, g_1, g_0 des constantes données, par $f(x, y, z, t)$ une fonction donnée et par $\triangle v$ l'expression

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$$

se rencontrent de plus en plus souvent en Physique mathématique. Aussi espérons-nous rendre aux Physiciens un service, service très modeste sans doute, en faisant connaître une intégrale particulière de cette équation permettant de la débarrasser du second membre. M. Poincaré [1]) a envisagé le cas où l'on a

$$g_1 = g_0 = 0.$$

M. Duhem [2]) a étudié une équation dont le premier membre est beaucoup plus général que le premier membre de l'équation (1) mais, en ce qui concerne le second membre, il n'a considéré que le cas très particulier où l'on a:

$$\triangle f = 0.$$

Il y a donc lieu d'examiner le cas où les constantes g_0, g_1 et g_2 sont quelconques, la fonction $f(x, y, z, t)$ ne vérifiant que des hypothèses d'un caractère très général [3]).

Voici les conditions précises dans lesquelles nous allons nous placer. Nous supposerons que la fonction $f(x, y, z, t)$ est définie, en tant que fonction de t dans un certain intervalle (a, b) et en tant que fonction des variables (x, y, z) pour l'ensemble des positions du point (x, y, z) à l'intérieur d'un certain domaine (D) et

[1]) Electricité et Optique, 2e édition.

[2]) Sur une généralisation du théorème de Clebsch, Journal de Liouville 1900.

[3]) Pour plus de simplicité nous excluons les cas où il y aurait lieu de considérer des imaginaires et nous nous bornons à faire remarquer ici que ces cas là n'offrent aucune difficulté.

sur la frontière *(S)* de ce domaine. La surface *(S)* pourra avoir un nombre quelconque de points singuliers et même de lignes singulières, mais elle devra être telle qu'il puisse être question d'intégrales de volume étendues au domaine *(D)* et d'intégrales de surface étendues à la surface *(S)* elle-même. Nous admettrons encore que les dérivées:

$$(2) \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^3 f}{\partial t^2 \partial x}, \quad \frac{\partial^3 f}{\partial t^2 \partial y} \quad \text{et} \quad \frac{\partial^3 f}{\partial t^2 \partial z}$$

existent, qu'elles sont continues pour toutes les valeurs des variables pour lesquelles la fonction f est définie et qu'enfin chacune des quantités (2), considérée comme fonction de t, satisfait, dans l'intervalle (a, b) aux „conditions de Dirichlet[1]".

Cela posé, nous allons faire voir qu'il existe une fonction v des variables x, y, z et t jouissant, pour toutes les valeurs de t appartenant à l'intervalle (a, b) des propriétés suivantes:

1⁰ La fonction v et les dérivées $\frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial z}$ seront continues dans tout l'espace.

2⁰ La fonction v vérifiera l'équation (1) en chaque point situé à l'intérieur du domaine *(D)*.

3⁰ On aura, en chaque point extérieur au domaine *(D)*

$$(3) \qquad g_2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + g_1 \frac{\partial v}{\partial t} + g_0 \frac{\partial v}{\partial t} + \triangle v = 0$$

Nr. 2. Enonçons certaines propositions bien connues ou aisées à démontrer qui seront indispensables dans la suite. Soit $F(x, y, z)$ une fonction réelle des variables x, y, z, admettant des dérivées partielles du premier ordre finies et continues dans toute l'étendue du domaine *(D)* et sur la frontière *(S)* de ce domaine. Cela posé, désignons par μ une constante positive, par r la distance des points (x, y, z) et (x', y', z') et par ψ la fonction définie par la formule:

$$(1) \qquad \Phi(x, y, z) = \iiint\limits_{(D)} \frac{\cos \mu r}{r} F(x', y', z')\, dx', dy', d'z$$

on aura à l'intérieur du domaine *(D)*:

[1]) Poincaré. Théorie de la propagation de la chaleur p. 54.

$$\triangle \Phi + \mu^2 \Phi + 4\pi F(x, y, z) = 0 \tag{2}$$

et dans l'espace extérieur:

$$\triangle \Phi + \mu^2 \Phi = 0. \tag{3}$$

En outre, la fonction Φ et les dérivées $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$, $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$, $\frac{\partial \Phi}{\partial z}$ seront finies et continues dans tout l'espace.

Soit M une limite supérieure commune des fonctions:

$$F(x, y, z) \text{ et } + \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2}$$

On aura:

$$|\Phi(x, y, z)| < \frac{AM}{\mu} \tag{4}$$

où A est un nombre positif indépendant de la fonction $F(x, y, z)$, et tel que ni ce nombre lui-même ni le produit

$$Ad,$$

où d est la plus courte distance du point (x, y, z) à la surface (S), ne dépassent en aucun point de l'espace une certaine limite finie, dépendant uniquement de la surface (S).

Conservons les notations précédentes et désignons par D_k l'opération qui consiste à prendre une dérivée partielle d'ordre k d'une fonction des variables (x, y, z). Nous aurons:

$$|D_1 \Phi| < BM \tag{5}$$

$$|D_2 \Phi| < B_1 (1 + \mu) M, \tag{6}$$

où la letre B représente un nombre tout à fait analogue au nombre A de l'inégalité (4), le nombre B_1 étant un nombre positif dont le produit par la plus courte distance du point (x, y, z) à la surface (S) reste constamment au dessous d'une limite finie dépendant uniquement de la surface (S). On voit que le nombre B_1 ne peut cesser d'être fini que dans le voisinage de la surface (S).

Si la fonction Φ au lieu d'être définie par la formule (1), l'était par la formule:

$$\Phi = \iiint_{(D)} \frac{e^{-\mu r}}{r} F(x', y', z')\, dx'\, dy'\, dz' \tag{7}$$

où e est la base des logarithmes népériens, cette fonction satisferait encore aux inégalités (4), (5) et (6), elle serait continue dans tout l'espace et il en serait de même de ses dérivées du premier ordre, seulement, au lieu de vérifier l'équation (2) dans le domaine *(D)* et l'équation (3) dans l'espace extérieur, elle satisferait dans le domaine *(D)* à l'équation:

$$\triangle \Phi - \mu^2 \Phi + 4 \pi F(x, y, z) = 0 \tag{8}$$

et, dans l'espace extérieur, à l'équation:

$$\triangle \Phi - \mu^2 \Phi = 0. \tag{9}$$

Voici maintenant une remarque relative aux séries de Fourier. Soit $\psi(t)$ une fonction de la variable t définie dans l'intervalle $(0, 2\pi)$. Supposons que la dérivée $\psi''(t)$ satisfasse aux conditions de Dirichlet. Posons:

$$\psi_1(t) = \psi(t) - a'_0 t - a''_0 t^2,$$

les constantes a'_0 a_0'' étant déterminées par les conditions:

$$\psi_1(0) = \psi_1(2\pi)$$
$$\psi_1'(0) = \psi'_1(2\pi),$$

et développons la fonction $\psi_1(t)$ suivant la série de Fourier. Il viendra:

$$\psi(t) = a_0 + a'_0 t + a''_0 t^2 + \sum_{m-1}^{\infty} \left\{ a_m \, Cos \, m t + b_m \, Sui \, m t \right\} \tag{10}$$

et l'on aura[1]):

$$\left\{ \begin{array}{l} |a \quad| < \dfrac{K}{m^3} \\ |b \quad| < \dfrac{K}{m^3} \end{array} \right. (m = 1, 2, 3\ldots) \tag{11}$$

où K est une constante finie.

Nr. 3. Revenons manitenant aux équations (1) et (3) du N 1. Une substitution de la forme:

$$v = v' e^{\alpha t}$$

[1]) On établira aisément ces inégalités en se reportant au „Cours d'Analyse" de M. E. Picard, T. I, p. 235.

où α est une constante permettra de ramener le cas général au cas où l'on aurait:

$$g_1 = 0$$

En posant ensuite:

$$t = a + \frac{b-a}{2\pi} t',$$

on ramènera l'intervalle (a, b) à l'intervalle $(0, 2\pi)$. Donc, sans nuire à la généralité, nous pourrons supposer que l'on a:

$$g_1 = 0$$

et que la fonction $f(x, y, z, t)$ est définie, en tant que fonction de t, dans l'intervalle $(0, 2\pi)$. La fonction v devra vérifier alors l'équation:

$$g_2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + g_0 v + \triangle v + 4\pi f(x, y, z, t) = 0, \qquad (1)$$

dans le domaine (D) et l'équation:

$$g_2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} g_0 v + \triangle v = 0, \qquad (2)$$

à l'extérieur de ce domaine.

Les hypothéses faites au sujet de la fonction $f(x, y, z, t)$ nous permettent de représenter cette fonction, considérée comme une fonction de la variable t, par une série de la forme de la série (10) du N° précédent, en ayant soin, bien entendu, de remplacer les coefficients a_0, a'_0, a''_0, a_m et b_m par des fonctions des variables x, y, z. On aura donc:

$$f(x, y, z, t) = f_0(x, y, z,) + t f_1(x, y, z) + t^2 f_2(x, y, z) + \\ + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \varphi_m(x, y, z) \, ws \, m\, t + \psi_m(x, y, z) \; Sin\, mt \right\} \qquad (3)$$

On conclura aisément des hypothèses faites au sujet des dérivées $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ et $\frac{\partial f}{\partial z}$ de la fonction f que chacune des fonctions f_0, f_1, f_2, φ_m et ψ_m admet des dérivées premières continues dans tout le domaine (D). On s'assurera d'autre part que chacune des

dérivées $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ et $\frac{\partial f}{\partial z}$ peut être représentée par une série de la forme (3) et l'on verra finalement que l'on a:

$$D_1 f = D_1 f_0 + t D_1 f_1 + t^2 D_1 f_2 \tag{4}$$
$$+ \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ D_1 \varphi_m) \, Cos\, mt + (D_1 \psi_m) \, Sin\, mt \right\}$$

où le symbole D_1 est employé dans le même sens que dans le N° précédent. Cela posé, on s'assurera en appliquant convenablement le théorème exprimé par les inégalités (11) du N° précédent et en tenant compte de la continuité des fonctions:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \text{ et } D_1 \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

en tant que fonctions des variables x, y, z, qu'il existe une constante positive H telle que l'on ait dans toute l'étendue du domaine (D):

$$\left| \begin{array}{l} |\varphi_m| < \frac{H}{m^3} \\ |\psi_m| < \frac{H}{m^3} \end{array} \right. \tag{5}$$

$$\left| \begin{array}{l} |D_1 \varphi_m| < \frac{H}{m^3} \\ |D_1 \psi_m| < \frac{H}{m^3} \end{array} \right. \tag{6}$$

Supposons provisoirement que la fonction v existe et qu'elle puisse être représentée par une série de la forme:

$$v = v_0 + t v_1 + t^2 v_2 + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ u_m Cos\, mt + w_m Sin\, mt \right\} \tag{7}$$

où v_0, v_1, v_2, u_m et w_m sont des fonctions des variables x, y, z, ne dépendant pas de la variable t. Supposons encore que l'on ait:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = v_1 + 2\, t\, v_2 + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ -u_m \, Sin\, mt + w_m \, Cos\, mt \right\} m \tag{8}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 2 v_2 + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ -u_m Cos\, mt - w_m Sin\, mt \right\} m^2 \tag{9}$$

$$D_1 v = D_1 v_0 + t D_1 v_1 + t^2 D_1 v_2 + \\ + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ (D_1 u_m) \, Cos \, mt + (D_1 w_m) \, Sin \, mt \right\} \tag{10}$$

$$D_2 v = D_2 v_0 + t D_2 v_1 + t^2 D_2 v_2 + \\ + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ (D_2 u_m) \, Cos \, mt + (D_2 w_m) \, Sin \, mt \right\} \tag{11}$$

On aurait alors

$$\left.\begin{array}{r} 2 g_2 v_2 + g_0 v_0 + \triangle v_0 + 4\pi f_0 = 0, \\ g_0 v_1 + \triangle v_1 + 4\pi f_1 = 0, \\ g_0 v_2 + \triangle v_2 + 4\pi f_2 = 0, \\ (g_0 - m^2 g_2) u_m + \triangle u_m + 4\pi \varphi_m = 0, \\ (g_0 - m^2 g_2) w_m + \triangle w_m + 4\pi \psi_m = 0, \end{array}\right| \tag{12}$$

à l'intérieur du domaine (D) et:

$$\left.\begin{array}{r} 2 g_2 v_2 + g_0 v_0 + \triangle v_0 = 0 \\ g_0 v_2 + \triangle v_1 = 0 \\ g_0 v_2 + \triangle v_2 = 0 \\ (g_0 - m^2 g_2) u_m + \triangle u_m = 0 \\ (g_0 - m^2 g_2) w_m + \triangle w_m = 0 \end{array} \; (m = 1, 2, 3 \ldots) \right| \tag{13}$$

dans l'espace extérieur. Les propositions rappelées au numéro précédent nous apprennent qu'il sera aisé de déterminer les fonctions v_0, v_1, v_2, u_m et w_m de façon que ces fonctions, ainsi que leurs dérivées partielles du premier ordre, soient continues dans tout l'espace et qu'elles vérifient les équations (12) à l'intérieur du domaine (D) et les équations (13) dans l'espace extérieur. Donc, pour justifier les hypothèses admises plus haut à titre provisoire et pour démontrer par là l'exactitude du théorème qui fait l'objet de ce petit travail voici, comme on le reconnaîtra aisément, les seuls points que nous ayons à établir:

1º Les fonctions v_0, v_1, v_2, u_m et w_m étant représentées par des intégrales de la forme (1) ou (7) du Nº précédent prouver que les séries (7) et (10) seront absolument et uniformément convergentes dans tout l'espace et pour toute valeur de t appartenant à l'intervalle $(0, 2\pi)$.

2º Montrer que les séries (8), (9) et (11) sont absolument et uniformément convergentes dans le voisinage de tout point non si-

tué sur la surface *(S)* et pour toute valeur de t appartenant à l'intervalle $(0, 2\pi)$. On démontrera tout cela aisément en s'appuyant d'une part sur les inégalités (5) et (6) de ce N° et d'autre part sur les théorèmes exprimés par les inégalitós (4), (5), et (6) du N° précédent; on verra même incidemment que le produit:

$$v\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

reste fini lorsque le point (x, y, z) s'éloigne indéfiniment.

---

52. Le Secrétaire présente le travail de M. K. ŻORAWSKI: **Uwaga o pochodnych nieskończenie wielkiego rzędu.** ***(Eine Bemerkung über die Ableitungen unendlich hoher Ordnung).*** *(Remarque sur les dérivées d'ordre infini).*

In einer im vorigen Jahre [1]) erschienen Abhandlung hat Herr Vitali ausser anderen Entwickelungen einen Satz aufgestellt, welchen ich früher veröffentlicht habe [2]). Dieser Satz lautetet folgendermassen:

Sind in der Potenzreihe:

$$(1) \qquad y = \sum_0^\infty \frac{a_n}{n!}(x-\alpha)^n$$

die Coefficienten a_n so beschaffen, dass die Zahlenfolge:

$$a_0, a_1, a_2, \ldots a_n, \ldots$$

eine vollständig bestimmte endliche Grenze a besitzt, so hat man:

$$\lim_{n=\infty} \frac{d^n y}{dx^n} = a\,e^{x-\alpha}.$$

In der erwähnten Publication habe ich auch einen allgemeineren Satz bewiesen. Derselbe kann in folgender Weise formuliert werden:

[1]) Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo 1900 p. 209—216.

[2]) Rozprawy Wydz. mat. przyr. Akad. Umiej. w Krakowie t. XXVI; auch Anzeiger der Akademie in Krakau, Juli 1893.

Wenn in der Potenzreihe (1) die Coefficienten a_n so beschaffen sind, dass die Zahlenfolgen:

$$a_k, a_{k+\mu}, a_{k+2\mu}, \ldots, a_{k-p\mu}, \ldots (k=0, 1, 2, \ldots, \mu-1)$$

vollständig bestimmte endliche Grenzen:

$$a^{(0)}, a^{(1)}, a^{(2)}, \ldots, a^{(\mu-1)}$$

besitzen, so hat man:

$$\lim_{t=\infty} \frac{d^{t\mu+k} y}{dx^{t\mu+k}} = \frac{1}{\mu} \sum_{0}^{\mu-1}{}_m\, \varepsilon^{mk} e^{\varepsilon^m(x-\alpha)} \Big[\varepsilon^{m\mu} a^{(0)} + \varepsilon^{m(\mu-1)} a^{(1)} + \ldots$$

$$+ \varepsilon^m a^{(\mu-1)} \Big], \text{ wo } \varepsilon = e^{\frac{2\pi i}{\mu}}.$$

In der hier vorkommenden Potenzreihe y sind die absoluten Beträge aller Coefficienten a_n bis ins Unendliche kleiner als eine endliche reelle positive Zahl M, so dass

$$|y| < M e^{(x-\alpha)}$$

ist. Daher gehört y der Kategorie der ganzen Functionen an und zwar solcher ganzen Functionen, dass alle Coefficienten a_n bis ins Unendliche endlich sind. In meiner Abhandlung habe ich neben den angeführten Sätzen und einigen mit denselben verbundenen Einzelheiten die Behauptung ausgesprochen, dass nur dieser speziellen Kategorie der ganzen Functionen die Eigenschaft zukommt, solche Ableitungen unendlich hoher Ordnung besitzen zu können, welche analytische Functionen von x sind. Dies ist aber nicht der Fall. Ich wurde nämlich von meinem Collegen Herrn S. Zaremba darauf aufmerksam gemacht, dass auch andere Functionen solche Ableitungen unendlich hoher Ordnung besitzen können. Die Richtigkeit dieser Bemerkung kann durch das folgende Beispiel, welches ich auch Herrn S. Zaremba zu verdanken habe, bestätigt werden.

Es sei in der Potenzreihe (1) $a_n = \sqrt{n}$, sofern n das Quadrat einer ganzen Zahl ist, und $a_n = 1$, sofern dies nicht der Fall ist. Für diese Potenzreihe hat man:

$$|y| < x-\alpha\, e^{(x-\alpha)},$$

sie stellt also eine ganze Function vor, ohne jedoch zu der erwähnten Kategorie der ganzen Functionen zu gehören. Durch Differentiation der Potenzreihe y folgt:

$$
\begin{aligned}
(2) \qquad \frac{d^{k^2+1}y}{dx^{k^2+1}} &= 1 + \frac{x-\alpha}{1!} + \frac{(x+\alpha)^2}{2!} + \cdots + \frac{(x-\alpha)^{2k-1}}{(2k-1)!} + \\
&+ (k+1)\frac{(x-\alpha)^{2k}}{(2k)!} + \frac{(x-\alpha)^{2k+1}}{(2k+1)!} + \cdots + \frac{(x-\alpha)^{4k+2}}{(4k+2)!} + \\
&+ (k+2)\frac{(x-\alpha)^{4k+3}}{(4k+3)!} + \frac{(x+\alpha)^{4k+4}}{(4k+4)!} + \cdots + \frac{(x-\alpha)^{6k+7}}{(6k+7)!} + \\
&+ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}
$$

man sieht sogleich, dass der absolute Betrag der Summe aller Glieder, welche in allen Zeilen, die erste ausgeschlossen, enthalten sind kleiner ist als der Wert der Summe:

$$
|x-\alpha| \sum_{2k-1}^{\infty} \lambda \frac{|x-\alpha|^{\lambda}}{\lambda!} .
$$

Wenn k ins Unendliche wächst, so convergiert diese Summe gegen Null, man hat also aus (2):

$$
\lim_{k=\infty} \frac{d^{k^2+1}y}{dx^{k^2+1}} = e^{x-\alpha}
$$

und daher giebt dieser Grenzübergang auch eine analytische Function.

---

53. Le Secrétaire présente le travail de M. K. ŻORAWSKI: **O pewnych zmianach długości liniowych elementów podczas ruchu ciągłego układu materyalnych punktów.** Część druga. (***Über gewisse Aenderungsgeschwindigkeiten von Linienelementen bei der Bewegung eines continuierlichen materiellen Systems.*** Zweite Mittheilung). (*Sur certaines variations des eléments linéaires pendant le mouvement d'un système continu de points*).

Der Zweck dieser Abhandlung besteht darin, die Bedingungen des invarianten Verhaltens einer Monge'schen Differentialgleichung 2-ten Grades bei einer infinitesimalen Transformation kinematisch zu interpretieren. Diese Betrachtungen bilden eine Verallgemeinerung einiger in zwei früheren Abhandlungen [1]) des Verfassers behandelten

[1]) Über einige Kategorien infinitesimaler Transformationen der Ebene. Leipziger Berichte. 11 Juni 1900 und die erste Mittheilung über gewisse Änderungsgeschwindigkeiten etc. Bulletin de l'Academie des Sciences de Cracovie. 12. Novembre 1900.

Probleme. Die für die Monge'schen Differentialgleichungen benutzte Methode wird hier auch auf Gleichungen angewandt, welche homogen und vom zweiten Grade in Bezug auf die Cosinus der Normalen eines Flächenelementes sind.

1. Es sei eine Differentialform zweiten Grades:

$$F = \sum_1^n{}^i \sum_1^n{}^k A_{ik}\, dx_i\, dx_k, \tag{1}$$

wo A_{ik} Functionen der Cartesi'schen Coordinaten x_i in einem ebenen n-fachen Raume und der Zeit t bezeichnen. Durch eine passend gewählte Substitution von der Form:

$$dx_i = \sum_1^n{}^r a_{ir}\, d\sigma_r, (i = 1, 2, \ldots, n) \tag{2}$$

wo a_{ii} im allgemeinen auch Functionen von x_i und t sind und den Bedingungen:

$$\begin{aligned} &\sum_1^n{}^i a_{ir}^2 = 1 \quad (r = 1, 2, \ldots, n) \\ &\sum_1^n{}^i a_{ir}\, a_{is} = 0 \quad (r, s = 1, 2, \ldots, n; r \gtrless s) \end{aligned} \tag{3}$$

genügen, d. h. durch eine orthogonale Substitution, die im übrigen auch in der Form:

$$d\sigma_r = \sum_1^n{}^i a_{ir}\, dx_i \quad (r = 1, 2, \ldots, n) \tag{4}$$

geschrieben werden kann, ist es möglich jede reelle Differentialform F auf die Gestalt:

$$F = \sum_1^n{}^r H_r\, d\sigma_r^2 \tag{5}$$

zu bringen. Die Grössen H_r, welche im allgemeinen auch von x_i und t abhängig sind, genügen der sog. charakteristischen Gleichung n-ten Grades und besitzen sämmtlich reelle Werte; die linearen Differentialformen $d\sigma_r$ sind die Längen der n senkrecht auf einander stehenden unendlich kleinen Bogen und a_{ir} sind die Cosinus dieser Bogen mit den Coordinatenaxen. Jeder einfachen Wurzel der charakteristischen Gleichung entspricht ein ganz bestimmter unendlich kleiner Bogen $d\sigma_r$, jeder m-fachen Wurzel eine unendlich kleine m-dimensionale ebene Mannigfaltigkeit, in welcher m auf einander senkrechte Bogen gewählt werden können. Die

Richtungen dieser Bogen werden Hauptrichtungen der Differentialform F genannt.

Wir werden im folgenden die Differentialformen stets in der Form (5) schreiben. Also die im folgenden angeführten Rechnungen beziehen sich in erster Linie auf reelle Differentialformen, sie können aber auch auf solche complexe Differentialformen F bezogen werden, welche durch eine complexe Substitution (2) mit den Bedingungen (3) auf die Gestalt (5) gebracht werden können, wo H_r im allgemeinen complex sind. Auf die Bedingungen, welchen complexe Formen genügen müssen, damit die Ausführung einer solchen Transformation möglich wäre, gehen wir hier nicht ein.

2. Man betrachte anderseits die infinitesimale Transformation:

$$Df = \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_1^n {}^i u_i \frac{\partial f}{\partial x_i},$$

wo u_i Functionen von x_i und t bezeichnen. Sie stellt eine Bewegung des continuierlichen Mediums im n-fachen Raume vor. Bezeichnet man mit ds die Bogenlänge, so folgt:

$$\frac{1}{ds}\frac{\delta(ds)}{\delta t} = \frac{\sum_1^n {}^i \sum_1^n {}^k \alpha_{ik}\, dx_i\, dx_k}{ds^2},$$

wo

$$\alpha_{ik} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i}\right)$$

sind. Bezeichnet man also die Dilatation desjenigen Linienelementes, welches in der Hauptrichtung mit dem Index r gelegen ist, mit Δ_{rr}, so hat man:

$$\Delta_{rr} = \sum_1^n {}^i \sum_1^n {}^k \alpha_{ik}\, a_{ir}\, a_{kr}.$$

Man betrachte ferner zwei im Momente t vom Punkte x_i ausgehende Elemente: ds und $d's$. Cosinus des Winkels, welchen diese Elemente mit einander bilden, ist:

$$\varepsilon = \sum_1^n {}^i \frac{dx_i}{ds}\frac{d'x_i}{d's}$$

und man hat die Formel:

$$\frac{\delta \varepsilon}{\delta t} = 2\sum_1^n {}^i \sum_1^n {}^k \alpha_{ik}\frac{dx_i}{ds}\frac{d'x_k}{d's} - \left(\frac{1}{ds}\frac{\delta(ds)}{\delta t} + \frac{1}{d's}\frac{\delta(d's)}{\delta t}\right)\varepsilon;$$

wenn man nun die Schiebung in den Hauptrichtungen r und s mit $2\Delta_{rs}$ bezeichnet, so hat man:

$$\Delta_{rs} = \Delta_{sr} = \sum_1^n{}^i \sum_1^n{}^k \alpha_{ik}\, a_{ir}\, a_{ks}.$$

Wir führen noch die Bezeichnungen:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{\partial u_k}{\partial x_i}\right) = \xi_{ik} \;\; (i.k = 1.2,\ldots n)$$

ein. Durch Differentiation bekommt man die Formeln:

$$\frac{\delta}{\delta t}\left(\frac{dx_i}{ds}\right) = \sum_1^n{}^k \left(\alpha_{ik} + \xi_{ik}\right)\frac{dx_k}{ds} - \frac{1}{ds}\frac{\delta(ds)}{\delta t}\frac{dx_i}{ds}, \; (i = 1.2,\ldots n)$$

aus welchen folgt, dass die Cosinus des materiellen Linienelementes, welches im Punkte x_i und Momente t in der Hauptrichtung r gelegen ist, mit den Geschwindigkeiten:

$$\frac{\delta a_{ir}}{\delta t} = \sum_1^n{}^k \left(\alpha_{ik} + \xi_{ik}\right) a_{kr} - \Delta_{rr}\, a_{ir} \;\; (i = 1, 2, \ldots, n)$$

sich verändern. Will man die Geschwindigkeit, mit welcher während der Bewegung die materiellen Linienelemente der Hauptrichtungen ihre Richtungen ändern, mit den Geschwindigkeiten dieser Cosinus schätzen, so kann man sagen, dass die Differenzen:

$$\mathfrak{a}_{ir} = D(a_{ir}) - \frac{\delta a_{ir}}{\delta t} = D(a_{ir}) - \sum_1^n{}^k \left(\alpha_{ik} + \xi_{ik}\right) a_{kr} + \Delta_{rr}\, a_{ir}$$

$$i = 1.2 \ldots . n)$$

diejenige relative Geschwindigkeit darstellen, mit welcher während der Bewegung die Hauptrichtung r gegen die materiellen Linienelemente unseres Mediums fortschreitet. Anstatt der Grössen $\mathfrak{a}_{ir}$ wollen wir die Projektionen derselben auf die Hauptrichtungen, d. h. die Grössen:

$$p_{rs} = \sum_1^n{}^i a_{is}\, \mathfrak{a}_{ir} \;\; (s = 1, 2, \ldots, n)$$

einführen und die Ausdrucksweise benutzen, dass p_{rs} die Geschwindigkeitscomponente der Hauptrichtung r in Bezug auf die Hauptrichtung s darstellt. Man kommt leicht auf die Formeln:

$$p_{rr} = 0,$$

$$p_{rs} = \sum_1^n{}^i a_{is} D(a_{ir}) + \sum_1^n{}^i \sum_1^n{}^k \xi_{ik} a_{ir} a_{ks} - \Delta_{rs}, \quad (r \gtrless s)$$

und also auch auf die identischen Beziehungen:

$$p_{rs} + p_{sr} + 2\Delta_{rs} = 0 \quad (r \gtrless s).$$

Aus unseren Formeln folgt ohne Weiteres, dass die nothwendigen und hinreichenden Bedingungen, damit in jedem Theilchen des Systems die Hauptrichtung r während der Bewegung stets aus denselben materiellen Linienelementen bestehe, entweder durch das identische Bestehen der Relationen:

$$a_{ir} = 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

oder durch das identische Bestehen der mit denselben äquivalenten:

$$p_{rs} = 0 \quad (s = 1, 2 \ldots, r-1, r+1 \ldots, n)$$

ausgedrückt werden können.

4. Aus den Formeln (4) mit Berücksichtigung einiger Formeln der Nummern 2 und 3 können leicht die Formeln:

$$(6) \qquad \frac{\delta(d\sigma_r)}{\delta t} = \Delta_{rr}\, d\sigma_r - \sum_1^n{}^s p_{sr}\, d\sigma_s \quad (r = 1, 2, \ldots, n)$$

abgeleitet werden.

Aus den letzten folgt zuerst, dass die Bedingungen des invarianten Verhaltens des Pfaff'schen Systems:

$$d\sigma_{\lambda+1} = 0, d\sigma_{\lambda+2} = 0 \ldots, d\sigma_n = 0$$

die folgenden sind:

$$p_{sr} = 0, (s = 1, 2, \ldots, \lambda; r = \lambda+1, \lambda+2, \ldots, n)$$

also: die Mannigfaltigkeit aller Linienelemente, welche in derjenigen unendlich kleinen λ-dimensionalen ebenen Mannigfaltigkeit, welche λ Hauptrichtungen enthält, gelegen sind, besteht während der Bewegung in jedem Theilchen des Systems nur dann aus denselben materiellen Linienelementen, wenn die Geschwindigkeitscomponenten dieser λ Hauptrichtungen identisch gleich Null sind.

Ferner folgt aus den Formeln (5) und (6) die Formel:

$$\frac{\delta F}{\delta t}=\sum_{1}^{n}{}_{r}\left[D(H_r)+2\,H_r\Delta_{rr}\right]d\sigma_r^2-2\sum_{1}^{n}{}_{r}\sum_{1}^{n}{}_{s}H_r p_{sr}\,d\sigma_r\,d\sigma_s,$$

also sind die Bedingungen, damit die Monge'sche Differentialgleichung:

$$F=0$$

invariant bleibe, d. h. damit alle materiellen Elementarkegel, welche durch dieselbe definiert sind, während der Bewegung stets die Elementarkegel derselben Gleichung wären, die folgenden:

$$D(H_r)+2\,H_r\Delta_{rr}=\rho H_r,\ (r=1,2,\ldots,n) \qquad (7)$$

$$H_r p_{sr}+H_s p_{rs}=0\,.\ (r,s=1,2,\ldots,n;r\gtrless s). \qquad (8)$$

In diesen Bedingungen, welche identisch erfüllt werden müssen, ist ρ irgend eine Function von x_i und t. Wenn ρ identisch gleich Null ist, so ist F eine invariante Differentialform.

Diese Bedingungen können auch anders formuliert werden. Nimmt man an, dass von den Grössen H_r die Grössen:

$$H_1\,,H_2\ldots,H_\lambda$$

von Null verschieden sind und dass alle anderen gleich Null sind, und schreibt man die Gleichung des Kegels in der Form:

$$\sum_{1}^{\lambda}{}_{r}\frac{d\sigma_r^2}{g_r^2}=0,$$

so dass derselbe als asymptotischer Kegel einer Mannigfaltigkeit zweiten Grades mit den λ Halbaxen: $g_1,g_2,\ldots,g_\lambda$ und $\lambda+1$ Halbaxen, welche im Vergleich mit den früheren unendlich gross sind, betrachtet werden kann, so lassen sich unsere Bedingungen in der Form schreiben:

$$p_{sr}=0\,;\ (s=\lambda+1,\lambda+2,\ldots,n\,;r=1,2,\ldots,\lambda)$$

$$p_{r's'}=\frac{2g_{s'}^2\,\Delta_{r's'}}{g_{r'}^2-g_{s'}^2}\,(r',s'=1,2,\ldots,\lambda;r'\gtrless s')$$

falls $g_{r'}^2$ von $g_{s'}^2$ verschieden ist und

$$\Delta_{r's'}=0$$

falls diese Grössen einander gleich sind; endlich

$$\Delta_{r'r'} = \frac{D(g_{r'})}{g_{r'}} + \frac{1}{2}\rho \quad (r' = 1, 2, \ldots, \lambda).$$

Die kinematische Bedeutung dieser Bedingungen kann aus denselben leicht abgelesen werden.

5. Wir wollen nun einige Spezialfälle betrachten.

Im Falle der Gleichung:

$$ds^2 = \sum_1^n {}^i\, dx_i^2 = 0$$

kann man die Cartesi'schen Coordinatenaxen als Hauptrichtungen wählen und unsere Bedingungen sagen nichts anderes aus, als dass die infinitesimale Transformation in jedem Momente eine conforme sein muss. In derselben Weise führt das invariante Verhalten von ds auf euklidische Bewegung.

Wählt man ferner die Gleichung:

$$F = \sum_1^n {}^i \sum_1^n {}^k \alpha_{ik}\, dx_i\, dx_k - \omega \sum_1^n {}^i\, dx_i^2 = 0,$$

wo ω eine Function von x_i und t ist, so bestimmt dieselbe alle diejenigen Linienelemente, deren Dilatation gleich ω ist. Ist dieselbe eine invariante Differentialgleichung, so wollen wir sagen, dass die Linienelemente dieser Differentialgleichung mit vollkommener Gleichmässigkeit sich verändern. Für diese Form F hat man:

$$\Delta_{rs} = 0 \quad (r \gtrless s)$$

und bezeichnet man die Wurzeln der charakteristischen Gleichung der Form:

$$\sum_1^n {}^i \sum_1^n {}^k \alpha_{ik}\, dx_i\, dx_k$$

mit ω_r, so folgt:

$$\Delta_{rr} = \omega_r$$

und man hat ausserdem:

$$H_r = \omega_r - \omega.$$

Die Bedingungen (8) liefern also:

$$p_{rs} = 0, \tag{9}$$

wenn ω_r von ω_s verschieden ist. Auf Grund eines Satzes, welcher in der Nummer 4 aufgestellt wurde, kann man sagen, dass sobald

ω_r eine μ-fache Wurzel der charakteristischen Gleichung ist, so besteht in jedem materiellen Theilchen des Systems die unendlich kleine μ-dimensionale ebene Mannigfaltigkeit, welche μ dieser Wurzel entsprechende Hauptrichtungen enthält, stets aus denselben materiellen Linienelementen. Beachtet man ferner, dass in dieser materiellen μ-dimensionalen ebenen Mannigfaltigkeit alle Dilatationen einander gleich sind, so kann man auch sagen, dass in dieser ebenen Mannigfaltigkeit in jedem Momente der Bewegung eine conforme Abbildung zu Stande kommt. Ist ω_r eine einfache Wurzel, so besteht die entsprechende Hauptrichtung in jedem materiellen Theilchen des Systems aus denselben materiellen Linienelementen. Wenn alle Wurzeln einander gleich sind, so hat man die conforme Abbildung des n-fachen Raumes.

Die Bedingungen (7) liefern die Relationen:

$$D(\omega_r - \omega) + 2\omega_r(\omega_r - \omega) = \rho(\omega_r - \omega) \quad (r = 1, 2, \ldots, n)$$

welche in Vereinigung mit den Relationen (9) für das vollkommen gleichmässige Verhalten von ds nothwendig und hinreichend sind.

6. In unseren bisherigen Betrachtungen haben wir die Änderungen verfolgt, welchen während der Bewegung die Linienelemente unterworfen sind. Analoge Betrachtungen können für die $(n-1)$-dimensionalen ebenen Elemente, welche wir einfach Flächenelemente nennen wollen, durchgeführt werden.

Ein solches Element kann im Punkte x_i und Momente t durch eine Pfaff'sche Differentialgleichung:

$$\sum_1^n {}^i X_i dx_i = 0 \tag{10}$$

definiert werden, wo X_i als Coordinaten betrachtet werden können, welche die Richtung des materiellen Flächenelementes bestimmen. Will man die Incremente berechnen, welche diesen Coordinaten während der Bewegung des materiellen Elementes zukommen, so muss man die Bedingungen aufstellen, damit die Gleichung (10) während der Bewegung invariant bleibe. Dies liefert die Incremente:

$$\frac{\delta X_i}{\delta t} = U X_i - \sum_1^n {}^k (\alpha_{ik} - \xi_{ik}) X_k, \quad (i = 1, 2, \ldots, n) \tag{11}$$

wo U irgend eine Function von x_i, t und X_i bezeichnet. Sind nun X_i der Bedingung:

$$\sum_1^n{}^i X_i^2 = 1$$

unterworfen, d. h. stellen dieselben die Cosinus der Normalen unseres Elementes mit den Coordinatenaxen vor, so wird man an Stelle der Gleichungen (11) die Gleichungen:

$$\frac{\delta X_i}{\delta t} = T X_i - \sum_1^n{}^k (\alpha_{ik} - \xi_{ik}) X_k \, (i = 1, 2, \ldots n) \tag{12}$$

haben, wo T eine ganz bestimmte Function bezeichnet, nämlich:

$$T = \sum_1^n{}^i \sum_1^n{}^k \alpha_{ik} X_i X_k . \tag{13}$$

Die Grösse T stellt die Dilatation desjenigen materiellen Linienelementes vor, welches zum Flächenelemente senkrecht steht.

Diese Formeln lassen sich durch eine orthogonale Substitution auf eine andere Form bringen. Es sei eine solche Substitution:

$$X_i = \sum_1^n{}^r b_{ir} S_r \;\; (i = 1, 2, \ldots n) \tag{14}$$

wo S_r neue Veränderlichen bezeichnen und die Coeffizienten b_i Functionen von x_i und t sind, welche im Punkte x_i und Momente t Cosinus von n senkrecht aufeinander stehenden Richtungen mit den Coordinatenaxen darstellen. Wenn X_i Cosinus einer Richtung mit den Coordinatenaxen sind, so sind S_r Cosinus derselben Richtung mit den n Richtungen, welche durch die Coeffizienten b_{ir} bestimmt sind.

Für diese Substitution kann man analog wie früher für die Substitution (1) die Dilatationen:

$$E_{rr} = \sum_1^n{}^i \sum_1^n{}^k \alpha_{ik} b_{ir} b_{kr} ,$$

die halben Schiebungen:

$$E_{rs} = \sum_1^n{}^i \sum_1^n{}^k \alpha_{ik} b_{ir} b_{ks} \; (r \gtrless s)$$

und die Geschwindigkeitscomponenten:

$$q_{rs} = \sum_1^n{}^i b_{is} D(b_{ir}) + \sum_1^n{}^i \sum_1^n{}^k \xi_{ik} b_{ir} b_{ks} - E_{rs} \;\; (r \gtrless s)$$

berechnen und man hat auch die Identitäten:

$$q_{rr} = 0$$

und

$$q_{rs} + q_{sr} + 2E_{rs} = 0 . \ (r \gtrless s)$$

Auf Grund dieser Formeln lassen sich die Formeln (11) in der Form:

$$\frac{\delta S_r}{\delta t} = (U - E_{rr}) S_r + \sum_1^n {}^s q_{rs} S_s \ (r = 1, 2, \ldots, n) \tag{15}$$

schreiben, wo U irgend eine Function von x_i, t und S_r bezeichnet. Sind S_r Cosinus der Normalen des Flächenelementes, so hat man:

$$\frac{\delta S_r}{\delta t} = (T - E_{rr}) S_r + \sum_1^n {}^s q_{rs} S_s \ (r = 1, 2, \ldots, n)$$

und die Dilatation T des Linienelementes, welches die Richtung dieser Normalen besitzt, kann vermöge der Formel:

$$T = \sum_1^n {}^r \sum_1^n {}^s E_{rs} S_r S_s$$

berechnet werden.

Man betrachte das System der Gleichungen:

$$S_1 = 0, \ S_2 = 0, \ldots, S_\lambda = 0.$$

Die Bedingungen des invarianten Verhaltens dieses Systems kann man nach (15) in der Form:

$$q_{rs} = 0 \ \ (s = \lambda + 1, \lambda + 2, \ldots, n; \ r = 1, 2, \ldots, \lambda)$$

schreiben. Beachtet man also die geometrische Bedeutung unseres Systems, so kann man dieses Resultat folgendermassen formulieren.

Die Mannigfaltigkeit aller Flächenelemente, deren jedes λ Richtungen mit den Cosinus $b_{ir} (r = 1, 2, \ldots \lambda)$ enthält, besteht während der Bewegung in jedem materiellen Theilchen des Systems dann und nur dann aus denselben materiellen Flächenelementen, wenn alle Geschwindigkeitscomponenten dieser λ Richtungen in Bezug auf die $n - \lambda$ Richtungen mit den Cosinus $b_{is} (s = \lambda + 1, \lambda + 2, \ldots, n)$ identisch gleich Null sind.

7. Man betrachte nun die Form:

$$\Phi = \sum_1^n {}^i \sum_1^n {}^k B_{ik} X_i X_k$$

wo B_{ik} Functionen von x_i und t bezeichnen. Man setze voraus, dass diese Form vermöge der Substitution (14) auf die Gestalt:

$$\Phi = \sum_1^n{}^r G_r S_r^2$$

gebracht werden kann, wo G_r im allgemeinen von x_i und t abhängig sind. Die Richtungen, deren Cosinus b_{ir} sind, werden Hauptrichtungen der Form Φ genannt. Durch eine einfache Rechnung bekommt man folgenden Werth des Incrementes von Φ:

$$(16) \quad \frac{\delta \Phi}{\delta t} = 2\, U \Phi + \sum_1^n{}^r [D(G_r) - 2\, E_{rr}\, G_r]\, S_r^2 + 2 \sum_1^n{}^r \sum_1^n{}^s G_r\, q_{rs}\, S_r\, S_s$$

Daraus folgt, dass die Bedingungen des invarianten Verhaltens der Gleichung:

$$\Phi = 0$$

die folgenden sind:

$$D(G_r) - 2\, E_{rr}\, G_r = \mu\, G_r\,, \quad (r = 1, 2, \ldots, n)$$
$$G_r\, q_{rs} + G_s\, q_{sr} = 0\,, \quad (r, s = 1, 2, \ldots, n;\, r \gtrless s)$$

wo μ irgend eine Function von x_i und t bezeichnet.

In der Gleichung (17) treten nur die Verhältnisse der Grössen X_i auf. Giebt man aber diesen Grössen eine ganz bestimmte Bedeutung, setzt man z. B. voraus, dass sie Cosinus der Normalen des Flächenelementes mit den Coordinatenaxen sind, so kann auch von dem invarianten Verhalten der Form Φ die Rede sein. Durch Benutzung der Formel (16) ergeben sich hierfür die Bedingungen:

$$D(G_r) = 0 \quad (r = 1, 2, \ldots, n)$$
$$E_{11} = E_{22} = \ldots = E_{nn}$$
$$E_{rs} = 0\,, \; G_r\, q_{rs} + G_s\, q_{sr} = 0 \quad (r, s = 1, 2, \ldots n;\; r \gtrless s)$$

aus welchen unter Anderem leicht geschlossen werden kann, dass solche Formen Φ nur bei Bewegungen invariant bleiben können, welche in jedem Momente conform sind.

Auf dieselbe Weise kann aus den Formeln der Nummern 2 und 4 geschlossen werden, dass die Bedingungen des invarianten Verhaltens der Form:

$$F' = \sum_1^n{}^i \sum_1^n{}^k A_{ik} \frac{dx}{ds} \frac{dx_k}{ds}$$

die folgenden sind:

$$D(H_r) = 0 \quad (r = 1.2.\ldots.n)$$
$$\Delta_{11} = \Delta_{22} = \ldots. = \Delta_{nn}$$
$$\Delta_{rs} = 0,\ H_r p_{sr} + H_s p_{rs} = 0 \quad (r, s = 1, 2, \ldots, n;\ r \gtreqless s)$$

und man gelangt zu der Bemerkung, dass nur während einer solchen Bewegung die Form F' unter Umständen invariant bleiben kann, welche in jedem Momente conform ist.

Insbesondere eine Bewegung, welche Dilatationen aller Linienelemente invariant lässt, ist jedenfalls in der Klasse der Bewegungen enthalten, welche in jedem Momente conform sind. In der Nummer 8 werden wir über die Dilatation eines Flächenelementes sprechen; die nämliche Bemerkung bezieht sich auf die Bewegungen, welche diese Dilatationen invariant lassen.

Wir gehen hier darauf nicht ein, ob die Kategorie der conformen Bewegungen in den vorliegenden Fällen nicht etwa auf eine engere Kategorie von Bewegungen zurückgeführt werden muss.

Unsere allgemeinen Formeln geben zu gewissen Bemerkungen Anlass, von denen wir hier eine anführen wollen.

Man betrachte nämlich den Elementenkegel:

$$F = \sum_1^n{}^i \sum_1^n{}^k A_{ik}\, dx_i\, dx_k = 0$$

und die Mannigfaltigkeit von Flächenelementen, welche auf den Erzeugenden dieses Elementarkegels senkrecht stehen:

$$\sum_1^n{}^i \sum_1^n{}^k A_{ik} X_i X_k = 0,$$

so kann man vermöge unserer Formeln die Bedingungen aufstellen, damit diese beiden Mannigfaltigkeiten gleichzeitig das invariante Verhalten aufweisen. Aus diesen Bedingungen folgt z. B., dass sobald die charakteristische Gleichung der Form F keine verschwindenden Wurzeln besitzt und keine solche Wurzeln, welche sich von einander nur durch die Vorzeichen unterscheiden, so muss die Bewegung jedenfalls in jedem Momente eine conforme sein.

8. Wir wenden uns noch zur Betrachtung gewisser Spezialfälle.

Das invariante Verhalten der Gleichung:

$$\sum_1^n{}^i X_i^2 = 0$$

charakterisiert solche Bewegungen Df, welche in jedem Momente conform sind.

Bezeichnet man ferner den Flächeninhalt eines Flächenelementes mit $d\omega$, so hat man:

$$\frac{1}{d\omega}\frac{\delta(d\omega)}{\delta t} = \theta - \sum_1^n{}^i \sum_1^n{}^k \alpha_{ik} X_i X_k \tag{18}$$

wo

$$\theta = \sum_1^n{}^i \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$$

die Dilatation des Raumelementes ist, und X_i Richtungscosinus der Normalen des Flächenelementes bezeichnen. Die Grösse (18) ist die Dilatation des Flächenelementes und die Gleichung:

$$\Phi = \sum_1^n{}^i \sum_1^n{}^k \alpha_{ik} X_i X_k + (\tau - \theta) \sum_1^n{}^i X_i^2 = 0, \tag{19}$$

wo τ eine Function von x_i und t bezeichnet, bestimmt diejenigen Flächenelemente, deren Dilatation gleich τ ist. Bleibt diese Gleichung bei Df invariant, so wollen wir sagen, dass die Flächenelemente derselben mit vollkommener Gleichmässigkeit sich verändern.

Die Form:

$$\sum_1^n{}^i \sum_1^n{}^k \alpha_{ik} X_i X_k$$

besitzt dieselben Wurzeln der charakteristischen Gleichung und dieselben Hauptrichtungen wie die Form F der Nummer 5. Daher kann die Gleichung (19), auf diese Hauptrichtungen bezogen, in der Gestalt:

$$\Phi = \sum_1^n{}^r (\omega_r + \tau - \theta) S_r^2 = 0$$

geschrieben werden. Die Gruppe derjenigen Bedingungen des invarianten Verhaltens dieser Gleichung, welche die Geschwindigkeitscomponenten der Hauptrichtungen enthalten, ist mit der entsprechenden Gruppe der Bedingungen der Nummer 5 identisch. Die übrigen Bedingungen lauten:

$$D(\omega_r + \tau - \theta) - 2\omega_r(\omega_r + \tau - \theta) = \mu(\omega_r + \tau - \theta).$$
$$(r = 1, 2, \ldots, n)$$

Wir wollen nun fragen, unter welchen Bedingungem sowohl das vollkommen gleichmässige Verhalten der Linienelemente wie auch das vollkommen gleichmässige Verhalten der Flächenelemente stattfindet. Zuerst kann man leicht einsehen, dass in diesem Falle die betreffende charakteristische Gleichung höchstens zwei von einander verschiedene Wurzeln haben kann. Abgesehen vom Falle einer einzigen Wurzel, welcher auf conforme Bewegungen führt, hat man ferner die Bedingung:

$$(\omega_r - \omega_s) D(\omega) - \omega D(\omega_r - \omega_s) - [\omega_r D(\omega_s) - \omega_s D(\omega_r)] + \\ + 2(\omega_r - \omega_s)(\omega - \omega_r)(\omega - \omega_s) = 0 \tag{20}$$

und diejenige, welche aus derselben folgt, wenn statt ω vermöge der Substitution:

$$\tau = \omega + \theta - (\omega_r + \omega_s) \tag{21}$$

die Grösse τ eingeführt wird; hier bezeichnen ω_r und ω_s die zwei von einander verschiedenen Wurzeln der charakteristischen Gleichung. Wenn also diese Gleichung in der That genau zwei verschiedene Wurzeln besitzt und die Bedingungen, welche die Geschwindigkeitscomponenten der Hauptrichtungen enthalten, erfüllt sind, so können aus der Gleichung (20) unendlich viele Functionen ω und durch die Substitution (21) unendlich viele Functionen τ bestimmt werden, denen beziehungsweise Linien- und Flächenelemente zugehören, welche vollkommen gleichmässig sich verändern.

---

54. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Le Secrétaire dépose sur le bureau la dernière publication de la Classe:

S. Niementowski. „O pochodnych bifenylu“. *(Sur les dérivés du biphényle, 8-o, p. 24). — (Derivate des Biphenyls, 8-o, S. 24).*

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem.-przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.

Kraków, 1901. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

28 Stycznia 1902.

PUBLICATIONS DE L'ACADEMIE
1873—1900

Librairie de la Société anonyme polonaise
Spółka wydawnicza polska
à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« *Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires*, in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« *(Classe de philologie. Séances et travaux*, in 8-vo, volumes II—XXXI (vol. I épuisé) — 238 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« *Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux*, in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XL (vol. I. II. XIV épuisés, 61 pl.) — 250 k.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne*, in 4-to, vol I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). - 77 k.

»Sprawozdania komisyi językowej.« *Comptes rendus de la Commission de linguistique*, in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne*, in 8-vo, 10 vol. - 57 k.

Corpus antiquissimorum poetarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 4 k. Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski. 6 k. Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed J. Pelczar. 3 c. - Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *Bibliothèque des auteurs polonais du XVI et XVII siècle*, in 8-vo, 38 livr. 40 k. 40 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed Piekosiński. 20 k. - Vol II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A Sokołowski e J. Szujski; A. Lewicki 32 k. Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. Vol. IV. Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. - Vol. V, VII, Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński 20 k. - Vol. VI, Cod diplom. Vitoldi ed Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec XV ad res publ. Poloniae spect ed. Lewicki. 10 k. - Vol. XIII, Acta capitulorum (1408-1530) ed B. Ulanowski. 10 k. — Vol. XV Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski 6 k. - Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński: 6 k. — Vol VII, X, XIV, XVII Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 14 k. Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski 4 k. Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed V Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 156 k.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546 - 1553. 10 k. Vol II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674 ed. Kluczycki. 20 k. —

Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (ex archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674—1683 ed. Waliszewski. 30 k. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.), Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler. 30 k. Vol. VI, Acta Regis Ioannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 10 k. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507 1795 ed. Piekosiński. 40 k. Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis, ed. Kluczycki. 10 c. — Vol XI, Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 6 k.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III — VI. — 102 k

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I, in 8-vo. — 15 k.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *(Anciens monuments du droit polonais)* in 4-to, vol. II—X. — 72 k.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 12 k. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 6 k. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507 - 1531 ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VII, Acta expedition bellic. ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ułanowski. 12 k. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ułanowski. 16 k. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405 - 1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647 - 1765. 6 k. — Vol. X, p. 1. Libri formularum saec. XV ed. Ułanowski. 2 k.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 8 k.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *(Mémoires)*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches vol. I ...70 k.

...raw... sprawozdania z posiedzeń.« *(Séances et travaux)*, in 8-vo 33 vol. — ... k.

...wozdania komisyi fizyograficznej.« *(Comptes rendus de la Commission de ...)*, in 8-vo, 29 volumes (III. VI — XXXIII, 59 planches, vol. I. II. IV. V ...) ...34 k. 50 h.

... geologiczny Galicyi.« *(Atlas géologique de la Galicie)*, in fol., 7 livrai... ...nches) (à suivre). — 58 k.

... wiadomości do antropologii krajowej.« *(Comptes rendus de la Commission ...gie)*, in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 125 k.

...ryały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« (*Matériaux anthro... ...chéologiques et ethnographiques*), in 8-vo, vol. I—III, (25 planches, 10 cartes ...res). — 20 k.

...ek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« *(Les populations riveraines ... Galicie)*, in 8-vo, 1894. — 8 k. **Górski K.**, »Historya piechoty polskiej« *(... infanterie polonaise)*, in 8-vo. 1893. — 5 k. 20 h. »Historya jazdy pol... *(...oire de la cavalerie polonaise)*, in 8-vo, 1894. — 7 k. **Balzer O.**, »Genea...w.« (*Généalogie des Piasts*), in 4-to, 1896. 20 k. **Finkel L.**, »Biblio...ryi polskiej.« (*Bibliographie de l'histoire de Pologne*) in 8-vo, vol. I et II ...91—6. — 15 k. 60 h. **Dickstein S.**, »Hoëne Wroński, jego życie i dzie... *(... Wroński, sa vie et ses oeuvres)*, lex. 8-vo, 1896. — 8 k. **Federowski M.**, ...ski.« *(L'Ethnographie de la Russie Blanche)*, in 8-vo. 1897. — 7. k.

...cznik Akademii.« *(Annuaire de l'Académie)*, in 16-o. 1874—1898 5 vol. ...uisé). — 30 k.

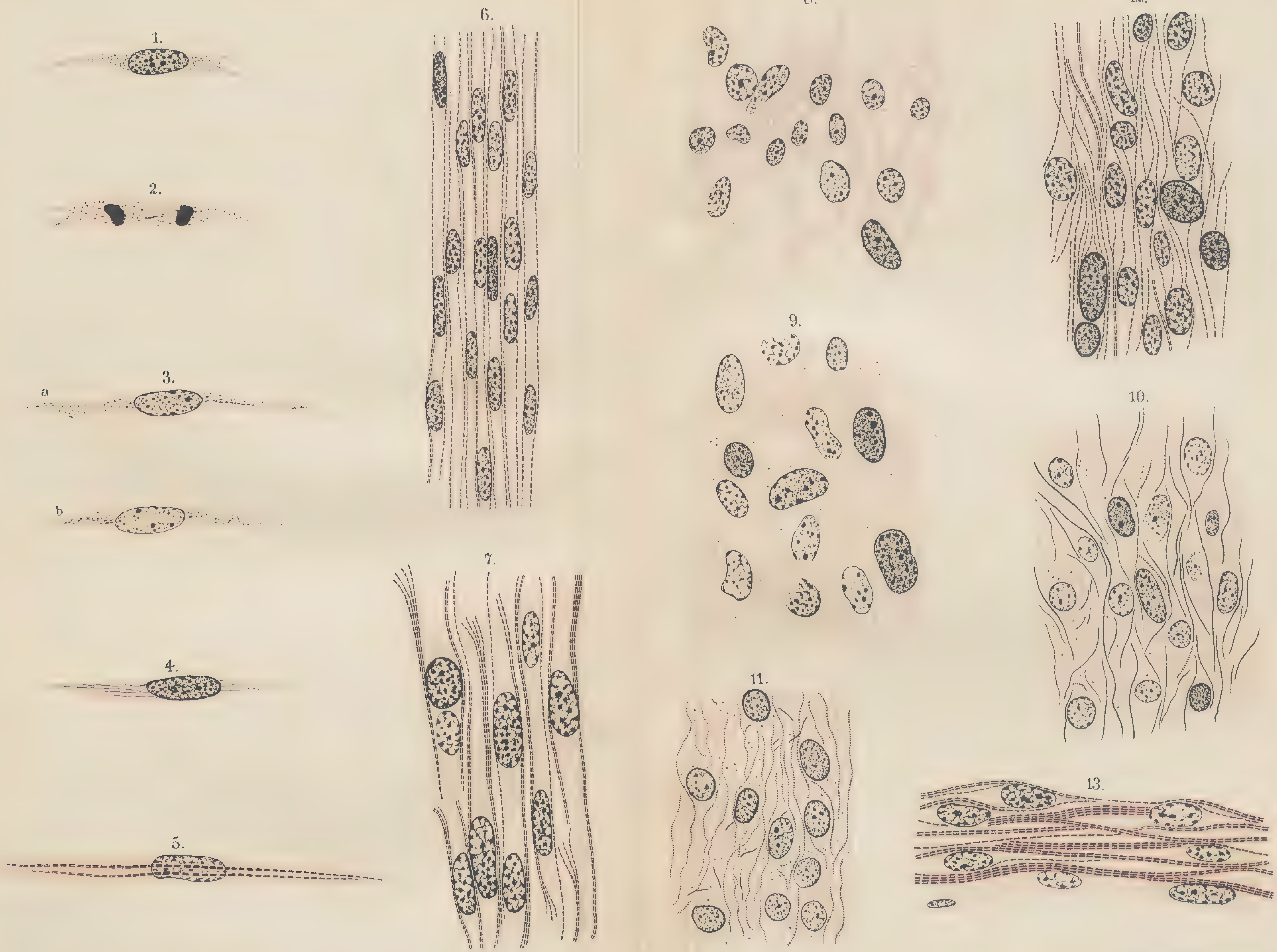
»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« *(Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888)*, 8-vo, 1889. — 4 k.

W. Kulczyński, ad. nat. del.

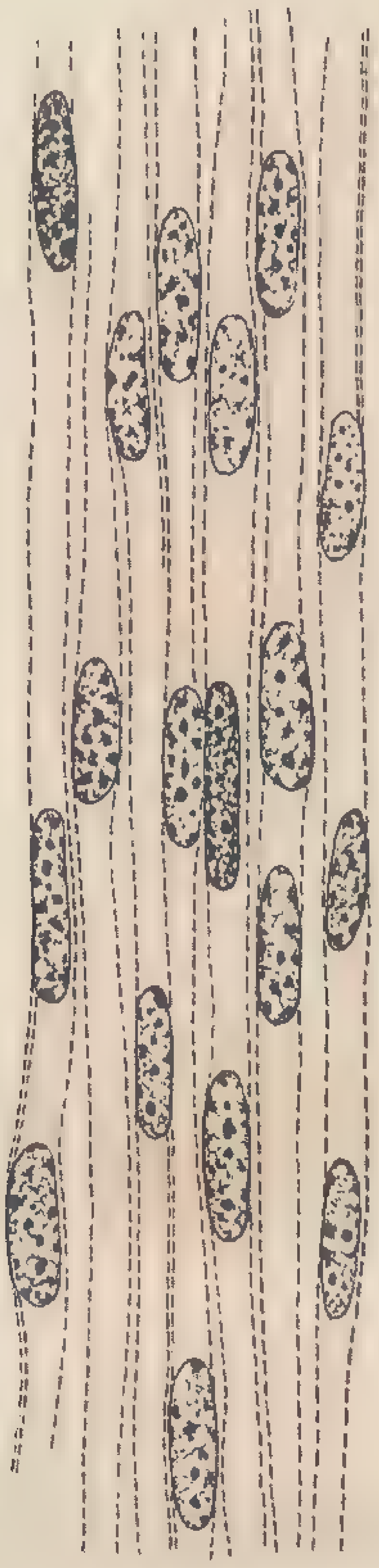
Lith. M. Salb à Cracovie

W. Kulczyński ad nat. del. Lith. M. Salb à Cracovie

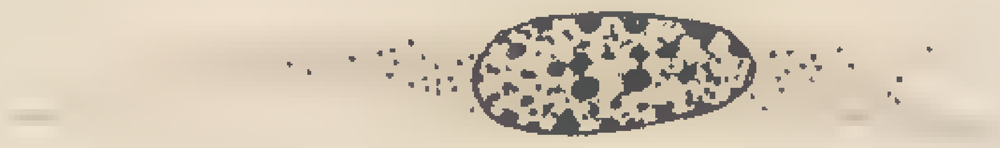
TABVLA·MODERNA·POLONIE·VNGARIE·BOEMIE· GERMANIE·RVSSIE· LITHVANIE·
OCCEANVS GERMANICVS
MARE GERMANICVM
PARS ANGLIE
PRVSSIA
SAMOGITIA
LITHVANIA
DVCATVS LITHVANIE
DVCATVS MOSKOVIE
RVSSIA ALBA SIVE MOSKOVIA
TARTARIA
POLONIE PARS
POLONIA MAIOR
POLONIA MINOR
DVCATVS MASOVIE
RVSSIA
PODOLYA
VALLACHIA
VALACHIA MAGNA
TRANSILVANA
VNGARIA
SEPTEM CASTRA
BVLGARIA
TVRCHIA
TRACIE
GRECIA
SERVIA
BOSSINA
CORVACIA
SCLAVONIA
FRIVL
MARE ADRIATICVM
ITALIE PARS
AVSTRIA
STIRIA
CORINTIA
BAVARIA
SVEVI
SVIZERI
BVRGVD
LVCEBVRG
GALLIA
DVCATVS CLEVANIE
GELDRIA
HOLANDIA
FRISIA
WESTFALIA
SAXONES
GERMANIA
TORINGIA
MARCHA ANTIQVA
MAGNOPOLIS
POMERANIA
SLESIA
BOEMIA
MORAVIA
PONTI EVXINI PARS
·38·PARALLELVS·
·37·PARALLELVS·
·36·PARALLELVS·
·35·PARALLELVS·
·CLIMA·SEPTIMVM·
PARALLELVS


1.
2.
3.
a
b
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.
12.
13.

6.

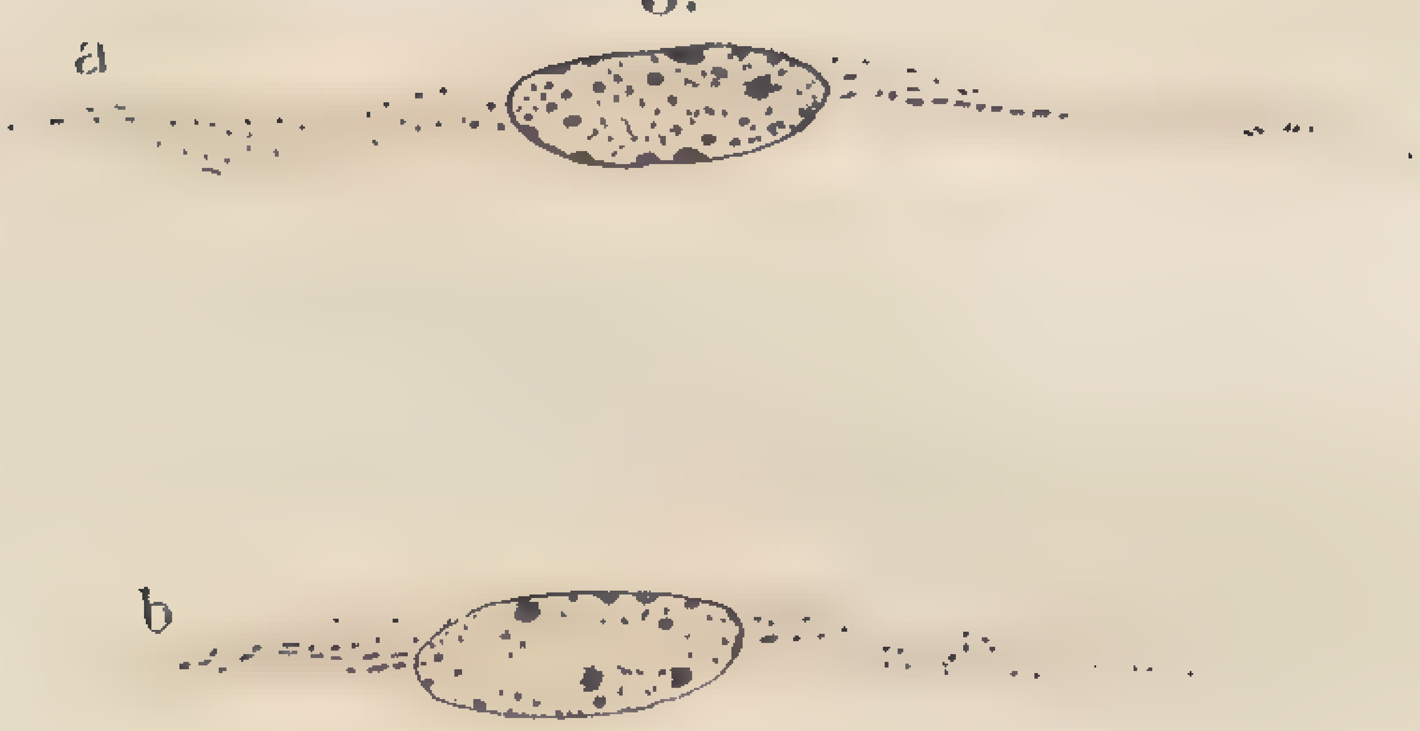


1.



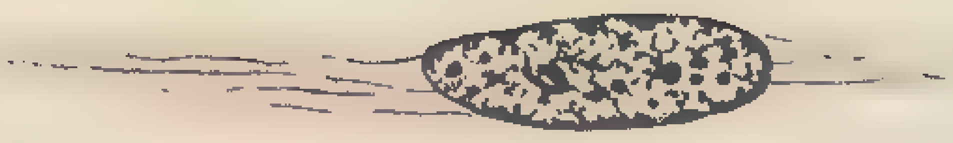
2.

3.

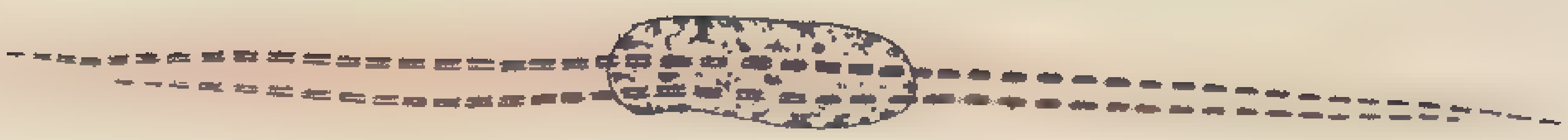


7.

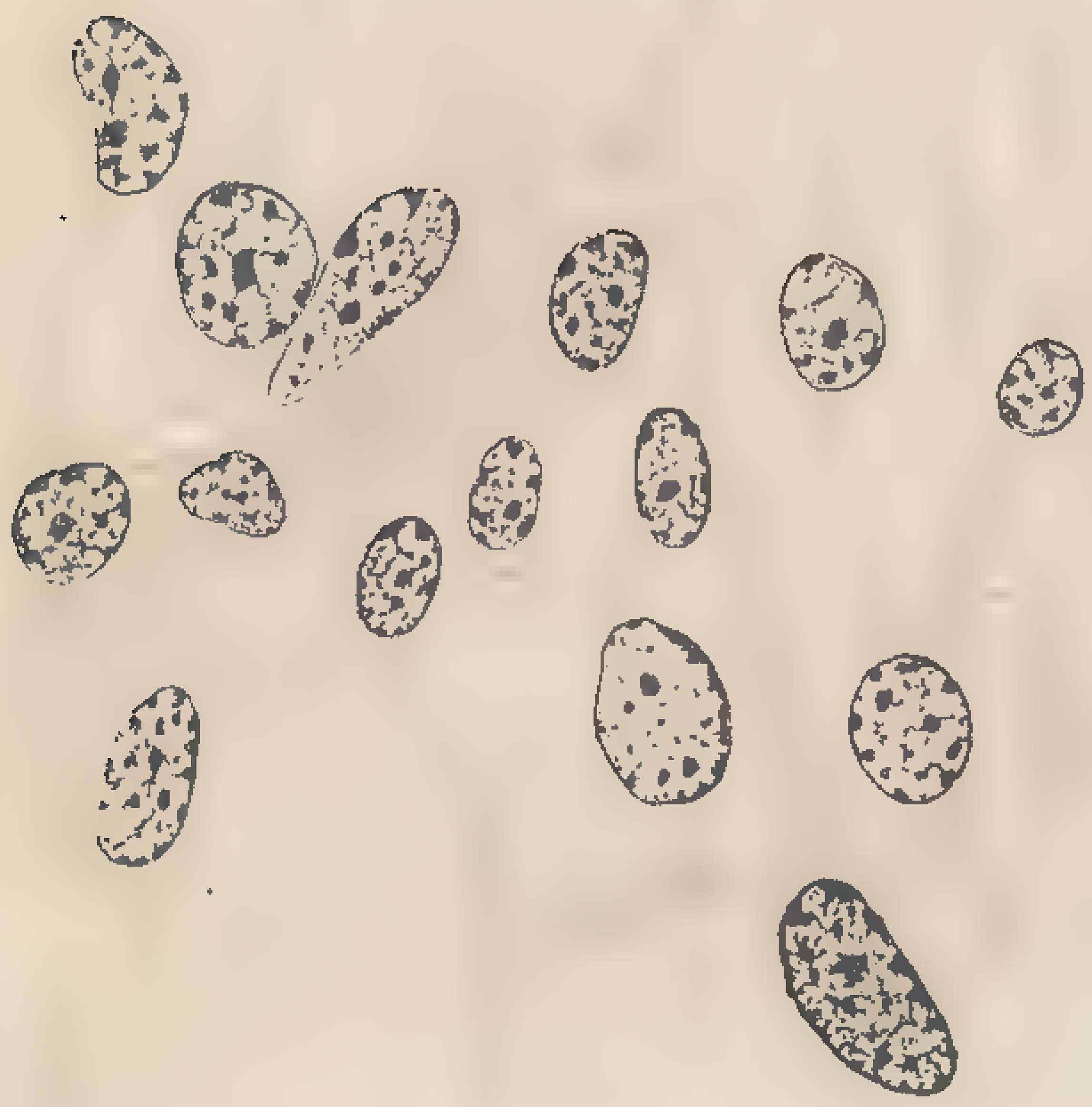
4.



5.

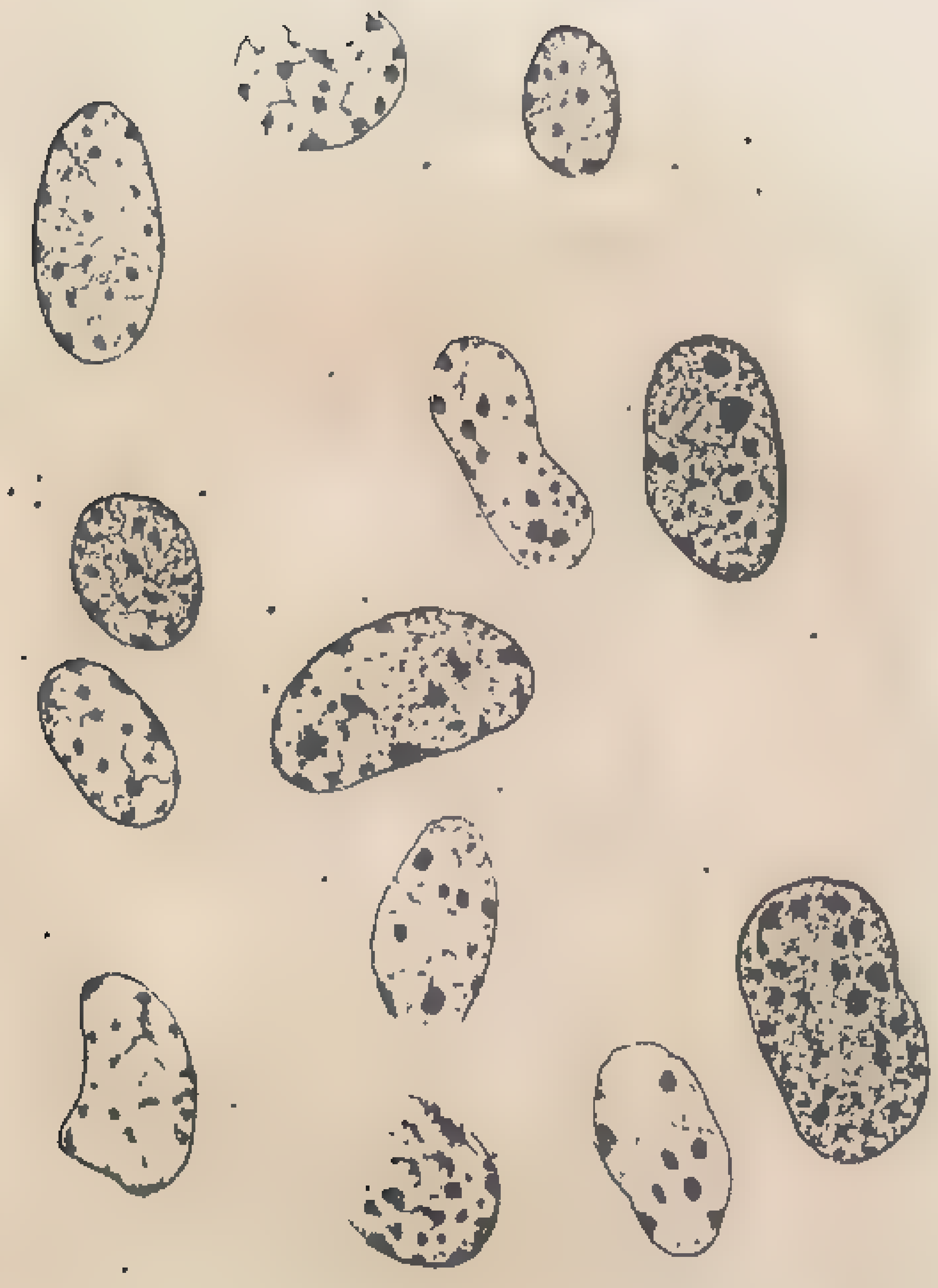


8.



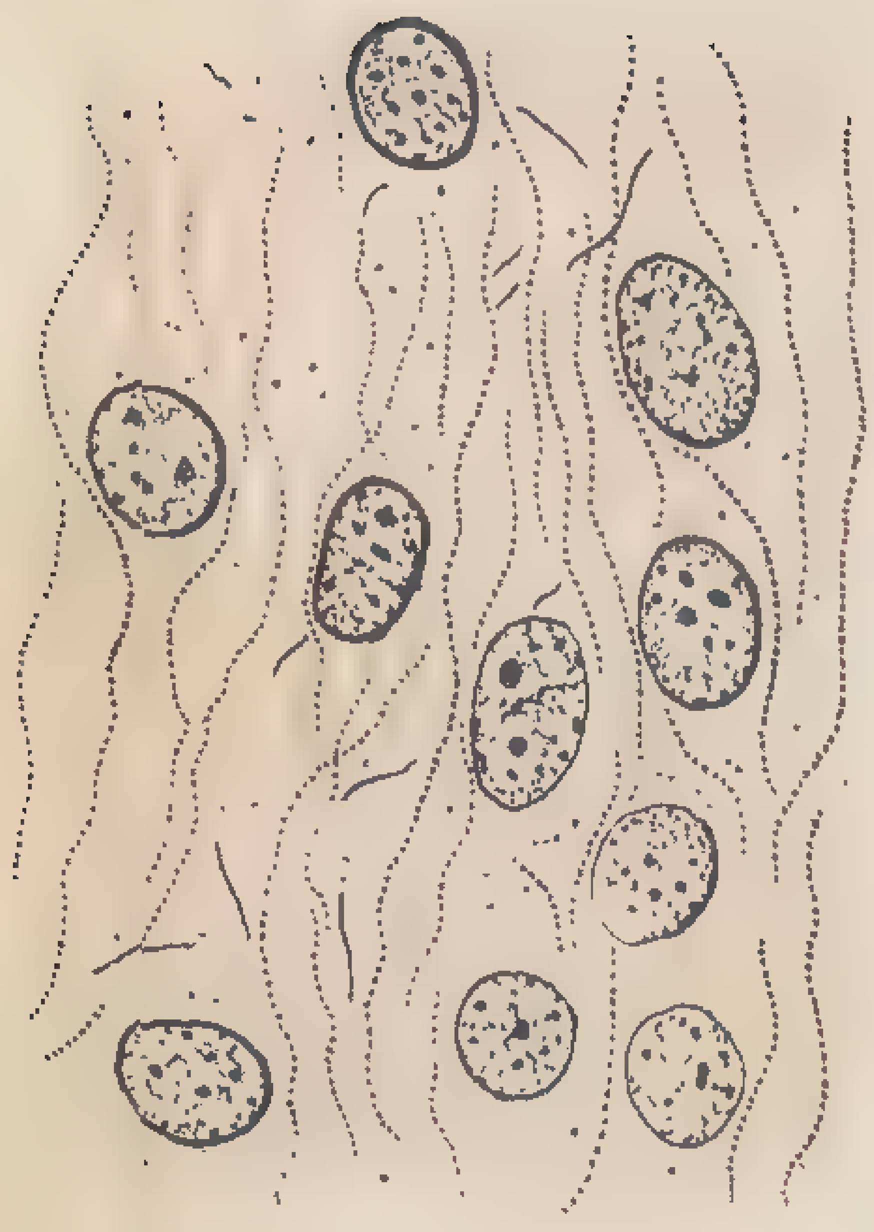
12.

9.



10.

11.



13.

Muncher del. et lith.

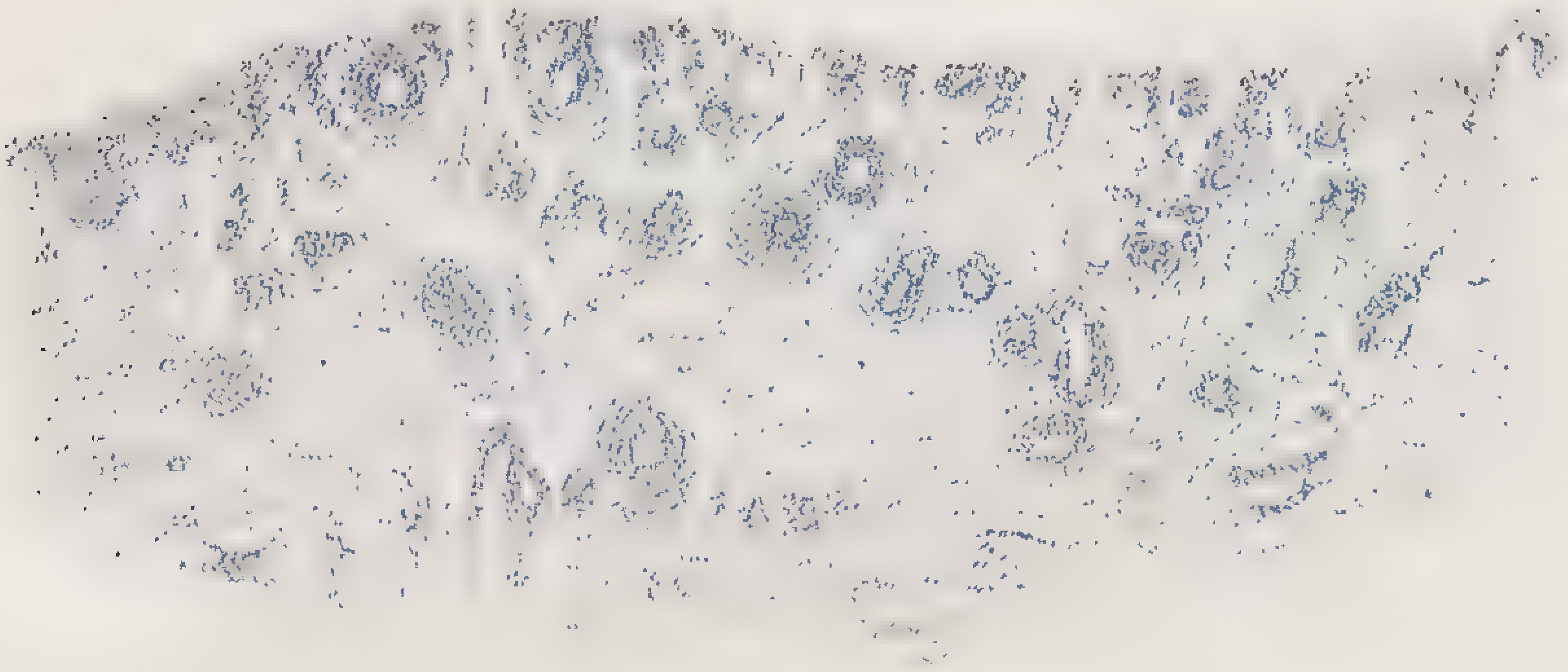


Fig. 1.

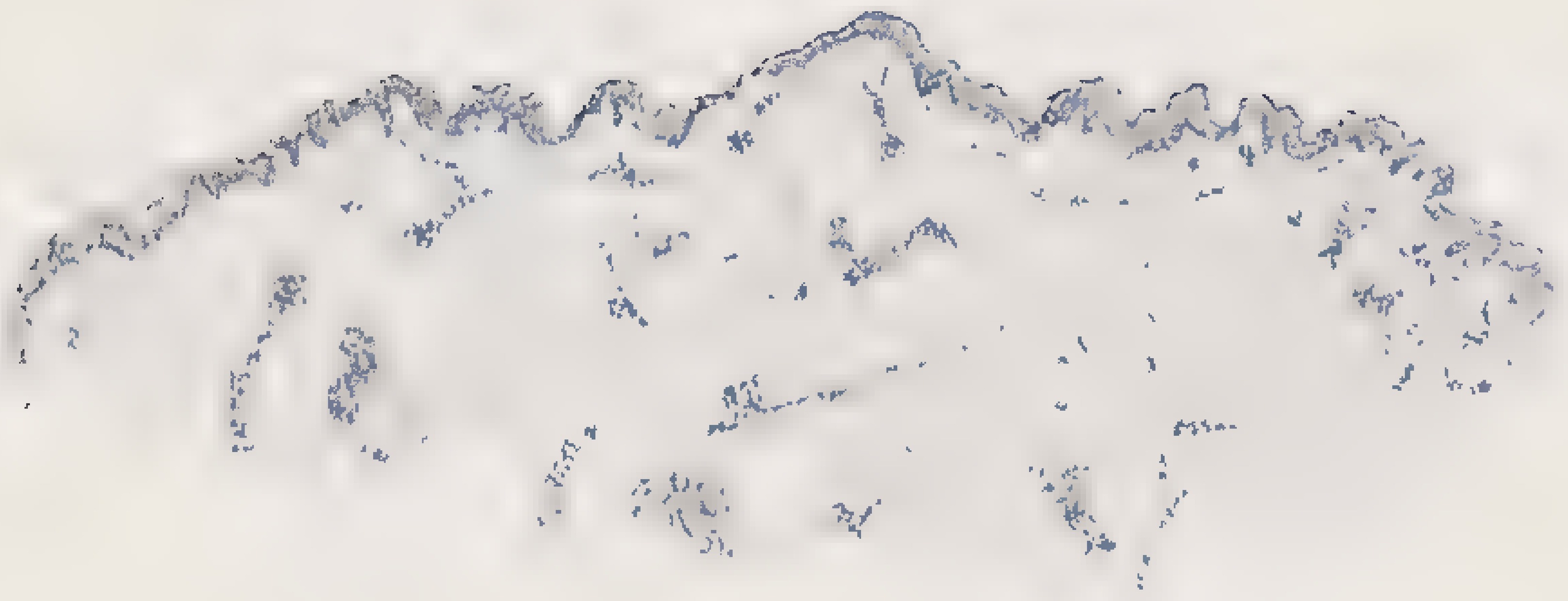


Fig. 2.

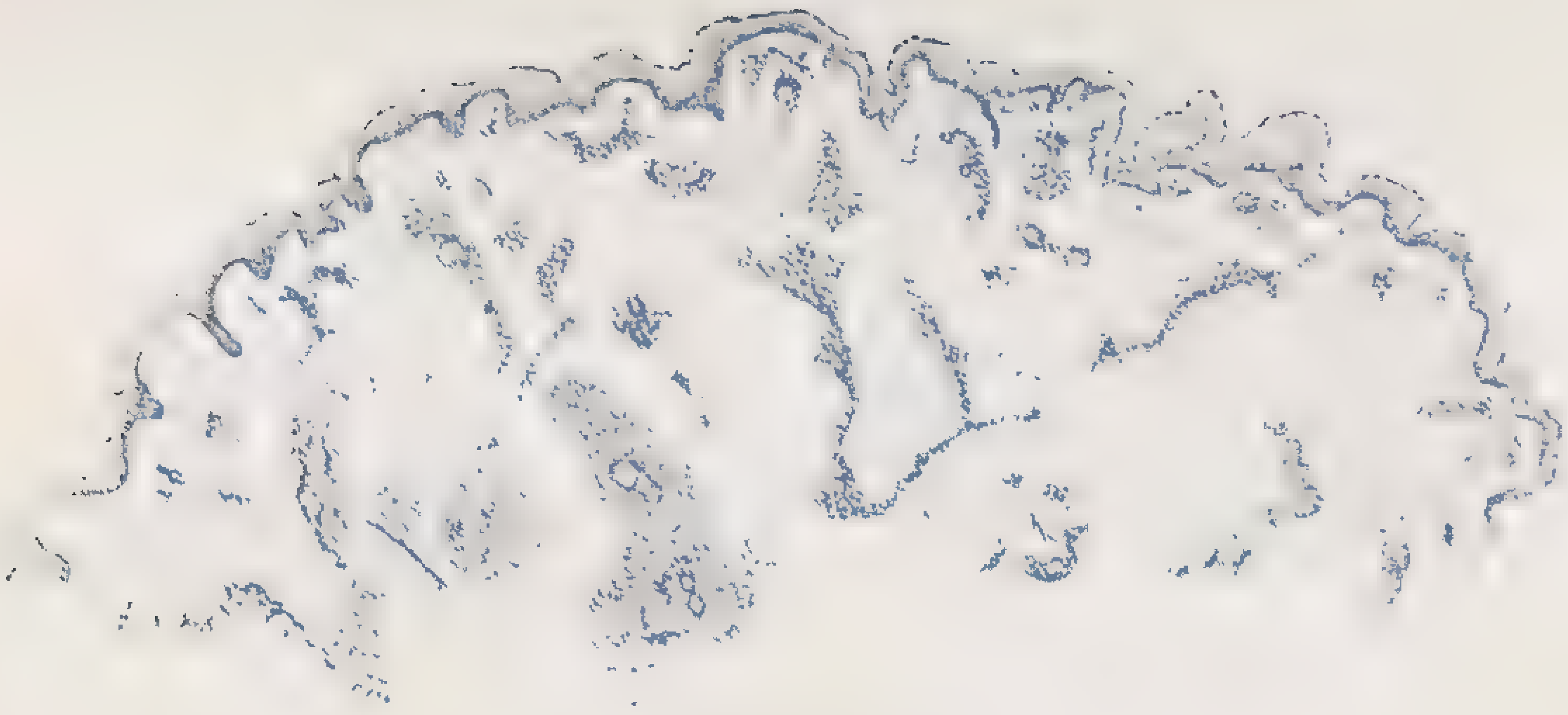


Fig. 3.

Dr. Krzyształowicz.

Drukarnia Uniw. Jagiell. w Krakowie.

Fig. 4.

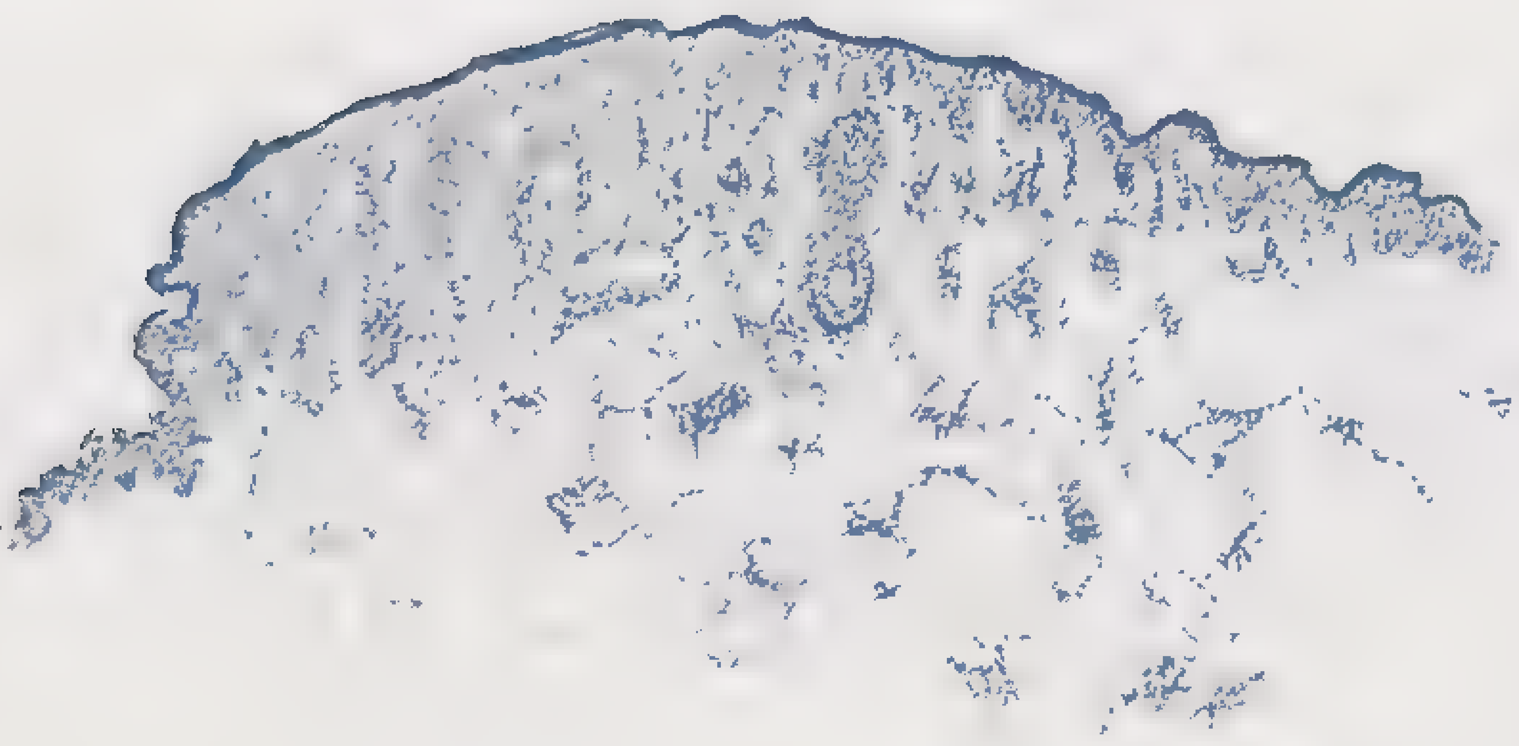


Fig. 5.

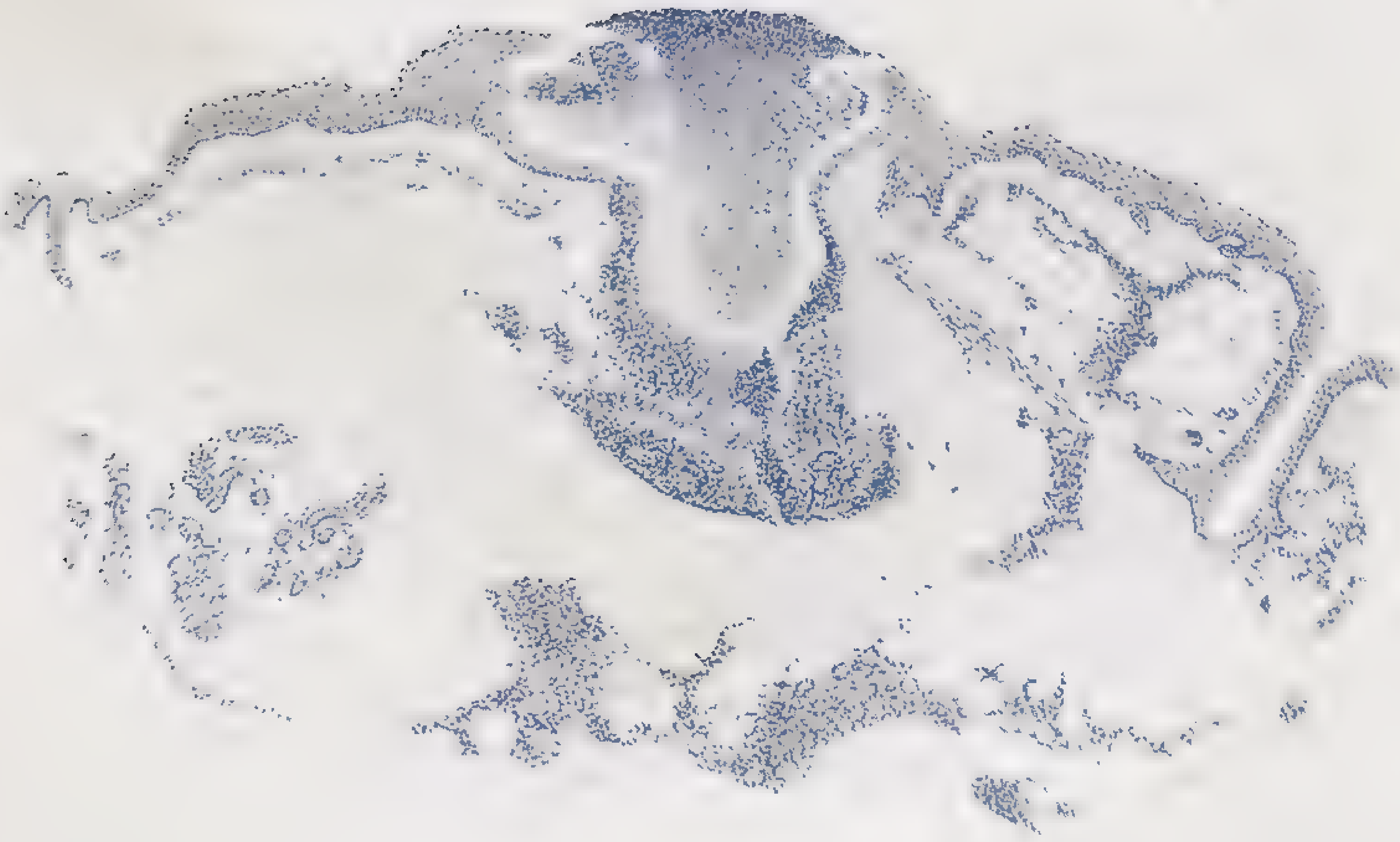


Fig. 6.

Dr. Krzyształowicz.

Drukarnia Uniw. Jagiell. w Krakowie.

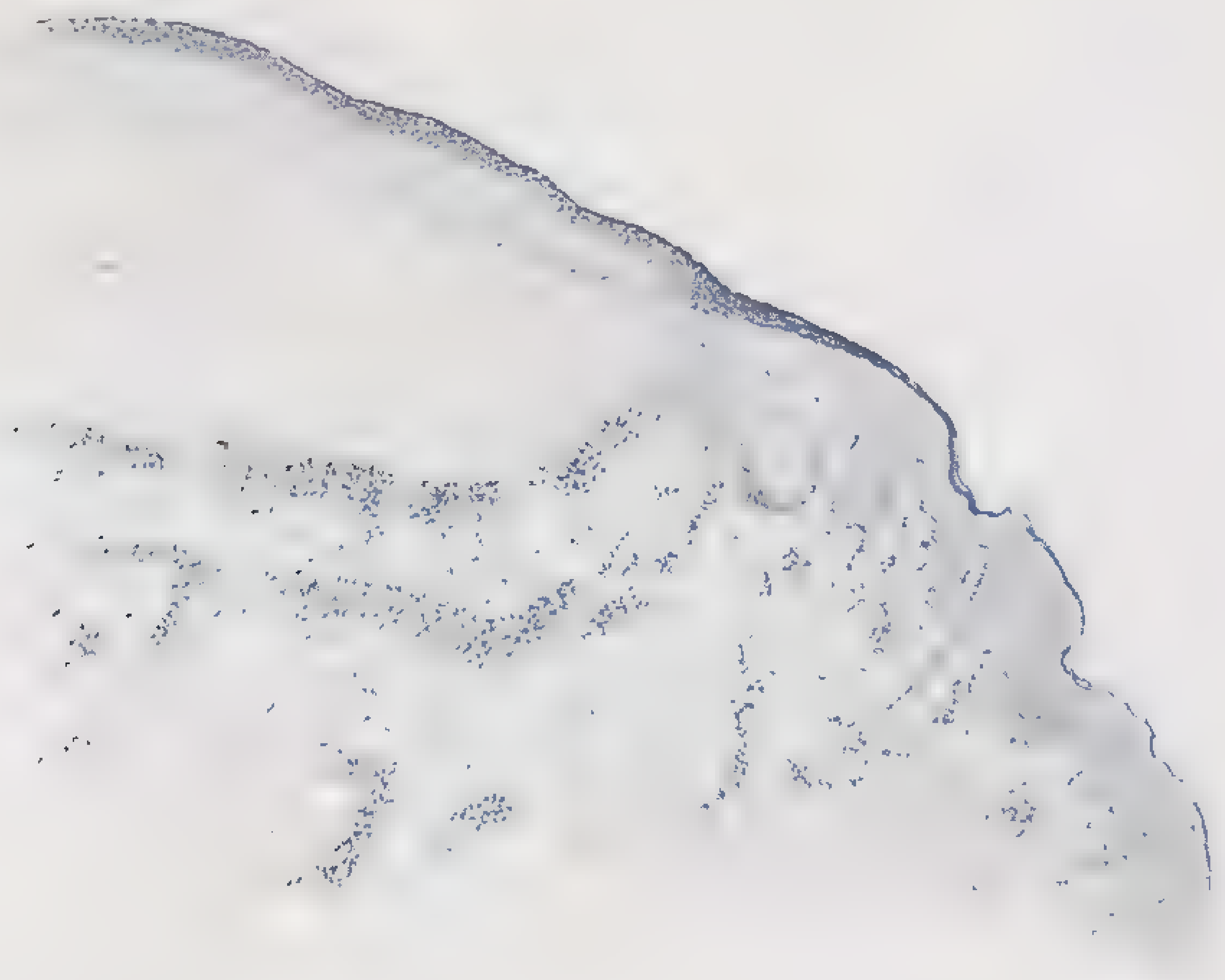


Fig. 7.

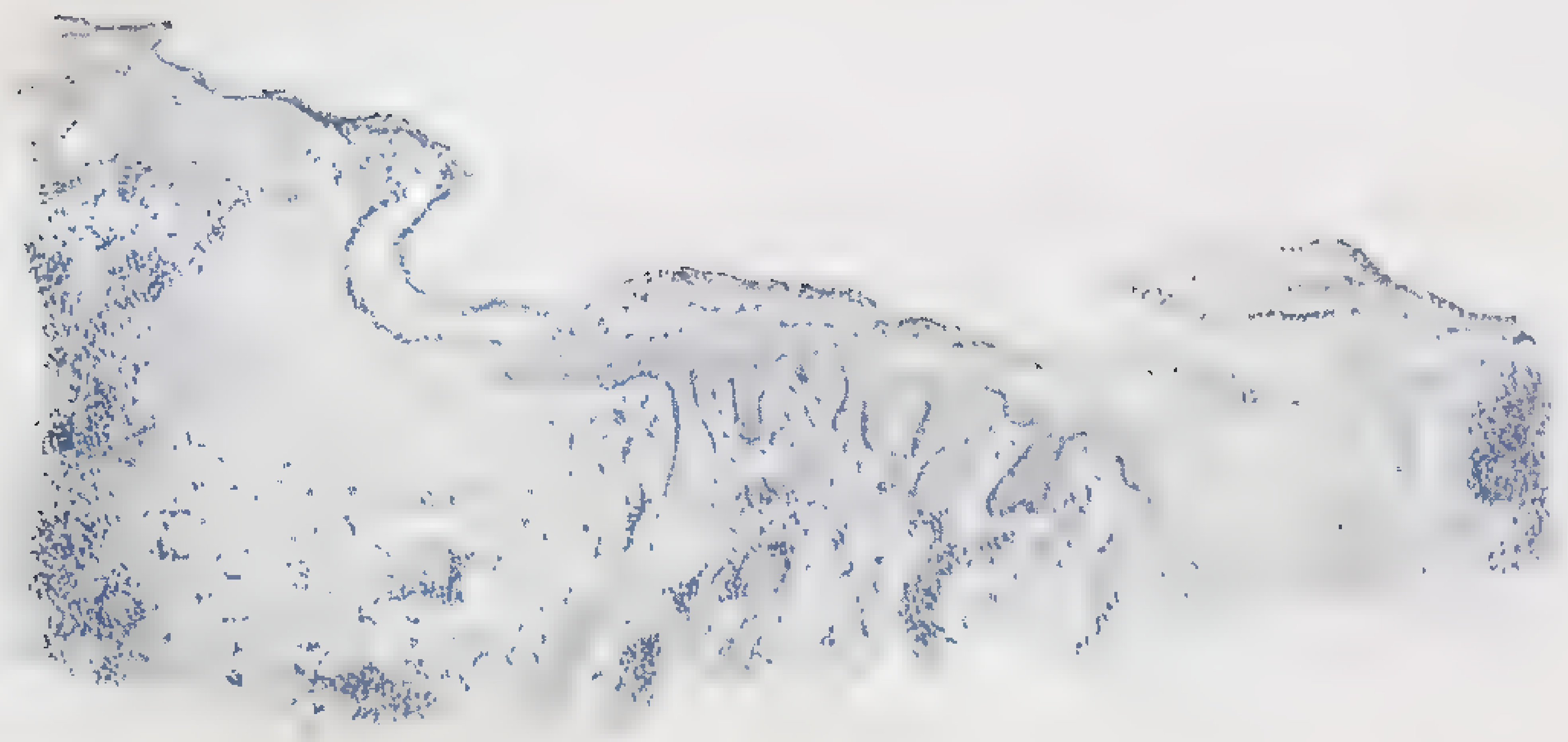


Fig. 8.

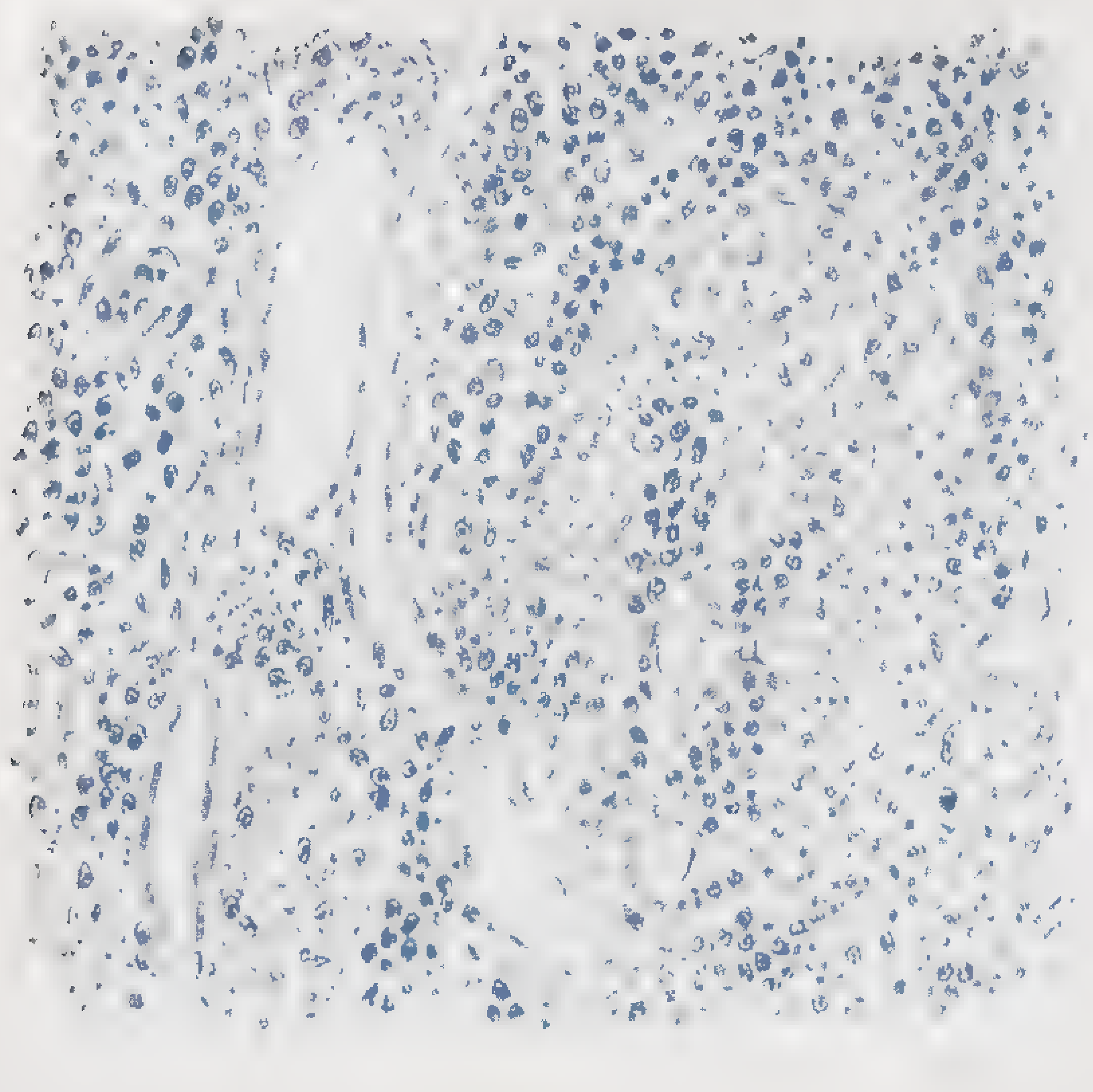


Fig. 9.

Dr. Krzyształowicz.

Drukarnia Uniw. Jagiell. w Krakowie.

J. Grzybowski ad nat. del. *Lith. Kranikowski à Cracovie.*

J. Grzybowski ad nat. del. *lith. Kranikowski à Cracovie.*

Fig. 1.

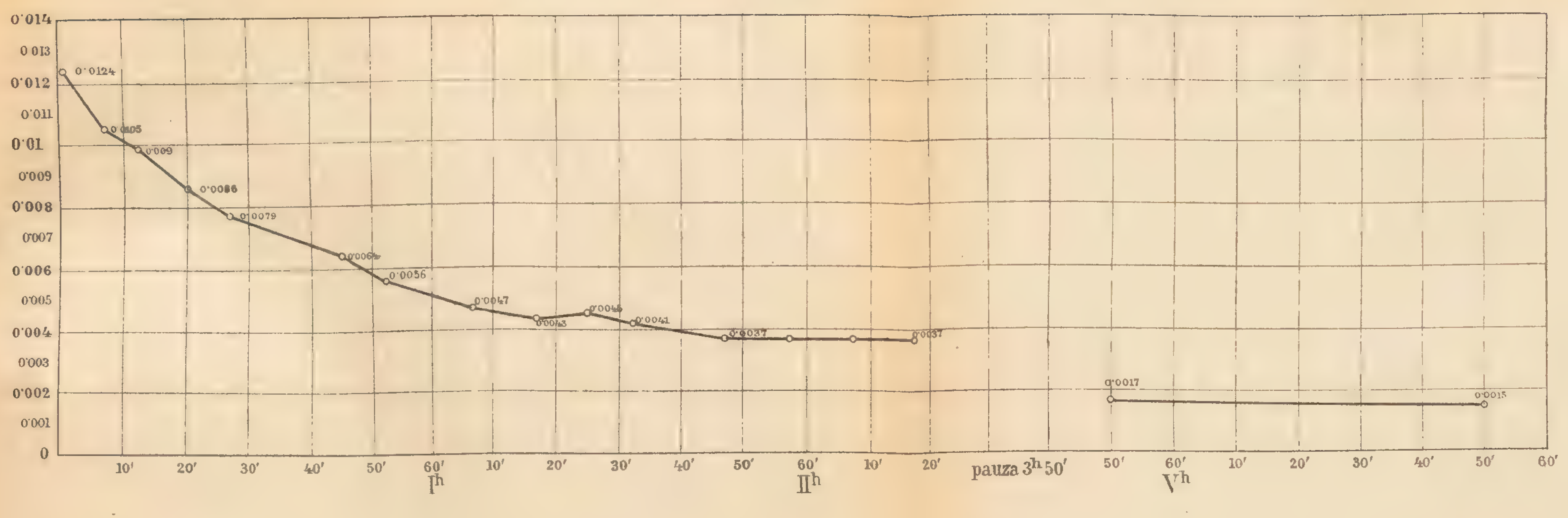


Fig. 2.

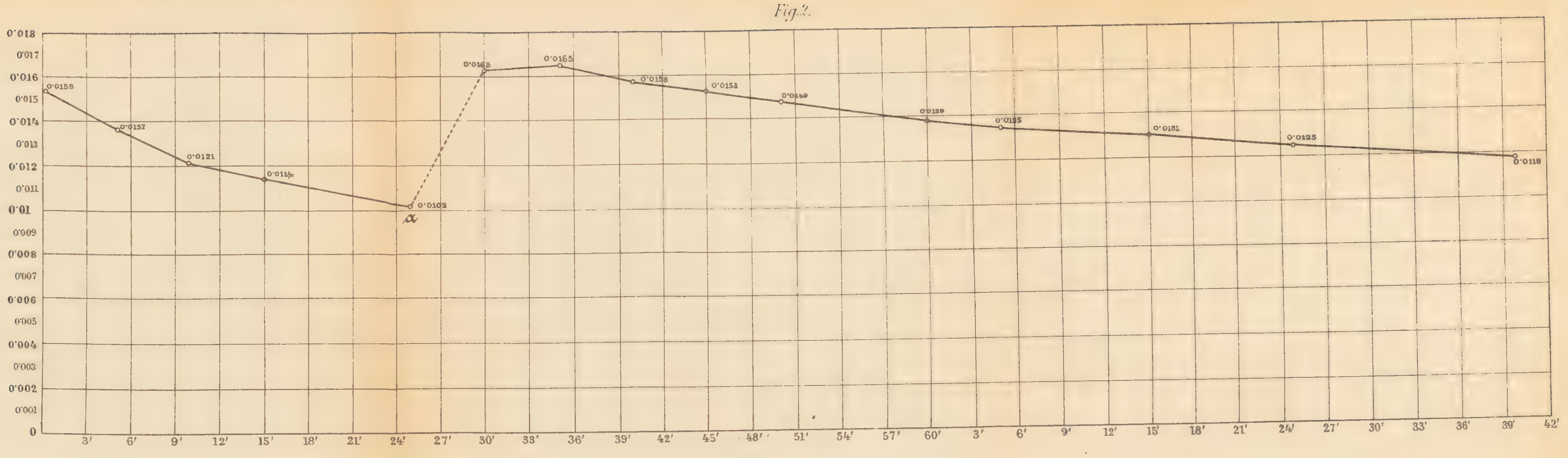


Fig. 3.

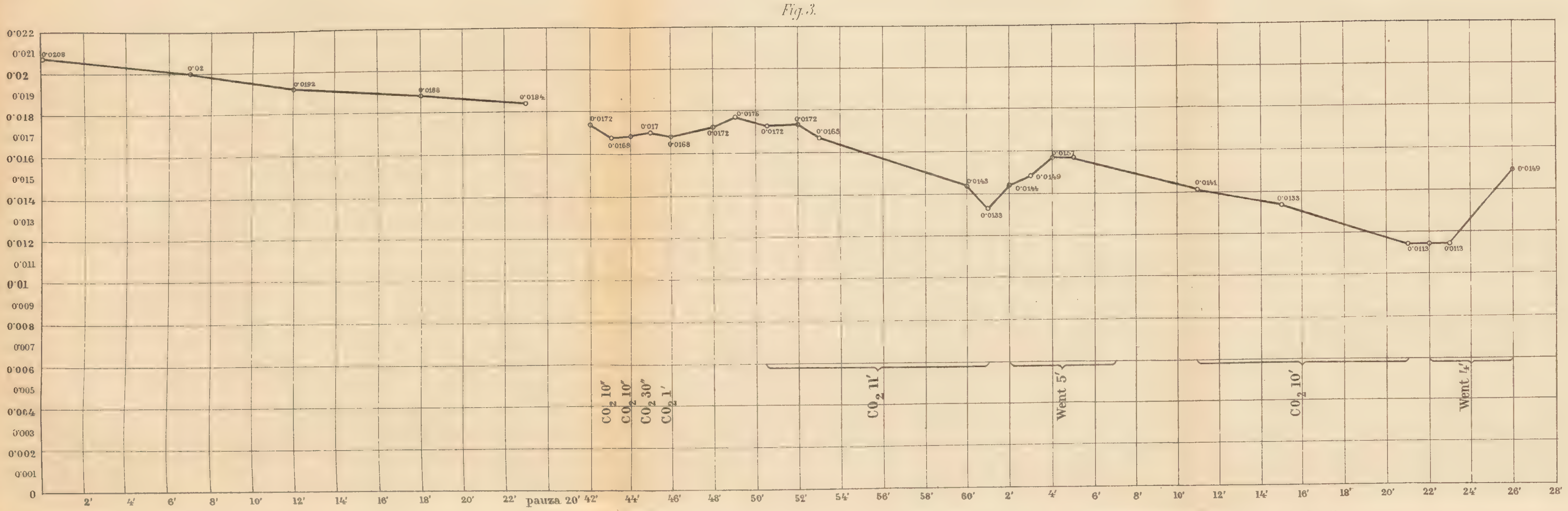


Fig. 4.

Fig. 5.

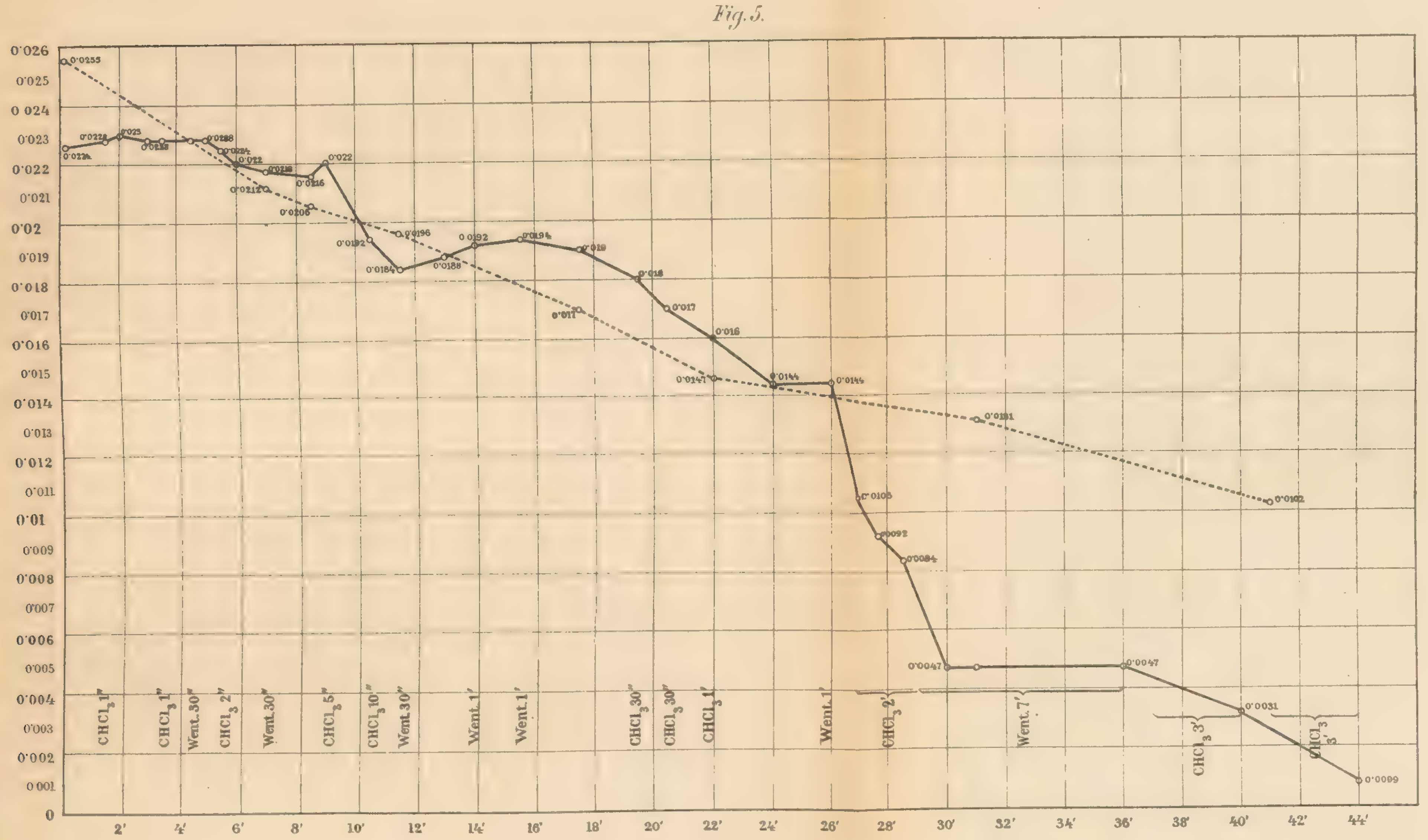
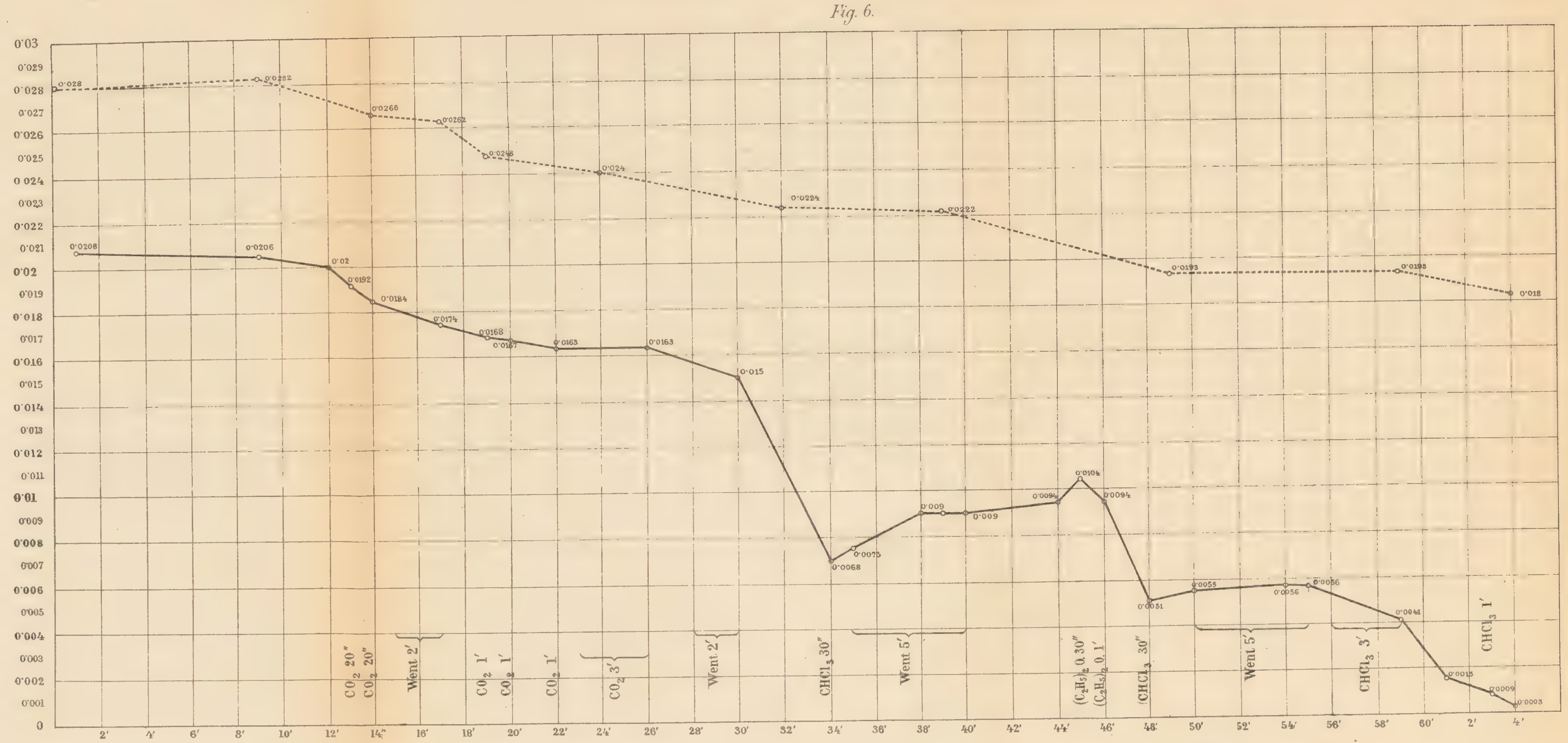
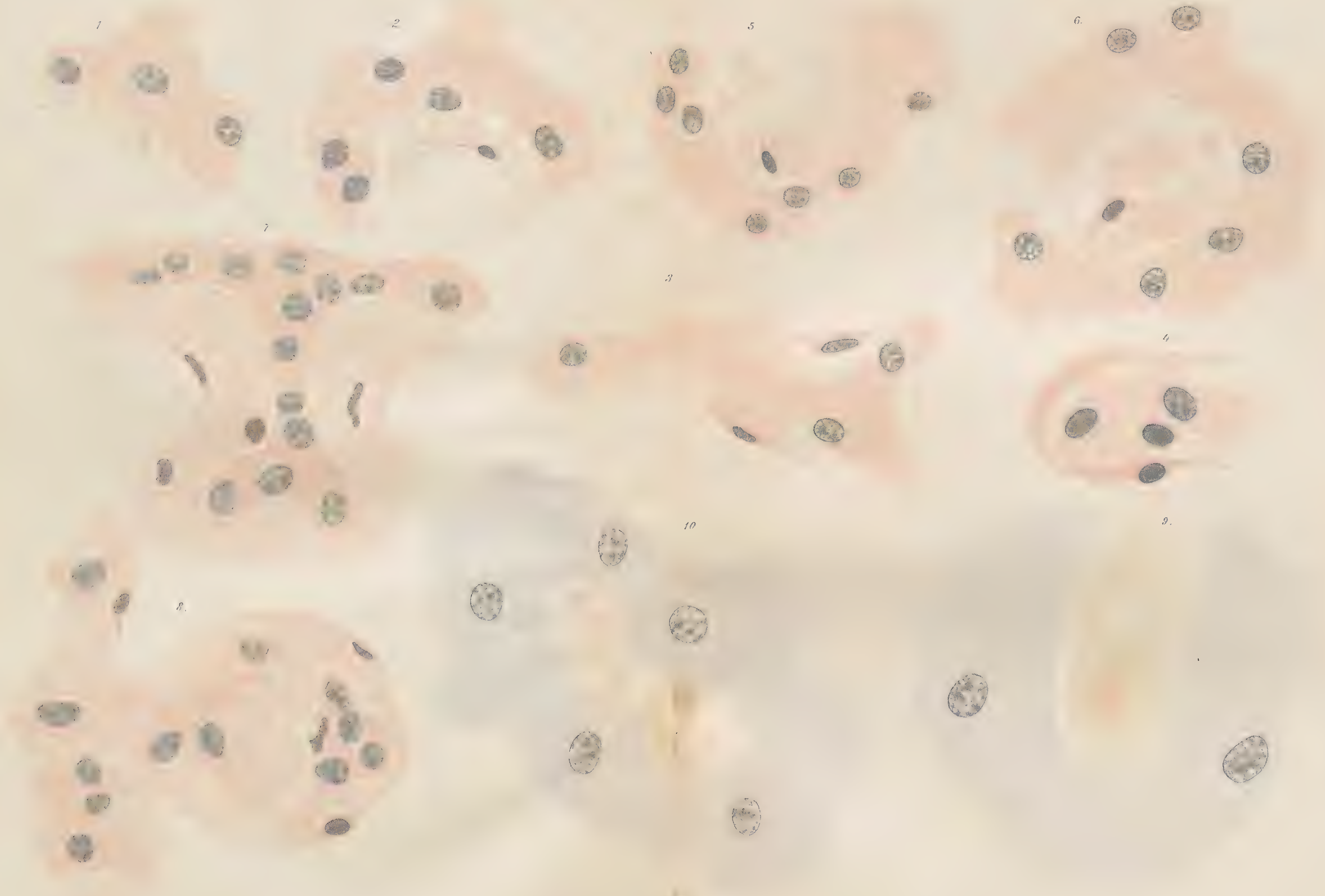
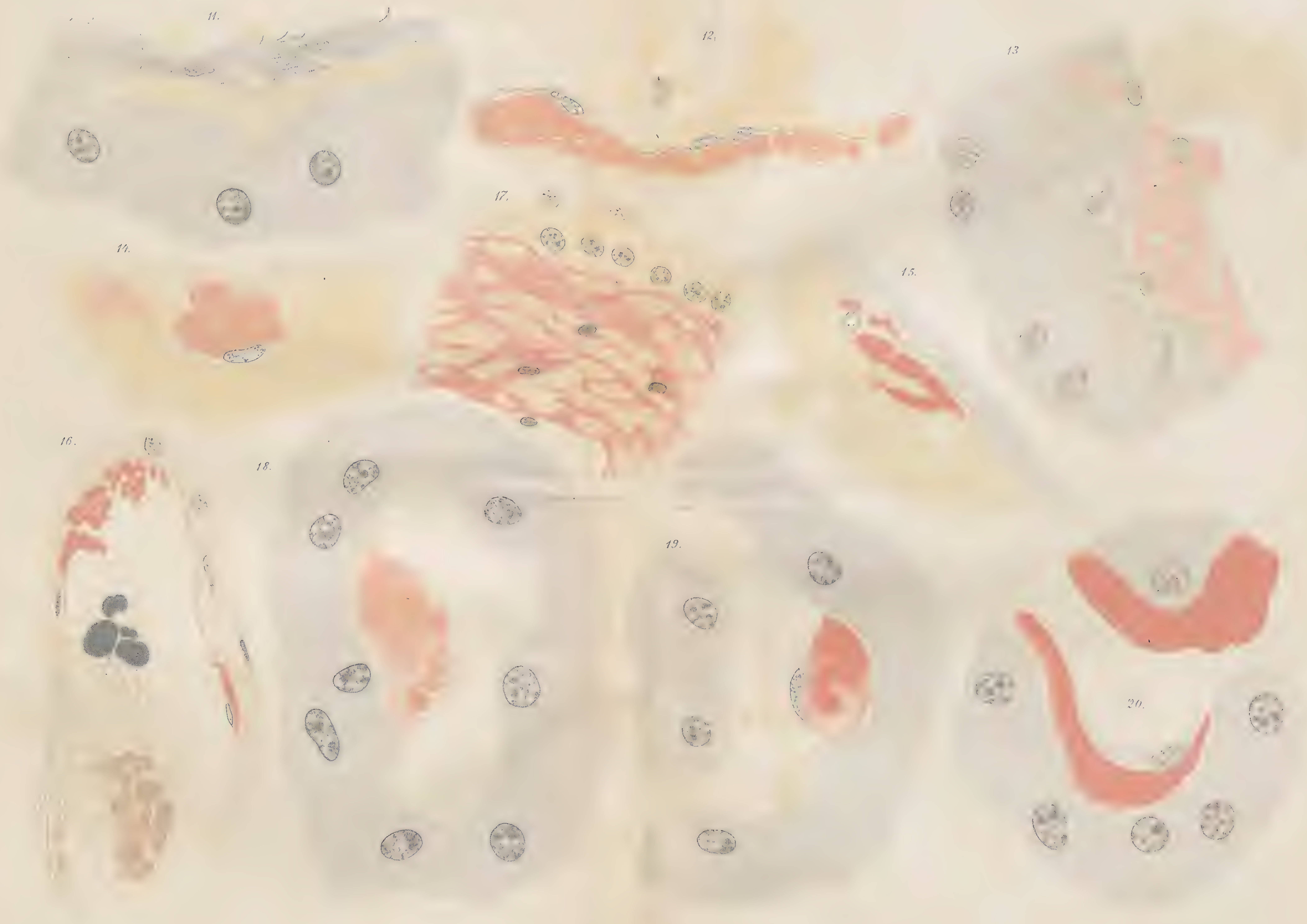


Fig. 6.

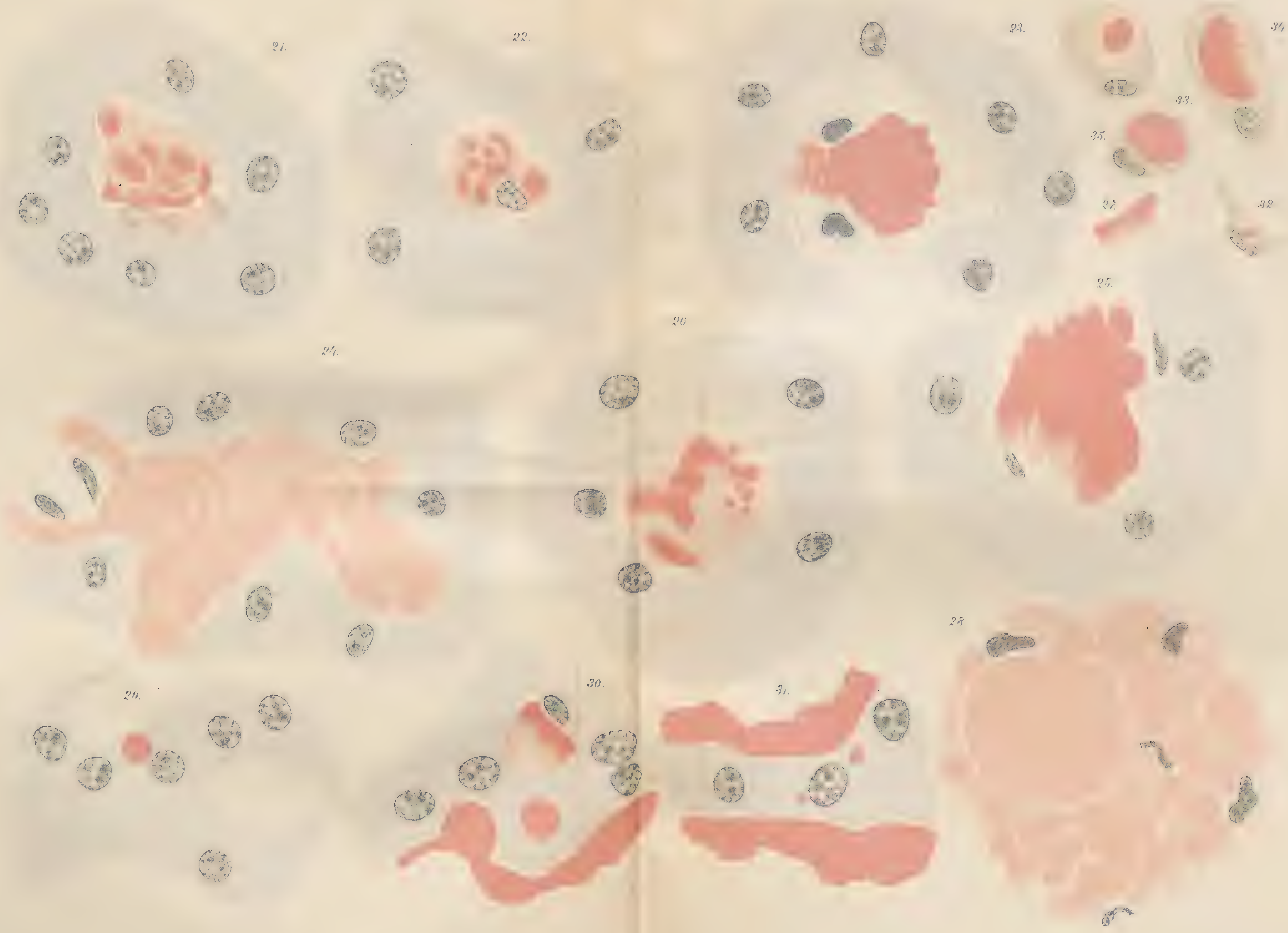




F. Browicz. *Lith. Kranikowski à Cracovie.*

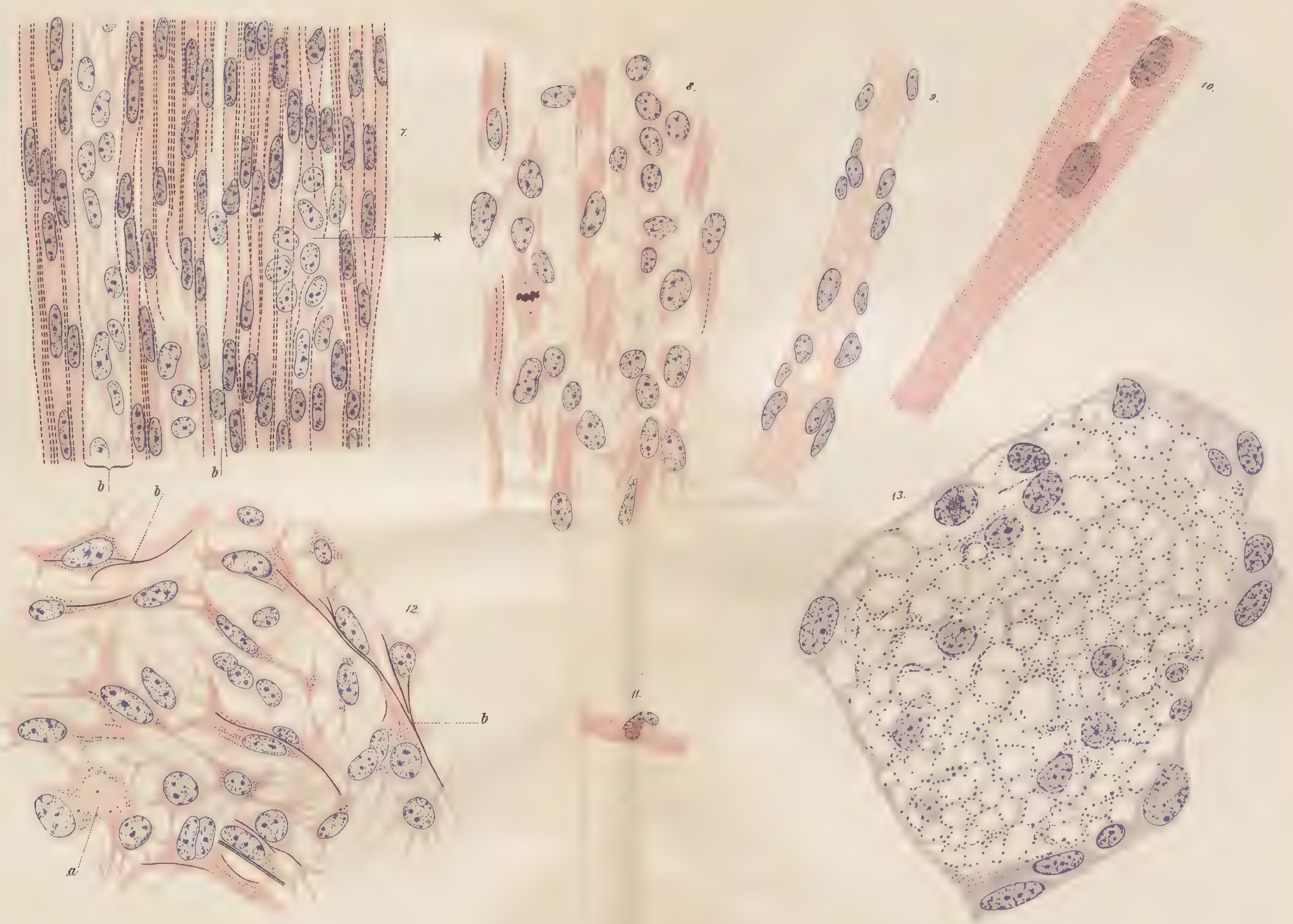


T. Browicz. Lith. Kranikowski à Cracovie.



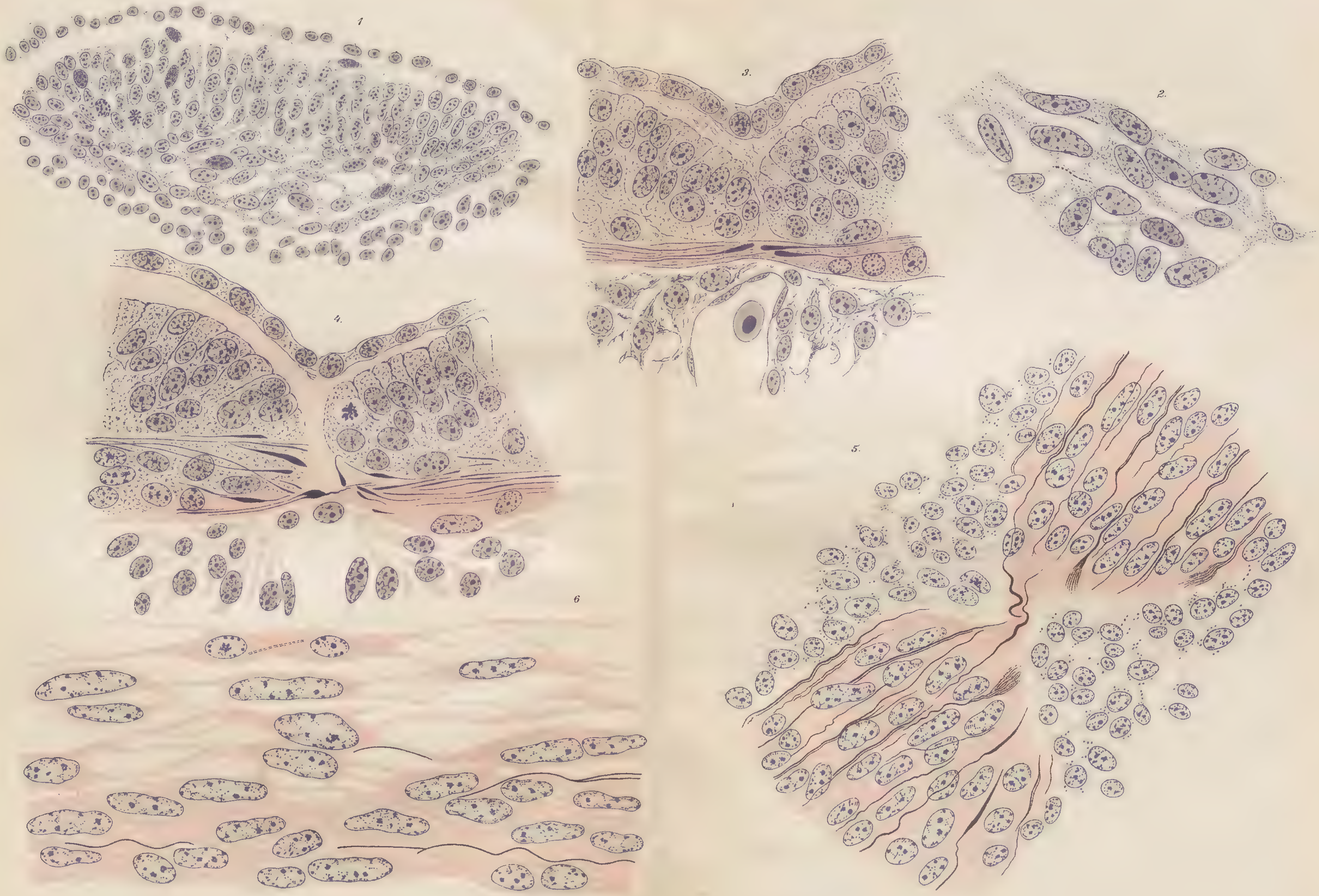
T. Browicz.

Lith. Kranikowski à Cracovie



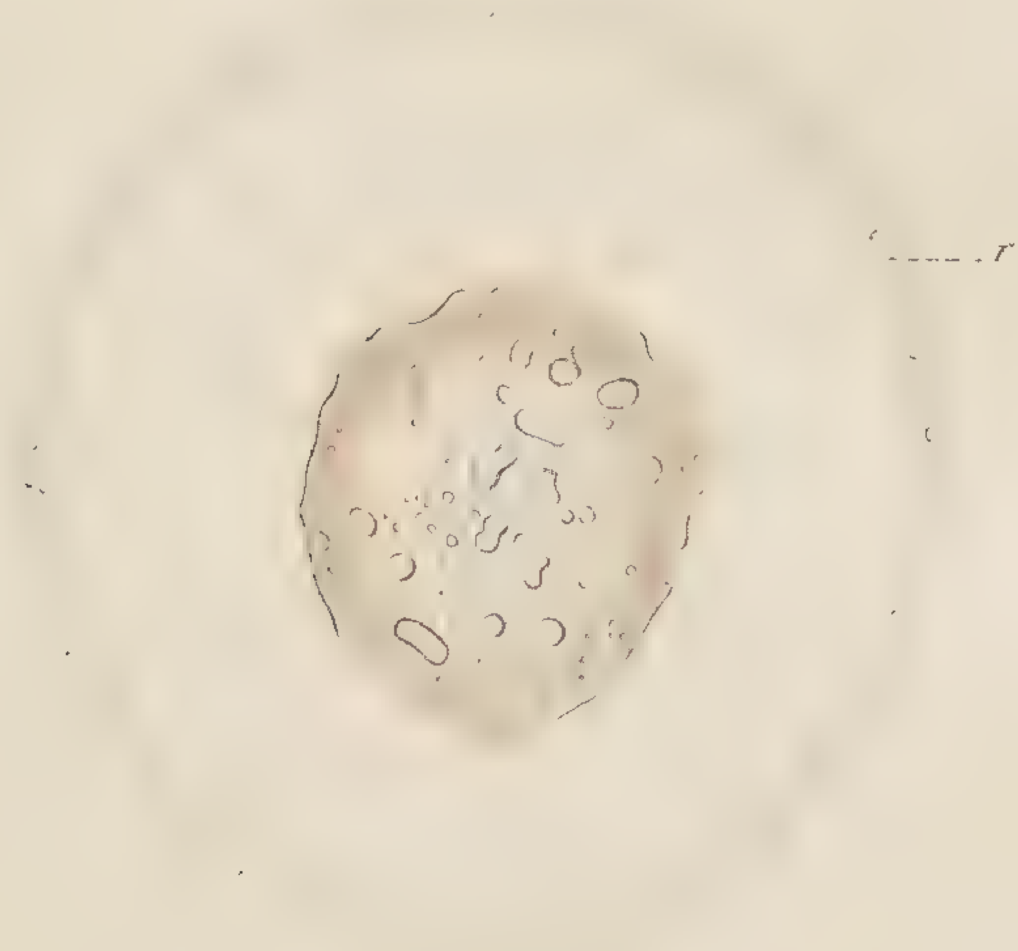
E. Godlewski (jun)

Lith. Kranikowski à Cracovie.



E. Godlewski (jun) Lith. Kranikowski à Cracovie.

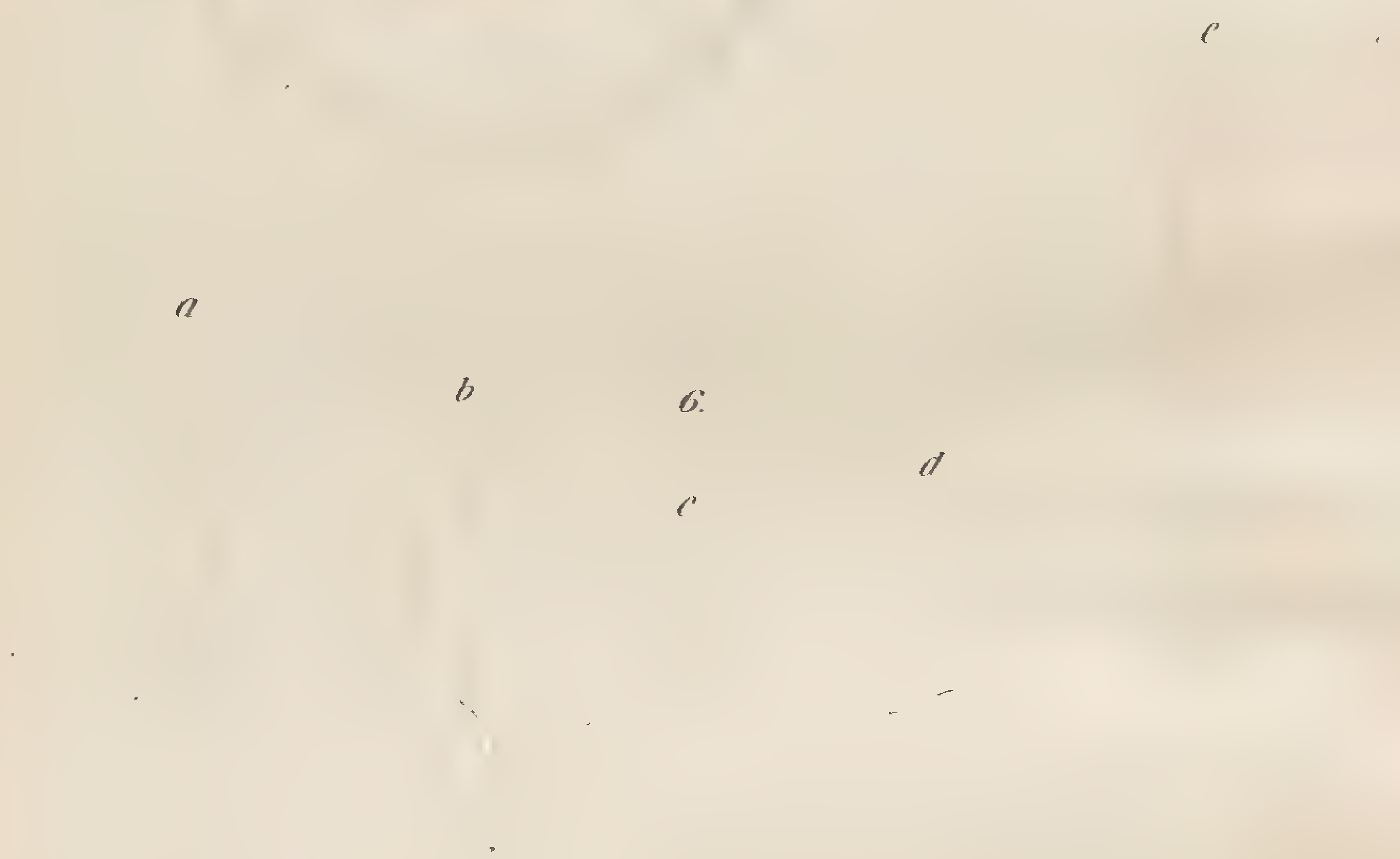
1.



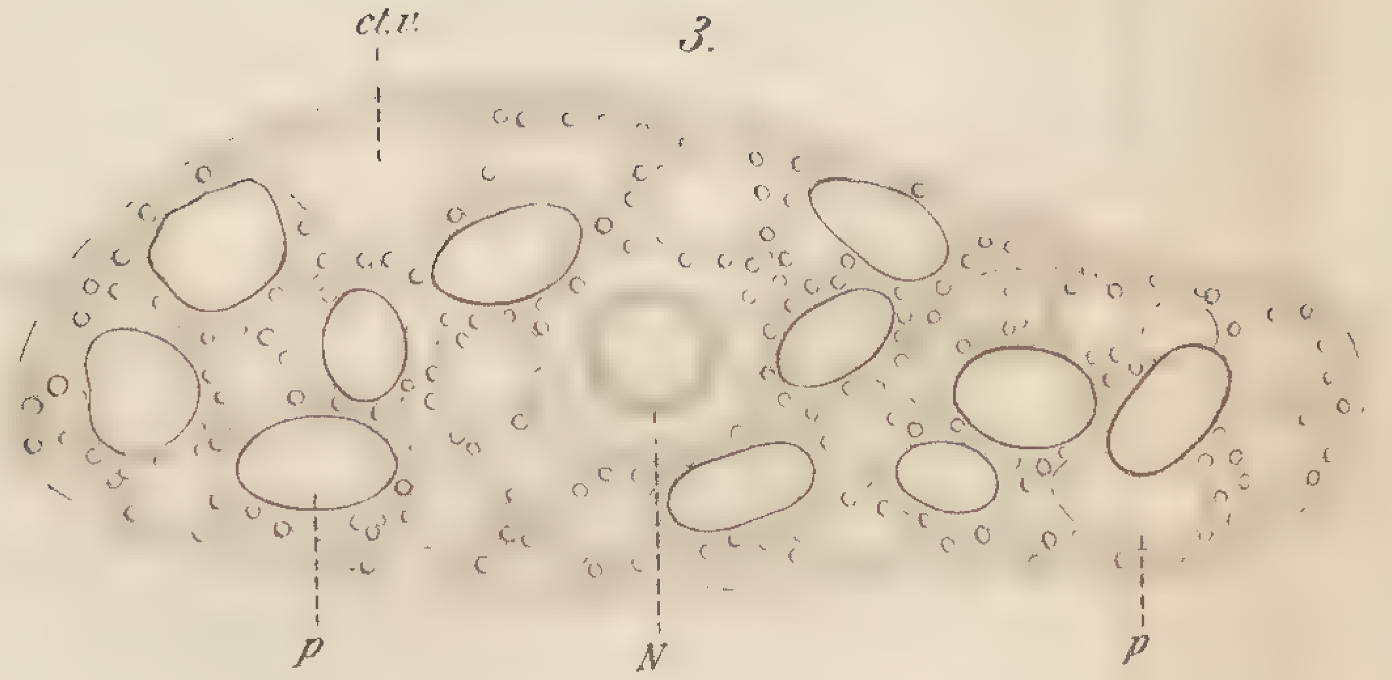
2.

4.

6.

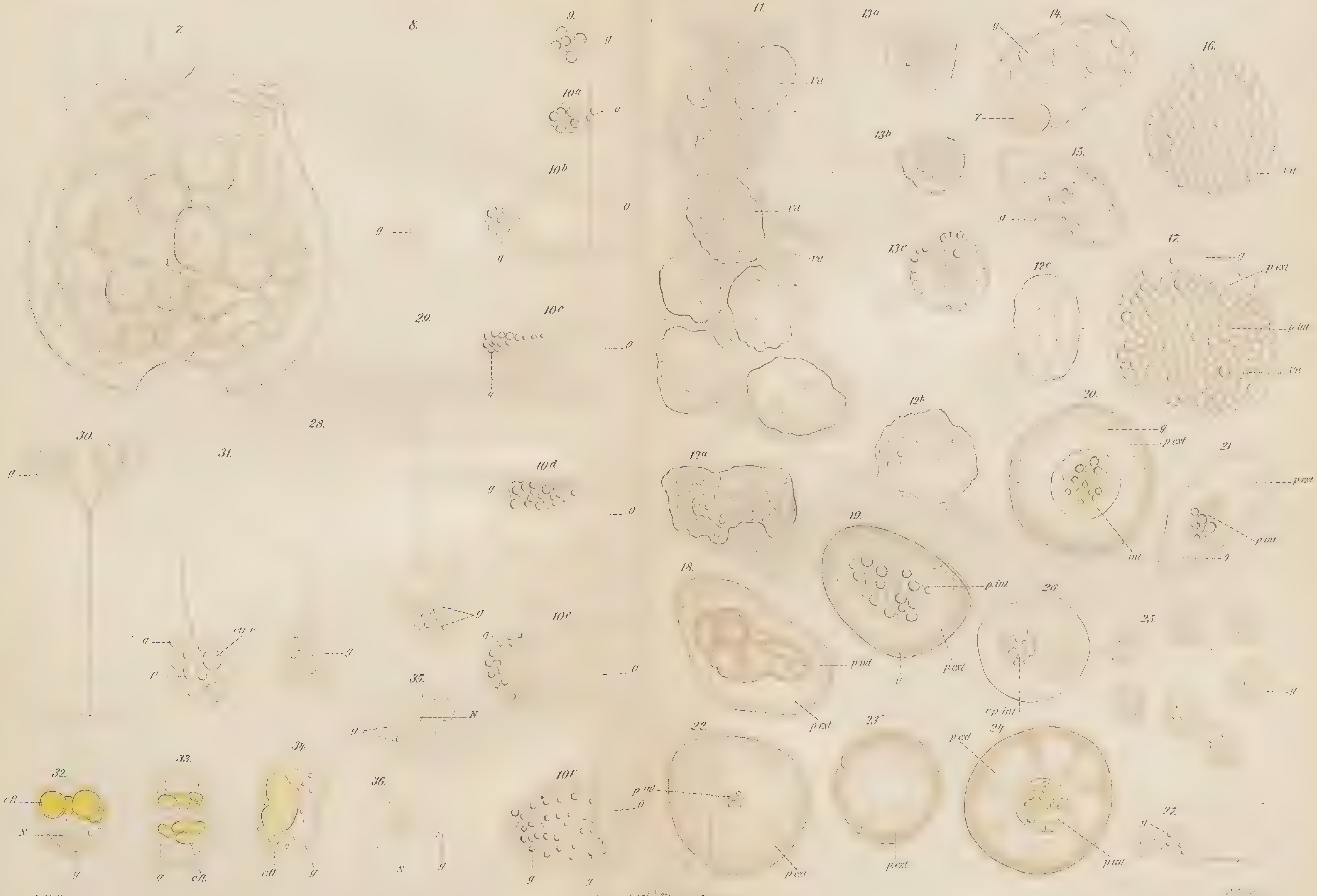


3.



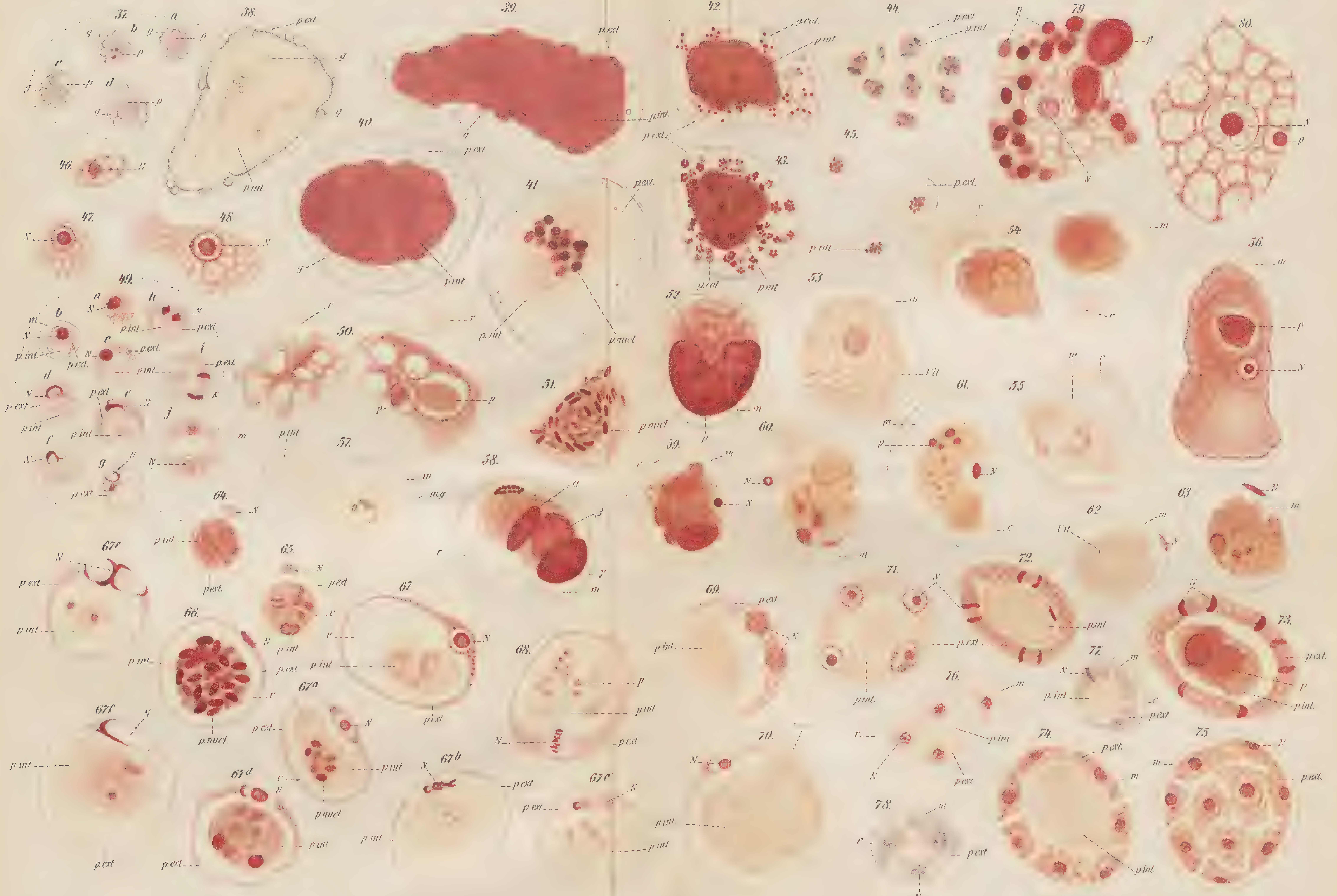
5.

A. M. Przesmycki. Lith. Anst. Carl Leykum, München. del. Aut.
C. Krapf. lith.

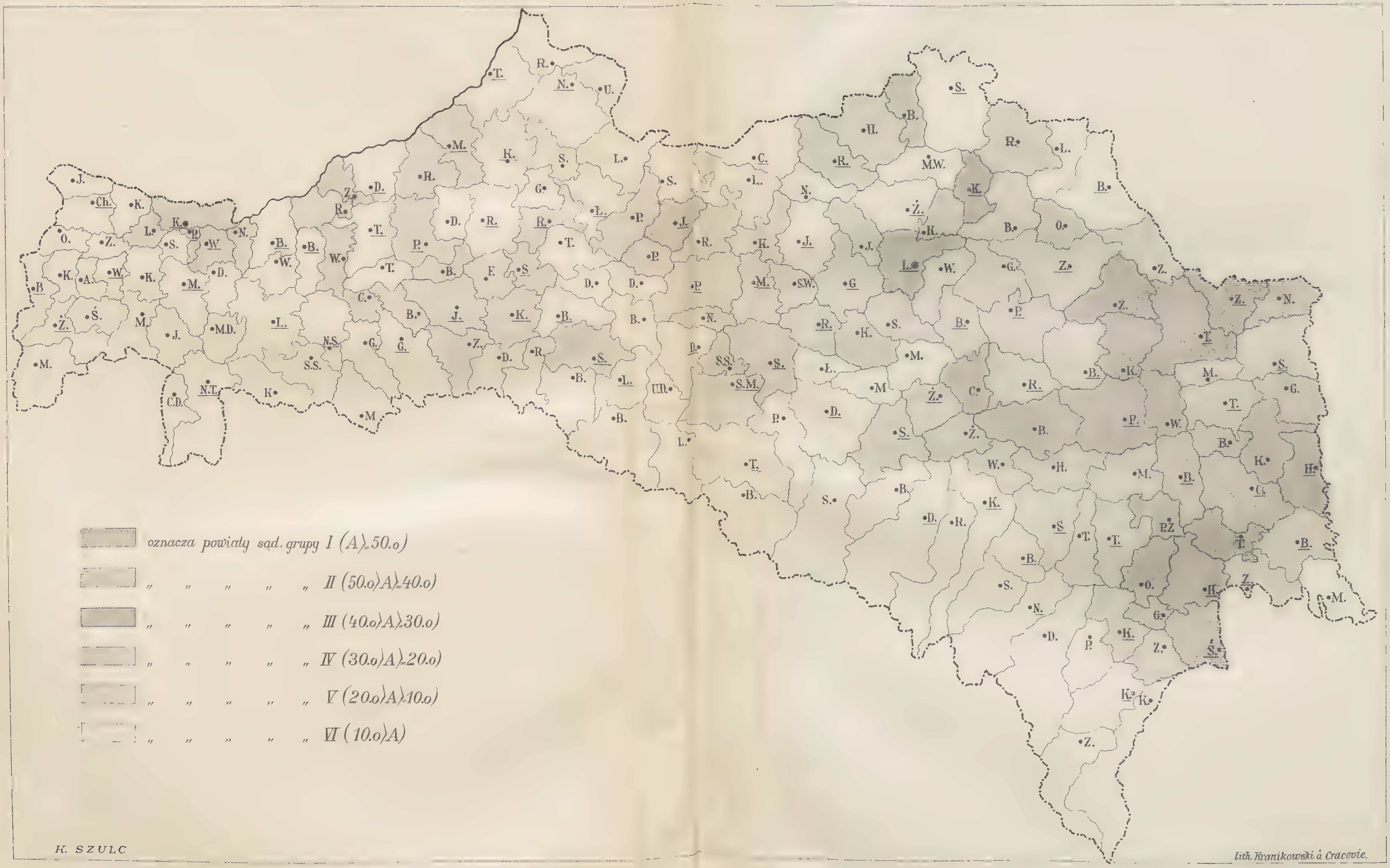


A. M. Przesmycki

Luth. Anst [illegible]



A. M. Przesmycki


oznacza powiaty sąd. grupy I (A)≥50.o)
„ „ „ „ „ II (50.o)A)≥40.o)
„ „ „ „ „ III (40.o)A)≥30.o)
„ „ „ „ „ IV (30.o)A)≥20.o)
„ „ „ „ „ V (20.o)A)≥10.o)
„ „ „ „ „ VI (10.o)A)
K. SZULC
Lith. Kranikowski à Cracovie.

K. SZULC

Lith. Kramkowski à Cracovie.

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 6.

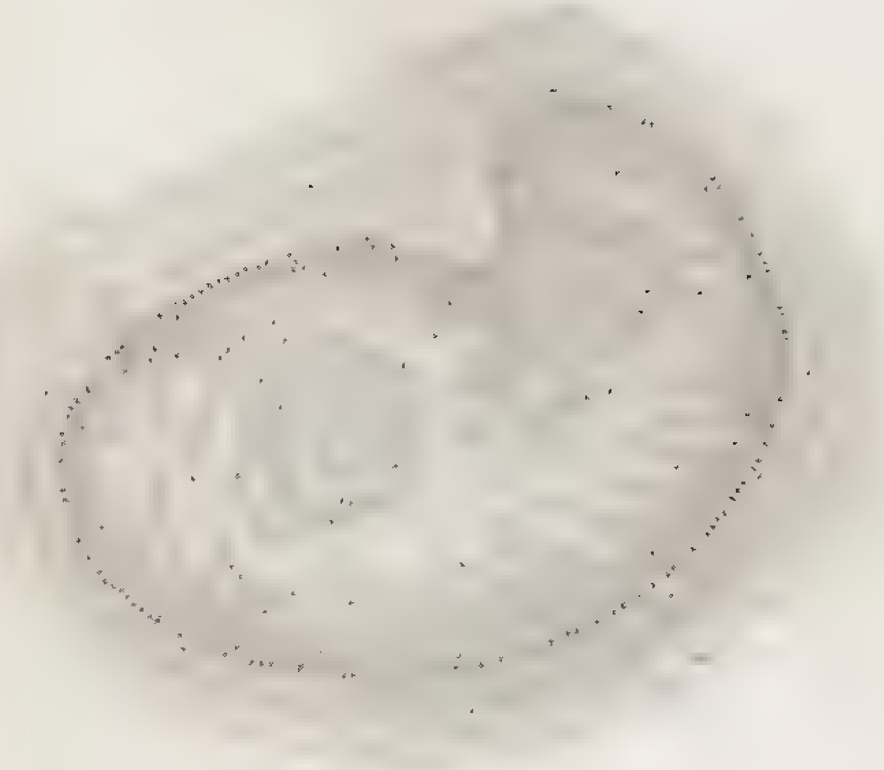


Fig. 4.

Fig. 5.

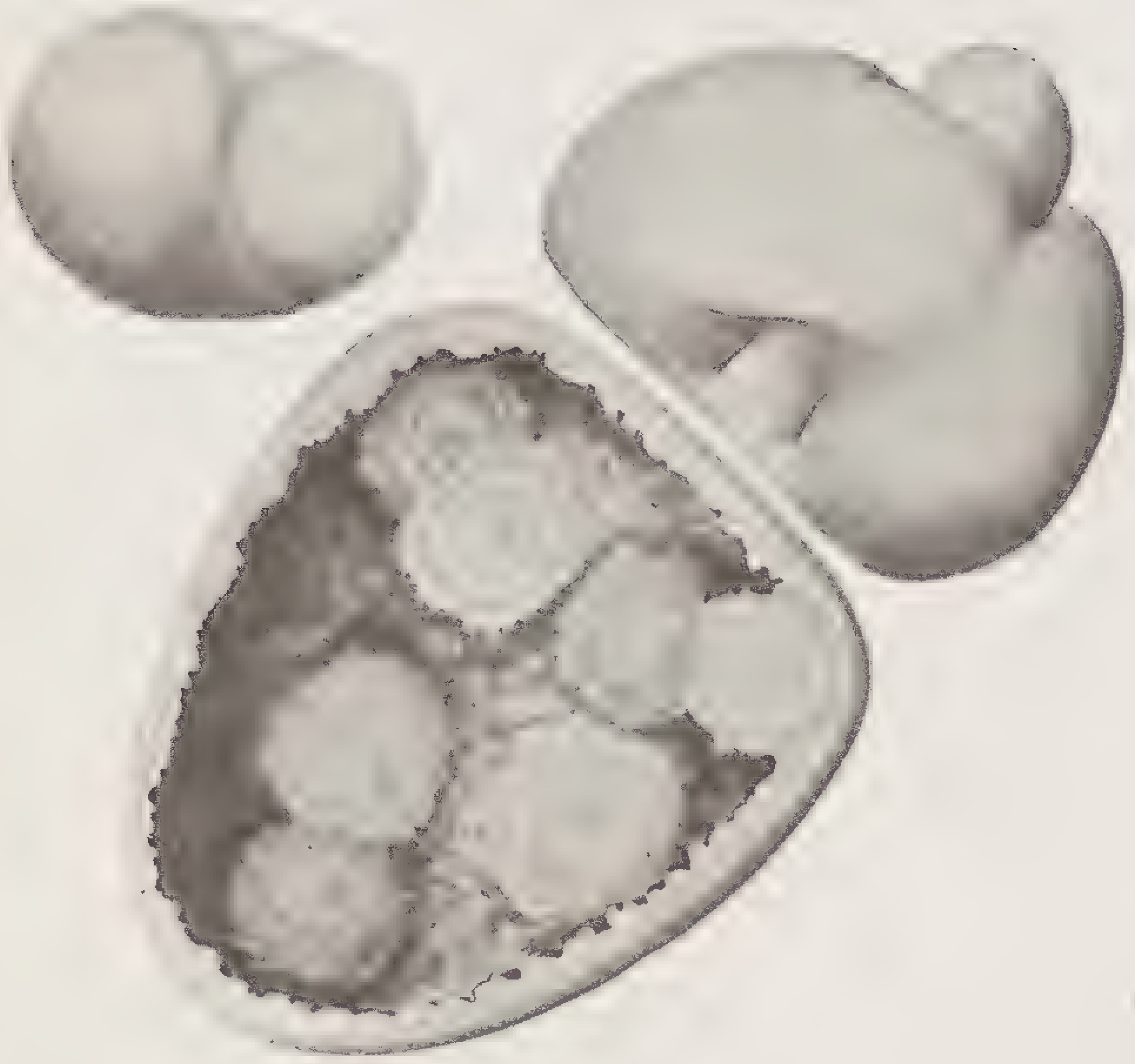
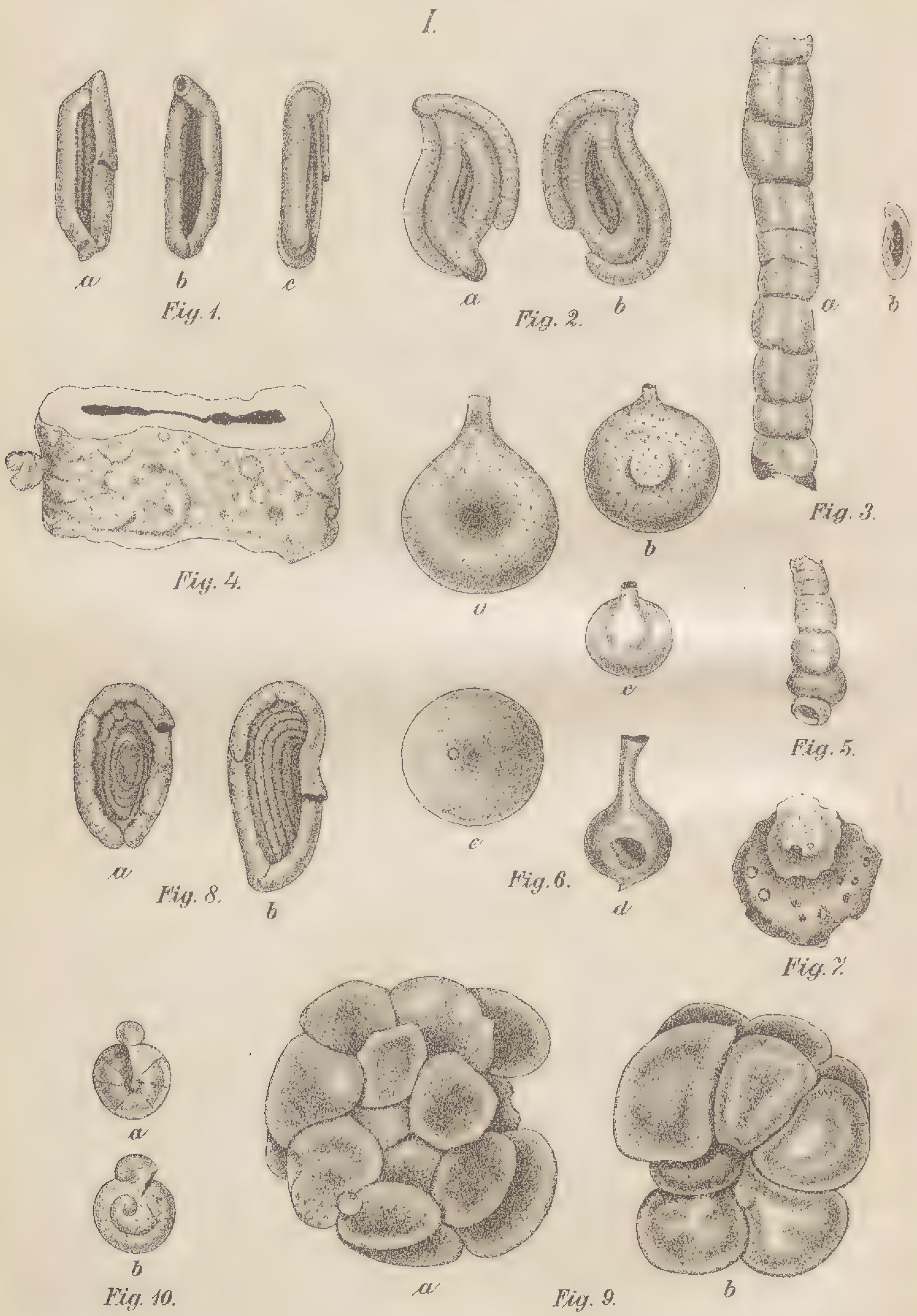
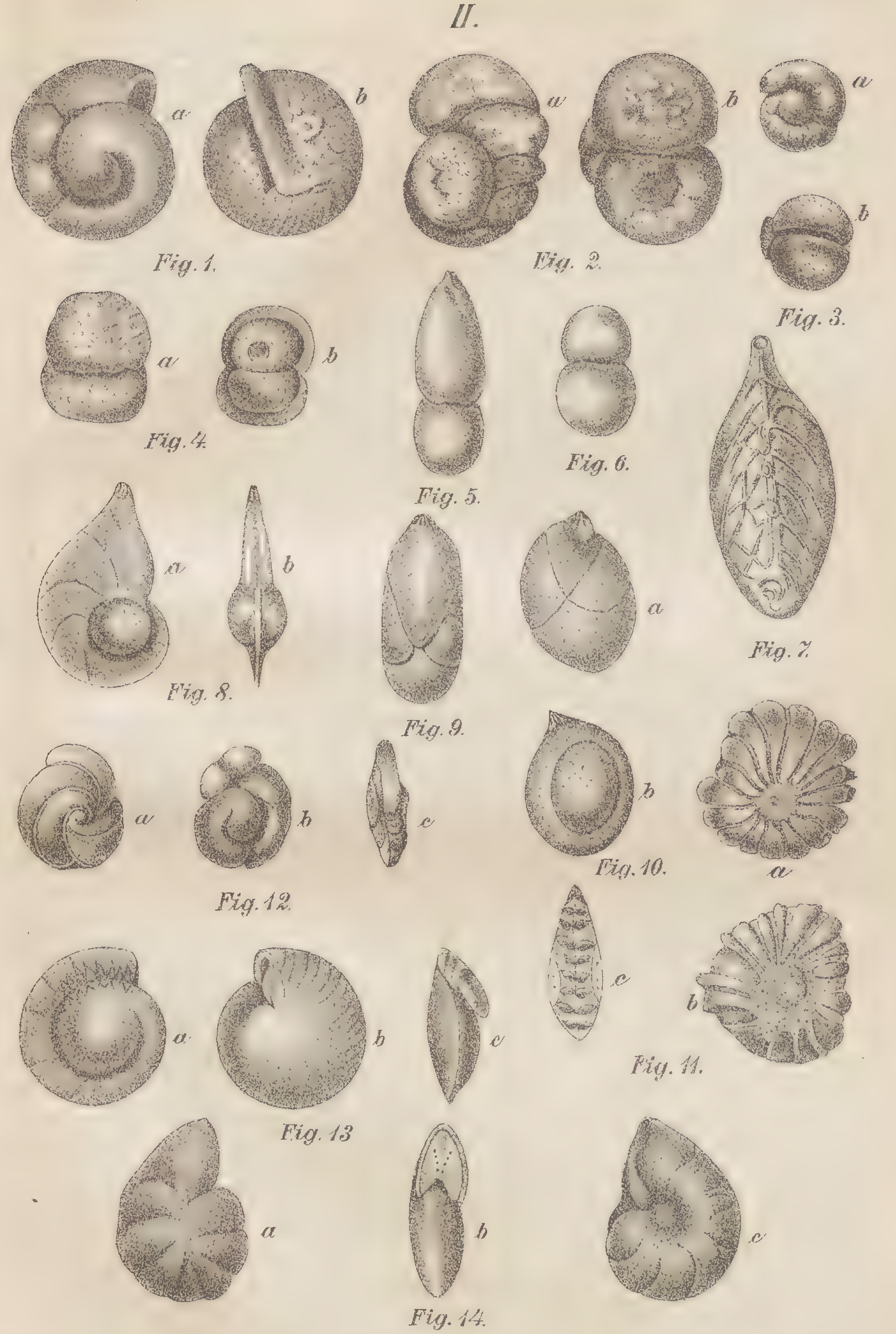


Fig. 7

A. Rosner.





W. Friedberg.

Lith. Kranikowski à Cracovie

3 2044 106 273 592